平成２２年度 ／ 前期

問 題 訂 正 （ 物 理 ）

問 題 訂 正

物 理 問 題 Ⅱ

（６ページ（１ｂ）の ３行目）

（誤） そのためには，

↓

（正） そのとき

（６ページ（１ｂ）の ５行目）

（誤） 同じ値になるようにすればよい。

↓

（正） 同じ値である。

物　　　　理　（3 問題　100 点）

物理問題　I

次の文を読んで，$\boxed{}$ に適した式を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，$\boxed{\boxed{}}$ はすでに $\boxed{}$ で与えられたものと同じ式を表す。また，**問 1**，**問 2** では，指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

図 1 に示すように，水平な床の上に質量 M の台車(全長 $2L$)が置かれている。台車には中央部に支柱によって支持された水平な棒が取り付けられている。その水平な棒の中央から大きさが無視できる質量 m の小球(質点)が，長さ h のひもでつるされている。支柱と棒とひもの質量は無視できる。小球は最下点(ひもと水平面とのなす角が 90°)で台車と滑らかに接する。台車と小球の間の摩擦は無視できる。以下では，小球は**図 1** 中の xy 平面(鉛直平面)内で運動するものとする。台車は床と離れることなく，x 方向に運動するものとする。台車には軽く薄い壁 C(質量と厚さが無視できる)が取り付けられている。小球と壁 C のはね返り係数(反発係数)を e とする。重力加速度の大きさを g とする。

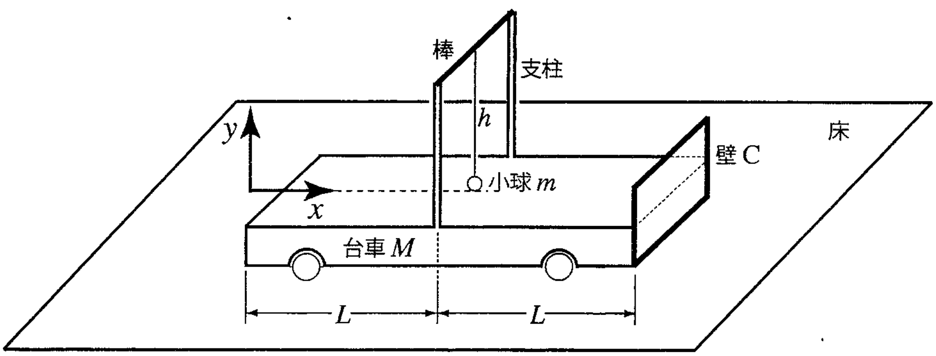

図 1

（1） はじめに，台車を床に固定する。このときに**図2**に示すように，小球をひもが水平に張られる点Aまで持ち上げる。その後，静かに小球をはなすと，小球は xy 平面内を降下する。小球が最下点Bに到達する直前の小球の速さは $\boxed{\text{ア}}$ であり，このときのひもの張力は $\boxed{\text{イ}}$ である。小球が最下点Bに到達した瞬間にひもを切ると，小球は台車の上面を移動して壁Cに衝突してはね返り，台車の端Dに至る。なお，ひもを切るときには，小球は力積を受けないとする。最下点Bでひもを切った瞬間から小球が台車の端Dに到達するまでの時間は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

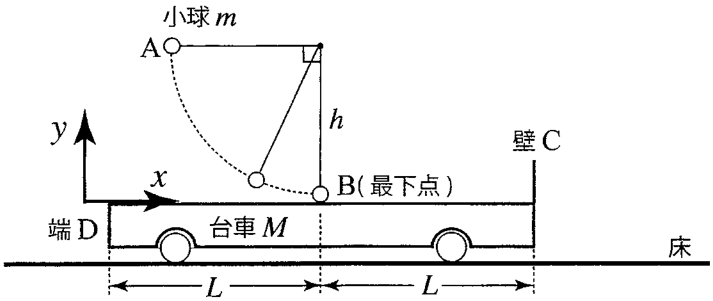

図2

（2） つぎに，台車が床の上を摩擦なく移動できるようにする。このとき，はじめに台車を動かないように押さえて，**図2**に示すように，小球をひもが水平に張られる点Aまで持ち上げる。その後，静かに台車と小球を同時にはなすと，台車と小球が運動する。小球が点Aから最下点Bに到達するまでの間，小球をつるすひもがたるむことはないとする。小球が最下点Bに到達する直前の小球の速さは $\boxed{\text{エ}}$ であり，このときのひもの張力は $\boxed{\text{オ}}$ である。小球が最下点Bに到達した瞬間にひもを切ると，小球は台車の上面を移動して壁Cに衝突してはね返り，台車の端Dに至る。なお，ひもを切るときには，小球および台車は力積を受けないとする。小球は最下点Bから壁Cに到達するまでの間，台車に対して相対的な速さ $\boxed{\text{カ}}$ で運動する。小球が最下点Bから壁Cに到達するまでの時間は $\boxed{\text{キ}}$ である。また，小球が壁Cに衝突してはね返ってから台車の端Dに到達するまでの時間は $\boxed{\text{ク}}$ である。したがって，最下

点Bでひもを切った瞬間から小球が台車の端Dに到達するまでの時間は，台車を固定したときの時間 $\boxed{\text{ウ}}$ の $\boxed{\text{ケ}}$ 倍となる。

問 1　上記の(2)の状態(台車が床の上を摩擦なく移動できる状態)で，小球と台車をまとめて一つの系と呼ぶことにする。この系の重心(質量中心)は水平方向には動かない。この理由を50字以内で簡潔に説明せよ。

問 2　上記の(2)の状態(台車が床の上を摩擦なく移動できる状態)で，台車を動かないように押さえて小球をひもが水平に張られる点Aまで持ち上げ，台車と小球を同時にはなした瞬間の台車の位置を基準点とすれば，小球が壁Cに衝突してはねかえって台車の端Dに至った瞬間に台車はどの位置にあるか。**問 1**で述べたこと(系の重心が水平方向に動かないこと)を利用して，導出の過程を含めて解答せよ。なお，ひもの長さ h は台車の全長の半分 L より短い($h < L$)。

物理問題　II

以下の(1)と(2)の $\boxed{\quad\quad}$ には適した式を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，$\boxed{\boxed{\quad\quad}}$ はすでに $\boxed{\quad\quad}$ で与えられたものと同じ式を表す。また，**問1～問3**では，指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

(1)　**図1(a)**に示すように，xyz 空間に電場 E_y が加えられている。この電場は，**図1(b)**に示すように，周期を T として時間的に変化している。最初の半周期には y 軸の正の向きに大きさ E_0 の電場が，次の半周期には y 軸の負の向きに大きさ E_0 の電場が加えられる。加えられる電場は，空間的には一様である。質量が m で正の電荷 q をもつ荷電粒子Pが，時刻 t が $t=0$ で原点 $(x=y=z=0)$ にある。この粒子Pは，y 軸方向の電場によって加速度運動をするが，この運動のようすは $t=0$ で粒子Pに与える初速度によって異なる。重力の影響は無視できるとする。

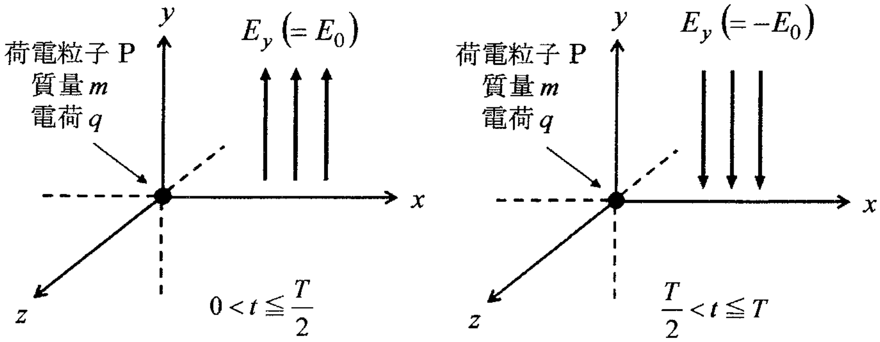

図1(a)

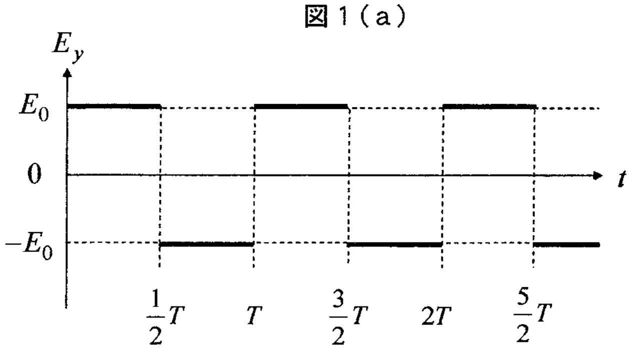

図1(b)

（1a） $t=0$ において粒子Pは原点に静止しているものとする。$0<t\leqq\dfrac{T}{2}$ のときには，粒子Pは y 軸の正の向きに加速される。$t=\dfrac{T}{2}$ での粒子Pの速度の y 成分 v_y と座標 y はそれぞれ $\boxed{\text{イ}}$ と $\boxed{\text{ロ}}$ で表される。$\dfrac{T}{2}<t\leqq T$ のときには，粒子Pは，$t=\dfrac{T}{2}$ での速度の y 成分 $\boxed{\text{イ}}$ と座標 $\boxed{\text{ロ}}$ を初期値として y 軸の負の向きに加速される。$\dfrac{T}{2}<t\leqq T$ のとき，粒子Pの速度の y 成分 v_y を時刻 t の関数として表すと $\boxed{\text{ハ}}$ となる。そのときの粒子Pの座標 y も時刻 t の関数として表すことができる。それらの結果から，$t=nT$　($n=0, 1, 2, 3, \cdots$)での粒子Pの速度の y 成分は 0 であるが，粒子Pは時間の経過とともに原点から離れていくことがわかる。

問 1　以上の結果をもとに，$0\leqq t\leqq 2T$ における粒子Pの速度の y 成分 v_y を時刻 t の関数としてグラフに示せ。グラフ中には $t=\dfrac{T}{2}$ における速度の y 成分 v_y の値を記入せよ。また，$0\leqq t\leqq 2T$ における粒子Pの座標 y と時刻 t との関係を表す曲線の概要をグラフに示せ。ただし，グラフ中に $t=\dfrac{T}{2}$ における座標 y の値を記入する必要はない。

（1b） $t=0$ において，粒子Pの速度の x 成分 v_x と z 成分 v_z を $v_x=v_z=0$ として，速度の y 成分 v_y を適切な値にすれば，時間が経過しても粒子Pが原点から遠く離れていかないようにすることができる。そのためには，$t=\dfrac{T}{2}$ および $t=T$ での粒子Pの座標 y がともに $y=0$ になり，また $t=T$ での速度の y 成分 v_y が $t=0$ のときと同じ値になるようにすればよい。この条件は，$t=0$ での粒子Pの速度の y 成分 v_y が $\boxed{\text{ニ}}$ の場合に満たされる。このとき，$t=\dfrac{T}{2}$ における粒子Pの速度の y 成分 v_y は $-\boxed{\text{ニ}}$ となる。

$\dfrac{T}{2}<t\leqq T$ のときには，粒子Pは $t=\dfrac{T}{2}$ での速度と座標を初期値として y 軸の負の向きに加速される。$\dfrac{T}{2}<t\leqq T$ のときの粒子Pの速度の y 成分 v_y を時刻 t の関数として表すと $\boxed{\text{ホ}}$ となる。そのときの粒子Pの座標 y も時刻 t の関数として表すことができる。

問 2　以上の結果をもとに，$0 \leqq t \leqq 2T$ における粒子Pの速度の y 成分 v_y を時刻 t の関数としてグラフに示せ。グラフ中には $t = \dfrac{T}{2}$ における速度の y 成分 v_y の値を記入せよ。また，$0 \leqq t \leqq 2T$ における粒子Pの座標 y と時刻 t との関係を表す曲線の概要をグラフに示せ。ただし，グラフ中に $t = \dfrac{T}{2}$ における座標 y の値を記入する必要はない。

(2)　**図2(a)**に示すように，xyz 空間に電場 E_y または磁場 B_z が加えられる。これらの電場と磁場は，**図2(b)**に示すように，周期を T として時間的に変化している。最初の半周期には y 軸の正の向きに大きさ E_0 の電場のみが，次の半周期には z 軸の正の向きに磁束密度の大きさ B_0 の磁場のみが加えられる。加えられる電場や磁場は，空間的には一様である。質量が m で正の電荷 q をもつ粒子Pが $t = 0$ で原点($x = y = z = 0$)にある。

最初に，$0 < t \leqq \dfrac{T}{2}$ のときの粒子Pの運動が(1b)の場合と同じになるように，$t = 0$ での粒子Pの速度の x 成分 v_x と z 成分 v_z を $v_x = v_z = 0$ として，速度の y 成分 v_y を $\boxed{\text{ニ}}$ とする。

一方，$\dfrac{T}{2} < t \leqq T$ のときには，磁場の影響を受けて大きさが $\boxed{\text{ヘ}}$ のローレンツ力が粒子Pに作用する。このため，粒子Pは xy 平面内で円運動を始める。この円運動の中心は x 軸上にあり，その x 座標は $\boxed{\text{ト}}$ で与えられる。このとき，円運動の半径は磁束密度の大きさ B_0 に応じて変化するが，$\dfrac{T}{2} < t \leqq T$ の間に粒子Pが運動する軌跡の長さは $\boxed{\text{チ}}$ となり，磁束密度の大きさ B_0 によらない。

いま，磁束密度の大きさ B_0 を $\boxed{\text{リ}}$ に選ぶと，粒子Pは，$\dfrac{T}{2} < t \leqq T$ の間に xy 平面内で円軌道を半周した後，$t = T$ において再び $t = 0$ のときと同じ速度の y 成分 $v_y = \boxed{\text{ニ}}$ と座標 $y = 0$ をもつようにすることができる。このとき，粒子Pの x 座標は $\boxed{\text{ヌ}}$ となる。それ以降の $nT < t \leqq (n+1)T$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$)のときには，粒子Pは，y 軸方向には $0 < t \leqq T$ のときと同じ運動を行い，x 軸方向には原点から離れていく。

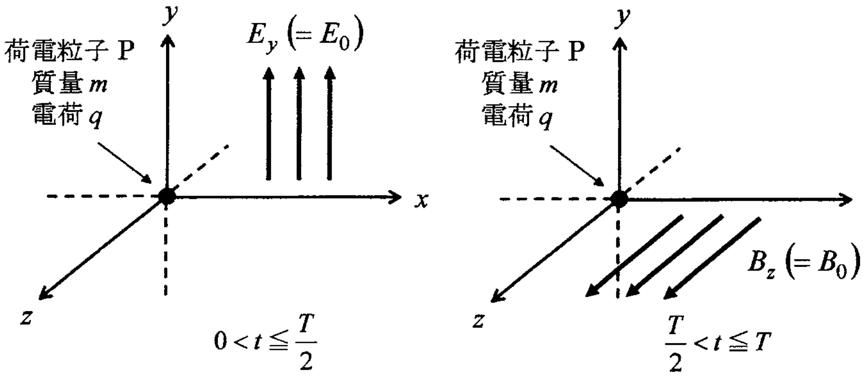

図 2（a）

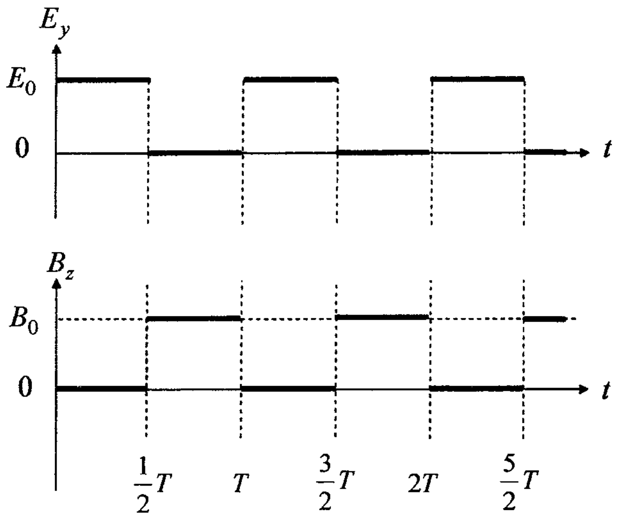

図 2（b）

問 3　以上の結果をもとに，$0 \leqq t \leqq 2T$ における粒子 P の xy 平面内での運動の軌跡を描け。軌跡には，粒子 P の進む向きを示す矢印を付けよ。また，粒子 P の $t = \frac{3}{4}T$ における y 座標と $t = T$ における x 座標の値を記入せよ。

物理問題　Ⅲ

次の文を読んで，$\boxed{}$ には適した式または数値を，$\{\quad\}$からは適切なものを選びその番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，$\boxed{\boxed{}}$ はすでに $\boxed{}$ で与えられたものと同じものを表す。また，**問１**〜**問３**では，指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

図１に示すように，一端に振動板(スピーカー)を取り付けた円筒形の透明な容器に，ふたをして空気を密閉し，水平に置いた。ふたは，容器内の気圧が外気圧と等しくなるように水平方向(**図１**の x 軸方向)に動くが，音波によって振動することはないとする。また，この容器の内壁には，はじめ，軽い粉が水平方向に一様に薄く置かれている。容器内の空気は理想気体であるとする。

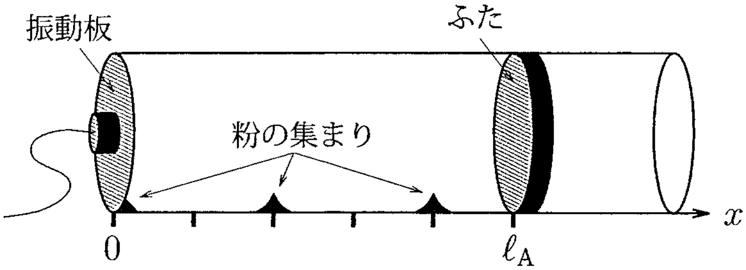

図１

まず，容器内の空気の絶対温度を T_A にした。このとき，気柱の長さ(振動板からふたまでの距離)が ℓ_A になった。この状態で，振動板から単一振動数の音を発し，その振動数を変化させていったところ，振動数が f のとき，**図１**に示すように容器内の３ヶ所(うち１ヶ所は振動板近傍)に等間隔に粉が集まり，気柱が共鳴を起こしていることがわかった。なお，**図１**の x 軸は，気柱の左端を原点($x=0$)とした気柱の水平方向の座標軸であり，目盛りは $\dfrac{\ell_A}{5}$ の間隔で付けてある。

問 1　粉の集まりの中心の位置(振動板近傍の集まりについては，振動板の位置 $x=0$)は，3ヶ所とも共鳴の定常波の腹の位置である可能性と，3ヶ所とも節の位置である可能性がある。また，この気柱の右端のふたは固定端であると考えてよいとする。気柱に生じた定常波による，ある時刻における各 x での空気の変位 y を，解答用紙のグラフに記入せよ。なお，グラフ中の破線は，その時刻における腹の位置での空気の変位を示す。空気の変位 y は x 軸の正の向きを正とする。

気柱の共鳴音波の波長 λ_A および気柱内の音速 V_A は，ℓ_A と f を用いて，それぞれ $\lambda_A=$ $\boxed{\text{あ}}$ ，$V_A=$ $\boxed{\text{い}}$ と表される。なお，この気柱が共鳴を起こす最も低い振動数は f を用いて $\boxed{\text{う}}$ と表される。

気柱に定常波がある場合の，気柱の各点での空気の変位と空気の密度との間の関係を考えよう。定常波がない場合に，位置 x と $x+\Delta x$（Δx は正の微小量）の間の筒状の領域を筒領域Ⅰと呼ぶ(**図 2** 参照)。定常波がある場合に，位置 x における空気の変位を y，位置 $x+\Delta x$ における空気の変位を $y+\Delta y$ とすると，筒領域Ⅰ内にあった空気は位置 $\boxed{\text{え}}$ と $\boxed{\text{お}}$ の間の筒領域Ⅱに移動する。したがって，この2つの筒領域の空気の密度の比は，$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ を用いて

$$\frac{\text{定常波があるときの筒領域Ⅱの空気の密度}}{\text{定常波がないときの筒領域Ⅰの空気の密度}}=\boxed{\text{か}}$$

と表される。したがって，**問 1** のグラフの曲線の $\left\{\right.$ き：① y が最大　② y が最小　③ 傾きが最大　④ 傾きが最小 $\left.\right\}$ の位置 x が空気の密度が最小になる位置である。

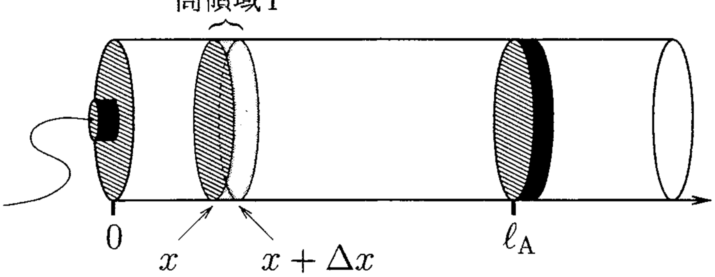

図 2

問 2　**問 1** のグラフの x 軸上に，**問 1** で考えた時刻における空気の密度が最大となる位置のすべてに○印を，空気の密度が最小となる位置のすべてに×印を記入せよ。ただし，気柱の端点は除く。

次に，振動数 f の音を振動板から発しながら，この容器内の空気の絶対温度を T_A から上げていくと，容器のふたが水平方向に動いていき，気柱の長さが ℓ_B になった。このとき，気柱に再び共鳴が起こり，こんどは容器内の 4 ヶ所(うち 1 ヶ所は振動板近傍)に等間隔に粉が集まった。このときの，気柱の共鳴音波の波長 λ_B は，ℓ_B を用いて $\lambda_B = \boxed{\text{く}}$ と表される。また，容器内の空気の絶対温度 T_B を ℓ_A, ℓ_B, T_A を用いて表すと $T_B = \boxed{\text{け}}$ である。

仮に，空気中の音速が温度によらず一定であれば，2 つの波長 λ_A と λ_B は等しいので，$\dfrac{\ell_B}{\ell_A} = \boxed{\text{こ}}$ (数値)であり，絶対温度 T_B は T_A を用いて $T_B = \boxed{\text{さ}}$ と表される。

しかし，実際には，空気中の音速は温度によって変化し，絶対温度 T における音速 V は

$$V = V_0 + bT \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

と表される。V_0 および b は正の定数である。温度が高くなると音速は大きくなるので，比 $\dfrac{\ell_B}{\ell_A}$ は，音速が一定の場合の値 $\boxed{\text{こ}}$ {し：① より大きくなる ② と同じである ③ より小さくなる}。

問 3　上の実験における測定値 f, T_A, ℓ_A, ℓ_B のみを用いて，式(1)の定数 V_0 と b を表せ。ただし，導出の過程も示せ。

物理問題は，このページで終わりである。