2005（H17）年度 新潟大学　理系前期　入学試験　物理解説

1

問１

（１）

おもりの運動方程式は

$ma = -kx$　(1)

となり単振動をする。aは加速度，xはつりあいの位置からの変位である。単振動することから，この運動方程式の解は

$x = A\sin\omega t$　(2)　あるいは　$x = A\cos\omega t$　(2’)

(2)の場合，速度，加速度は

$v = A\omega\cos\omega t$　(3)

$a = -A\omega^2\sin\omega t = -\omega^2 x$　(4)

(1)と(4)から角振動数ωと周期Tは

$\omega^2 = \dfrac{k}{m},\ \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$　(5)　（答）

$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　(6)　（答）

<解説>

この問題はばねによる単振動の基本的な理解を問うている。ただし高校物理では(3),(4)式の導出が天下りなので，これを覚えておかないと正解できない（教科書では等速円運動をする物体の運動を真横から見た動きとばねの振動が全く同じことから(2)を単振動の式としている）。(2)は(1)の微分方程式を解くことによって得られる。(3)は(2)を微分，(4)は(3)を微分することによって得られる。

（２）

$t=0$で$x=-A$となるためには(2’)を用いて

$x = -A\cos\omega t = -A\cos\dfrac{2\pi}{T}t$　(7)　（答）

変位と時刻の関係を示すグラフは図１の通り。

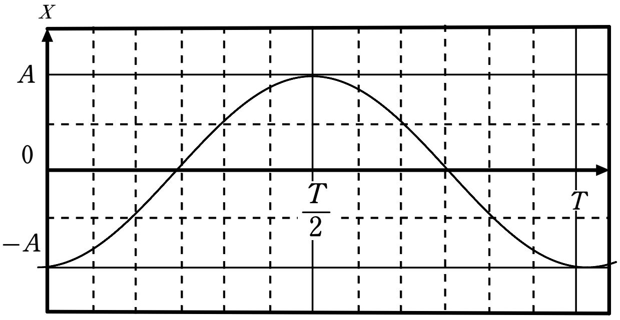

図１

<解説>

単振動の式は符号を変えても，単振動であることに変わりない。$t=0$すなわち初期状態が何であるかによって，符号を変える。単振動の式は初期状態を考慮すると，

$x(t) = A\sin(\omega t + \alpha)$

αは$t=0$のときの変位を表す振動の位相である。すなわち，この問題では

$x(0)=A\sin\alpha=-A$　であるから$\sin\alpha=-1$となって$|\alpha|>0$の最小値は$\alpha=-\dfrac{\pi}{2}$であるから

$x=A\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)=-A\cos\omega t$ となる。

問２

（１）

手を離す直前のおもりのエネルギーはばねの圧縮による弾性エネルギーである。それは

$$\frac{kA^2}{2} \quad (1)$$

壁に衝突する直前のエネルギーは弾性エネルギーと運動エネルギーの和だから，それは

$$\frac{kA^2}{8}+\frac{mv^2}{2} \quad (2)$$

ただしvはおもりの速度である。エネルギー保存則により(1)と(2)は等しいので

$\dfrac{mv^2}{2}=\dfrac{3kA^2}{8}$ となり

$$v=\frac{A}{2}\sqrt{\frac{3k}{m}} \quad （答）$$

（２）

力積は運動量の変化なので，（衝突後の運動量 ― 衝突前の運動量）となる。衝突前の運動量はmv（xの＋方向すなわち右方向），衝突後の速度は弾性衝突なので$-v$となり，運動量は $-mv$。したがって力積は$-2mv$。すなわち力積は左方向に

$$2mv=A\sqrt{3km} \quad （答）$$

（３）

おもりが衝突する直前までの時間 t_1 は

$x=\dfrac{A}{2}=-A\cos\dfrac{2\pi}{T}t_1$だから　$\cos\dfrac{2\pi}{T}t_1=-\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{2\pi}{T}t_1=\dfrac{2\pi}{3}$となり，$t_1=\dfrac{T}{3}=\dfrac{2\pi}{3}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

（ここで T は(7)式より）。弾性衝突なので、衝突後も同じ単振動となるので，初期の位置に戻るまでの時間は同じ。したがって手を離してからもとの位置に戻るまでの時間は

$$2t_1=\frac{4\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}} \quad （答）$$

＜解説＞

エネルギー保存則，力積などの力学の基本を理解していること，単振動の式から時間を求めること，など基本的な問題である。

（１）はエネルギー保存則を利用する。すなわちこの実験では，おもりの全エネルギーはばねの弾性エネルギーと運動エネルギーとからなり，エネルギー保存則によって不変である。（３）は問１（２）のグラフから求めることもできる。$x=\dfrac{A}{2}$のときの時刻 t は$\dfrac{T}{3}$と読み取ることができる。また$x=\dfrac{A}{2}$から$-A$へ戻るまでの時間はグラフから$\dfrac{T}{3}$と読み取れる。ここで重要なのは，衝突後の運動が同じ単振動であるという理解である。すなわち，おもりにはばねによる力しか働いていないし，弾性衝突でエネルギーの損失がないから，向きを変えて同じ単振動をする。

問３

（１）

衝突直前のおもりの速さv_1はエネルギー保存則により

$$\frac{mv_1{}^2}{2}=\frac{kA^2}{2}$$ だから

$$v_1=A\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (1)$$

衝突後のおもりと台車の速度を v_1'，v_2' とする。運動量保存則により

$$mv_1=mv_1'+2mv_2'$$

$$v_1=v_1'+2v_2' \qquad (2)$$

右方向への速度を正として，弾性衝突だから

$$\text{衝突係数}=1=\frac{-(v_1'-v_2')}{v_1}$$ だから，$v_1=-v_1'+v_2'$ ⑶

⑶を⑵に代入して整理すると $v_2'=-2v_1'$ となるので

$$v_1'=\frac{-v_1}{3}=-\frac{A}{3}\sqrt{\frac{k}{m}}$$ したがって，おもりの速度は左向き（x の－方向）に

$$\frac{A}{3}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (4)$$ （答）

台車の速度は右向きに

$$v_2'=\frac{2A}{3}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (5)$$ （答）

（２）

衝突後のおもりの単振動の振幅をA'とすると，おもりの運動エネルギーがばねの弾性エネルギーに変換されるわけだから，エネルギー保存則により

$$\frac{kA'^2}{2}=\frac{mv_1'^2}{2}$$ だから，⑷を用いて

$$A'=v_1'\sqrt{\frac{m}{k}}=\frac{A}{3}$$ （答）

（３）

おもりと台車の衝突地点ではばねの伸縮はないので，おもりの運動エネルギーの変化が力学的エネルギーの変化に等しい。すなわち，おもりの力学的エネルギーの変化は

$$\frac{mv_1'^2}{2}-\frac{mv_1{}^2}{2}=-\frac{4mv_1{}^2}{9}=-\frac{4kA^2}{9} \qquad (6)$$

となって，おもりはエネルギーを失なった。

一方，静止していた台車が得た運動エネルギーは ⑸より

$$\frac{2mv_2'^2}{2}=\frac{4kA^2}{9} \qquad (7)$$

⑹，⑺からおもりが失った運動エネルギーは台車が得た運動エネルギーに等しい。したがって，衝突前後でおもりと台車の力学的エネルギーの和は変化しない。

＜解説＞

問２とほぼ同様の問題であるが，弾性衝突ではエネルギーが保存されること，衝突後もおもりはばねの力によって単振動すること，単振動の振幅は変位が最大の値を示す時の変位なので，おもりの速度が0となっていること，などに注意する。

$\boxed{2}$

［1］

問1

抵抗＝（抵抗率）×（長さ）÷（断面積）である。したがって

抵抗率をρとすれば$R=\dfrac{\rho L_0}{S}$　　(1)

したがって　抵抗率 $=\rho=\dfrac{SR}{L_0}$　　(2)（答）

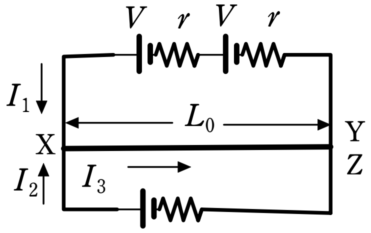

図2−1

問2

図2−1においてキルヒホッフの第一法則により $I_3=I_1+I_2$　　(3)

下側の閉回路に対しキルヒホッフの第二法則により $RI_3+rI_2-V=0$　　(4)

上側の閉回路に対して同じく $RI_3+2rI_1-2V=0$　　(5)

(4)式を2倍して $2RI_3+2rI_2-2V=0$　　(6)

(5)式と(6)式を加えて $3RI_3+2r(I_1+I_2)-4V=3RI_3+2rI_3-4V=0$

したがって$I_3=\dfrac{4V}{(3R+2r)}$　　（答）

この問題では，(5)式と(6)式を加えてI_3 を求めてしまうと計算が簡単ですむ。

問3

$I_2=0$だから$I_3=I_1$，図2−2において(5)より $I_1=\dfrac{2V}{(R+2r)}$　　(7)L

一方XY間の抵抗は 抵抗線の長さに比例するから $\dfrac{L}{L_0}R$ となり，下側の閉回路に対して

$V=\dfrac{L}{L_0}RI_3=\dfrac{L}{L_0}RI_1$　　(8)

(7)に(8)を代入して整理すると

$r=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2L}{L_0}R-R\right)=\dfrac{2L-L_0}{2L_0}R$　　（答）

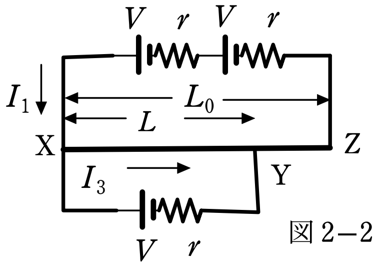

図2−2

＜解説＞

抵抗回路の問題であるから，キルヒホッフの法則を理解していれば解答できる。問3では，下側の電池には電流が流れないので，抵抗線のXY間の電圧降下と電池の起電力が等しいことに着眼する。この種の問題の計算では式を良く見て，欲しい結果に結びつくように，上手に式を整理することが大事である。

［2］

問1

まずBC間に抵抗もダイオードもないとする。するとABD間の抵抗がACD間の抵抗より小さいので，ABD間に流れる電流の方が大きい。するとAB間の電圧降下がAC間のそれよりも大きい。すなわちCの電位がBのそれより高い。

したがってダイオードを挿入するとCからBへダイオードの順方向に電流が流れ，CとBは同電位となり，抵抗Rには電流は流れない。回路は図3−1のようになる。

AB間の電流をI_1，AC間の電流をI_2，ダイオードを流れる電流をI_3とする。するとキルヒホッフの法則により

$$RI_1 = RI_2$$

$$R(I_1 + I_3) = 3R(I_2 - I_3)$$

$$I_1 + I_2 = I$$

したがって，$I_1 = I_2 = \dfrac{I}{2}$ となって，ダイオードに流れる電流は

$$I_3 = \frac{I_1}{2} = \frac{I}{4} \qquad \text{（答）}$$

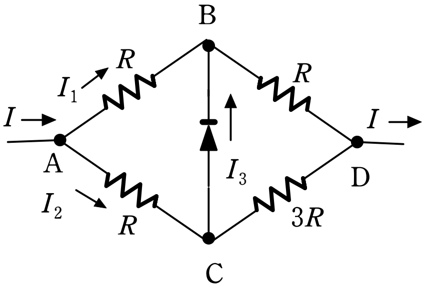

図3−1

問2

経路ABDあるいはACDの電圧降下から求める。R_t を合成抵抗とすれば合成抵抗による電圧降下と経路ABDの電圧降下は等しいから

$$R_t I = RI_1 + R(I_1 + I_3) = R\left(\frac{I}{2} + \frac{I}{2} + \frac{I}{4}\right)$$

$$R_t = \frac{5}{4}R \qquad \text{（答）}$$

問3

この場合はBの電位がCのそれより高くなり，ダイオードの逆方向になるので，ダイオードには電流は流れず，抵抗に流れる。したがって回路は図3−2のようになる。キルヒホッフの法則から以下の式を得る。

$$RI_1 + RI_3 = RI_2$$

$$RI_1 + R(I_1 - I_3) = RI_2 + 3R(I_2 + I_3)$$

$$I_1 + I_2 = I$$

これを解くと，$I_1 = \dfrac{3}{7}I$，$I_2 = \dfrac{4}{7}I$ であって

$$I_3 = \frac{I}{7} \qquad \text{（答）}$$

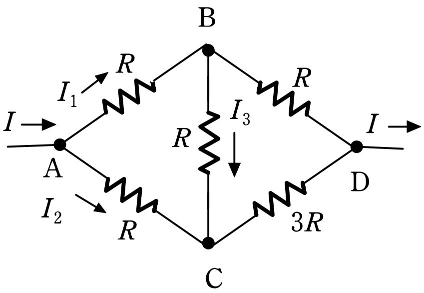

図3−2

問4

問2と同様に、ABD間の電圧降下を考えると

$$R_t I = RI_1 + 3R(I_1 - I_3) = RI\left(\frac{3}{7} + \frac{9}{7} - \frac{3}{7}\right) = \frac{9}{7}RI$$

$$R_t = \frac{9}{7}R \qquad \text{（答）}$$

<解説>

問１ではBC間が無接続の場合，Cの電位がBよりも高いということに着目することがポイント。そしてダイオードに電流が流れると，短絡状態になってBとCが同電位となり抵抗には電流が流れないとすることもポイント。

問２では合成抵抗による電圧降下と両端を結ぶ経路の抵抗による電圧降下とは等しいことに着目する。別の解として，ダイオードに順方向に電流が流れる場合には，図３−1が図３−3のような抵抗接続になることに着目する。AB間の並列接続の抵抗は$\frac{R}{2}$，BD間の並列接続の抵抗は$\frac{3}{4}R$，合成抵抗は両者の直列接続の抵抗だから$\frac{5}{4}R$（答）となる。

問４では抵抗接続を問２のように単純に扱えない。R

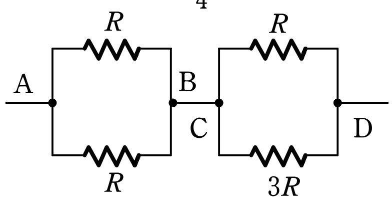

図３−3

3

［1］

問１

① $\pm a$　（答）　② $\frac{2\pi v}{\lambda}$　（答）　③ $\frac{-2\pi}{\lambda}$　（答）

ここでの正弦波の式は下記になる。

$$y=\pm a\sin\left(\frac{2\pi v}{\lambda}t-\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

正弦関数の最大値最小値は±１だから，①は振幅を表す。②の時間tの係数は1秒間に振動する角振動数を表すので、振動数$\frac{v}{\lambda}$に2πを乗じたものになる。原点$x=0$に対して，位置xの変位は$\frac{x}{v}$秒遅れるので，これを周期Tで割り、2πをかけた $2\pi\frac{x}{vT}$　は位置xにおける振動角度の遅れとなる。$\frac{1}{T}=\frac{v}{\lambda}$だから　③は$\frac{-2\pi}{\lambda}$となる。

問２

（1）

図１の波長（位相で2πに相当）は８目盛からなるので，ｘ軸の１目盛は位相 $\frac{\pi}{4}$ に相当する。AとBは２目盛位相がずれているので，両者の位相のずれは $\frac{\pi}{2}$（答）。

（2）

図４のように，図１のAとBを重ね合わせた合成波の波形を作成する。すると$x<0$で原点に最も近くで，変位が0となる点は　$\frac{-\lambda}{8}$（答），　最大となる点は　$\frac{-3\lambda}{8}$（答）となる。

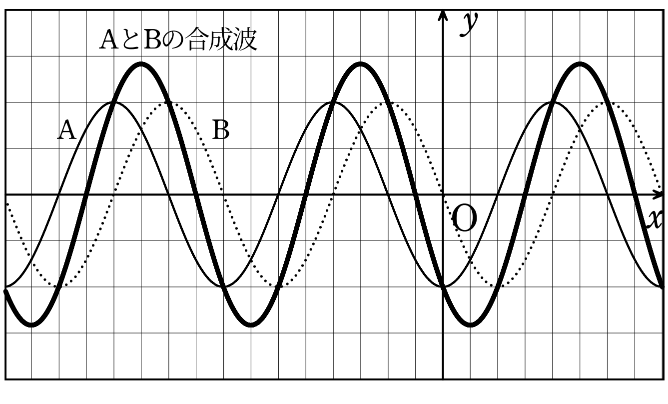

図４

（3）

最大の変位が振幅である。合成波の図から変位が最大となる$x=\dfrac{-3\lambda}{8}$ではAもBも変位は$\dfrac{a}{\sqrt{2}}$だから合成波の振幅は$\sqrt{2}\,a$（答） となる。

<解説>

問１③でーがつくことがポイント。正方向に進行するので，位置 x における変位が原点の変位よりも遅れることを理解する。

問２（２）（３）は数式を用いて考えることも良い。

Aの波の式は$y=a\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-\dfrac{2\pi}{\lambda}x\right)=-a\cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda}x\right)$

Bの波の式は $y=a\sin\left(\pi-\dfrac{2\pi}{\lambda}x\right)=-a\sin\dfrac{2\pi}{\lambda}x$

両者の合成波の式は $y=-a\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}x-a\sin\dfrac{2\pi}{\lambda}x=-a\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{2\pi}{\lambda}x\right)$

$y=0$ となるのは $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{2\pi}{\lambda}x=0$ とすると$x=-\dfrac{\lambda}{8}$ 。

y が最大値１となるのは $\dfrac{\lambda}{4}+\dfrac{2\pi}{\lambda}x=-\dfrac{\pi}{2}$ とすると$x=-\dfrac{3}{8}\lambda$ 。

上記の合成波の式から，振幅は$\sqrt{2}\,a$　となる。

［2］

問１

図５−1のようにBの音源からPまでの距離とAの音源からPまでの距離の差（経路長差）は点Cで0であり，点Dで$(20-10\sqrt{3})$m。すなわちPがCからDまで移動するにつれ，経路長差は0から$(20-10\sqrt{3})$mまで変化する。点Cでは両音源からの音波が干渉して強め合う。したがって経路長差が波長と等しくなると，音波が強く観測される。すなわちBP − AP = $n\lambda$となるP点で音波が強くなる（nは整数）。音波の波長 λ= 音速/振動数 = 330/440 = 0.75 m。

$$0<n\lambda<(20-10\sqrt{3})$$

$$0<n<\frac{(20-10\sqrt{3})}{0.75}=3.5$$

これを満足する n は1，2，３だから
強く観測される点は３地点　（答）。

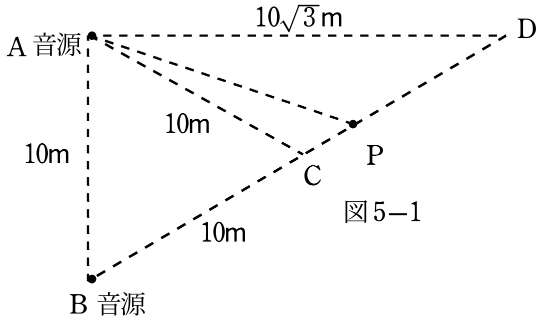

図５−1

問２

図５−2のように測定装置はC点を通過するとき，音源から遠ざかる方向に２m/s の速度をもつ。したがってドップラー効果によりシフトした振動数を測定する。

$$f'=\frac{v-v_o\cos 60^\circ}{v}f=\frac{(330-2)}{330}\times 1000=9993.9\fallingdotseq 994\ \text{Hz}\qquad（答）$$

ただし，ここでvとf は音波の速度と振動数，v_o は測定装置の速度である。

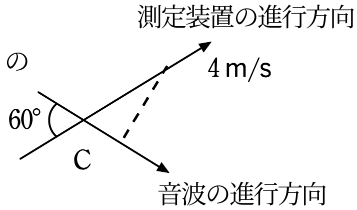

図５−2

<解説>

波動の干渉とドップラー効果に関する問題。基礎的かつ正確な理解を問う。問１では，点PがCからDまで移動するにつれて（AP－BP）が単調に増加することが前提となる。AB＝c，AP＝b，BP＝a とすると， $a^2=b^2+c^2-2bc\cos 60°$，$b^2-a^2=bc-c^2$ であるから，bの増大すなわちPがCからDに向かうにつれ，（AP－BP）が増大する。問２では測定装置が音源から遠ざかる方向へ速度成分をもっているためドップラー効果が発生する。

$\boxed{4}$

問１

状態２の気体状態方程式は

$2\sqrt{2}P_2V_0=RT_2$ ⑴

状態３の気体状態方程式は

$4\sqrt{2}P_2V_0=RT_0$ ⑵

⑵から$P_2=\dfrac{RT_0}{4\sqrt{2}V_0}=\dfrac{P_0}{4\sqrt{2}}$ （答）

⑴，⑵から$RT_2=\dfrac{RT_0}{2}$ だから $T_2=\dfrac{T_0}{2}$ （答）

問２

１→２の変化は断熱膨張で，熱の出入りはない。したがって動力装置によってなされた仕事は，気体の内部エネルギーの変化に等しい。すると

$\varDelta U_{12}=$（状態２の内部エネルギー）－（状態１の内部エネルギー）

$=\dfrac{3}{2}RT_2-\dfrac{3}{2}RT_0=\dfrac{3}{4}RT_0-\dfrac{3}{2}RT_0=-\dfrac{3}{4}RT_0=\varDelta W_{12}$ （答）

問３

３→４の変化は断熱圧縮で，熱の出入りはない。

すると$\varDelta W_{34}=\varDelta U_{34}=$（状態４の内部エネルギー）－（状態３の内部エネルギー）

$=\dfrac{3}{2}RT_4-\dfrac{3}{2}RT_0=\dfrac{3}{2}RT_0$

したがって，$T_4=2T_0$ （答）

また状態４の気体状態方程式は $P_0V_4=RT_4=2RT_0=2P_0V_0$ だから

$V_4=2V_0$ （答）

問４

４→１の変化は定圧圧縮で温度が低下するので、熱源Bに熱が気体から放出される。

$\varDelta U_{41}=$（状態１の内部エネルギー）－（状態４の内部エネルギー）

$=\dfrac{3}{2}RT_0-\dfrac{3}{2}RT_4=-\dfrac{3}{2}RT_0$

$\varDelta W_{41}=P_0(V_4-V_0)=P_0V_0=RT_0$ （答）

熱力学の第一法則により$\varDelta U_{41}=\varDelta Q_{41}+\varDelta W_{41}$だから

$\varDelta Q_{41}=\varDelta U_{41}-\varDelta W_{41}=-\dfrac{3}{2}RT_0-RT_0=-\dfrac{5}{2}RT_0$ （答）

問５

気体の定圧モル比熱 C_P とは、定圧条件で気体１モルの温度を1 K上昇あるいは低下させるのに必要な熱量をいう。

問４で４→１の変化によって温度はT_0 K低下して$\varDelta Q_{41}$の熱量を放出するので、

$$C_P=\frac{|\varDelta Q_{41}|}{T_0}=\frac{5}{2}R \qquad （答）$$

＜解説＞

理想気体の状態変化と仕事、熱の授受に関する基礎的知識と理解を問う問題である。状態変化の計算においては、気体から見た仕事の正負，熱量の正負について正しく理解すること。

問１　計算は容易だから，気体の状態方程式とその意味を理解していれば正答できる。

問２　$\varDelta U_{12}=\varDelta W_{12}<0$ ということは，気体が動力装置に対して仕事をしたということである。

問３　断熱圧縮だから$\varDelta W_{34}=\varDelta U_{34}$であることに着目すれば良い。

問４　熱力学の第一法則（気体の内部エネルギーの変化）＝（外部との熱の吸収放出）＋（外部からなされた仕事）を理解していること。この問題では熱源Bに熱が放出される。

問５　気体のモル比熱の意味を理解しておくこと。

$\boxed{5}$

①量子数　②基底状態　③ボーア半径　④吸収

⑤ $h\nu=E_{n2}-E_{n1}=\dfrac{2\pi^2k_0{}^2me^4}{h^2}\left(\dfrac{1}{n_1{}^2}-\dfrac{1}{n_2{}^2}\right)$　だから

$$\nu=\frac{2\pi^2k_0{}^2me^4}{h^3}\left(\frac{1}{n_1{}^2}-\frac{1}{n_2{}^2}\right) \qquad （答）$$

⑥　$\lambda\nu=c$ から　$\dfrac{1}{\lambda}=\dfrac{\nu}{c}$ となるので⑤の答から，

$$R=\frac{2\pi^2k_0{}^2me^4}{ch^3} \qquad （答）$$

⑦リュードベリ　⑧バルマー　⑨３

⑩　$r_n=a_0n^2=5.3\times10^{-11}\times(10^5)^2=0.53$　　（答）

⑪　$2n+1$　　（答）

⑫ nが十分大きいので　$\left(\dfrac{1}{n^2}-\dfrac{1}{(n+1)^2}\right)=\dfrac{2n+1}{n^2(n+1)^2}\fallingdotseq\dfrac{2n}{n^2(n+1)^2}=\dfrac{2}{n(n+1)^2}\fallingdotseq\dfrac{2}{n^3}$　となり，これを⑤の答に適用すると $\nu=\dfrac{4\pi^2k_0{}^2me^4}{n^3h^3}$　　（答）

⑬静電気力（あるいはクーロン力）

⑭向心力 $=\dfrac{mv^2}{r}=$ 電子と原子核（陽子）間の静電気力 $=\dfrac{k_0{}^2e^2}{r^2}$ だから

$$v=e\sqrt{\frac{k_0}{mr}} \qquad （答）$$

⑮回転数 = 電子の速度/円周長 $=\dfrac{v}{2\pi r}$だから

$$\frac{e}{2\pi r}\sqrt{\frac{k_0}{mr}} \qquad （答）$$

＜解説＞

ボーアの水素原子模型に関わる問題である。教科書の記載内容を記憶，理解しておく。

④ では，この場合，光の放出に対応するのは吸収である。水素原子が光を吸収すると，ある定常状態 n_1 から別の定常状態 n_2 ($n_2 > n_1$) に遷移する。すなわちエネルギー準位が高くなる。

⑤ ここで(1)式を応用することが必要となる。すなわち放出される光の振動数は電子のエネルギー変化＝（準位の高い定常状態 n_2 のエネルギー　―　準位の低い定常状態 n_1 のエネルギー）に対応することを理解していなければならない。放出される光のエネルギーは　$h\nu = E_{n1} - E_{n2}$ だから

$\nu = \dfrac{E_{n1} - E_{n2}}{h}$ から(1)を用いて求める。

⑥ ここでは光の波長 λ，振動数 ν，速度 c の関係 $\lambda\nu = c$ を理解していなければならない。

⑩は(2)式から求める。⑫では n が非常に大きい場合の近似の過程を理解しておくことが重要である。このような近似は物理学においてしばしば利用される。複雑な式を単純化して，現象の本質を理解したり，定量的な把握を容易にするなどの効果がある。

⑬⑭では力学と電磁気学の知識と応用が必要となる。円運動する電子には向心力が必要で，それは電子と原子核（陽子）との間に働く静電気力（引力）である。