

1

問1

鉛直上方を正の方向とする。3つのおもりは加速度の大きさ a で運動している。

おもりAには上方に張力 T ，下方に重力の加速度 g が働くから，

$$\text{おもりAの運動方程式 } ma = T - mg \quad (1) \text{ (答)}$$

おもりBには上方に張力 S ，下方に張力 T と重力の加速度 g が働くから

$$\text{おもりBの運動方程式 } ma = S - T - mg \quad (2) \text{ (答)}$$

おもりCには上方に張力 S ，下方に重力の加速度 g が働き，下方に加速度 a で運動するから

$$\text{おもりCの運動方程式 } -4ma = S - 4mg \quad \text{したがって, } 4ma = -S + 4mg \quad (3) \text{ (答)}$$

問2

$$(1) + (2) \text{ から } S = 2m(a + g), \text{ これを(3)に代入して } a = \frac{g}{3} \quad (答)$$

$$\text{したがって, } S = \frac{8}{3}mg \quad (答)$$

問3

$$\text{おもりBが } t_p \text{ 秒後に点pに到達したとすれば, Bの初速は0だから, } h = \frac{at_p^2}{2} = \frac{gt_p^2}{6}$$

$$\text{したがって, } t_p = \sqrt{\frac{6h}{g}} \quad (答)$$

$$\text{おもりCの速度は下方へ } v_p = at_p = \sqrt{\frac{2hg}{3}} \quad (答)$$

問4

$$\text{おもりBが点pにあったとき, おもりA, B, Cの運動エネルギーの和は } \frac{1}{2}(m + m + 4m)v_p^2$$

$$\text{おもりBが角度 } \theta_1 \text{ のときの速度を } v_1 \text{ とすれば, 同じく運動エネルギーは } \frac{1}{2}(m + m + 4m)v_1^2$$

おもりAは $R\theta_1$ 上昇したので, 位置エネルギー $mgR\theta_1$ を得た。おもりBは $R\sin\theta_1$ 上昇したので, 位置エネルギー $mgs\sin\theta_1$ を得た。おもりCは $R\theta_1$ 下降したので位置エネルギー $4mgR\theta_1$ 失った。

したがって, エネルギー保存則によって,

$$3mv_p^2 = 3mv_1^2 + mg(R\theta_1 + R\sin\theta_1 - 4gR\theta_1)$$

$$3v_1^2 = 3v_p^2 + gR(3\theta_1 - \sin\theta_1) = 2gh + gR(3\theta_1 - \sin\theta_1), \text{ したがって}$$

$$\text{おもりCの速度は下方へ } \sqrt{\frac{g(2h + 3R\theta_1 - R\sin\theta_1)}{3}} \quad (答)$$

問5

おもりAおよびBの点Oからみた鉛直方向の距離は, $R\sin\theta_2$ だから,

$$\text{おもりAの位置エネルギーは } mgR\sin\theta_2 \quad (答)$$

$$\text{おもりBの位置エネルギーは } -mgR\sin\theta_2 \quad (答)$$

$$\text{両者の総和は } 0 \quad (答)$$

問6

問5の結果から位置エネルギーは変化しないので、エネルギー保存則によって運動エネルギーは変化しない。すなわち糸が切れた瞬間のおもりA, Bの速度はそのまま維持され、等速円運動をする。その速度は問4において $\theta_1 = \pi$ とおくと、

$$v_s = \sqrt{\frac{g(2h + 3\pi R)}{3}}$$

おもりA, Bはこの速度のまま回るから、角度 θ_2 まで回る時間は、回転距離を速度で割ると

$$t_s = \frac{R\theta_2}{v_s} = R\theta_2 \sqrt{\frac{3}{g(2h + 3\pi R)}} \quad (\text{答})$$

< 解説 >

滑車と糸とおもりからなる系における、重力の下での等加速度落下運動の問題である。誘導的に小問題が連携しているので、前問の結果を次々に利用していく。

問1では張力、重力、加速度の方向に注意して、運動方程式を書く。

問2では問1を解けば良い。

問3 すべてのおもりが等加速度運動している。問2で求めた加速度を使う。

問4 おもりBは円運動をするので、運動方程式によって考えると、やや複雑になる。エネルギー保存則によって考える。位置エネルギーの変化と運動エネルギーの変化が等しいので、簡単に求まる。

問5 おもりAとBの位置が角度 π ずれているので、位置エネルギーの総和に変化がないということがポイント。問題が簡明になっている。

問6 おもりが切れる瞬間の速度を問4を使って求めることがポイント。位置エネルギーの変化がないので、おもりA, Bは等速円運動をする。

2

[1]

問1

正 正 evB 負 反対 vB

問2

1秒間に移動する電気量が電流で、この場合は1秒間に導体の断面積 hw 中を通過する自由電子の数と電荷の積である。断面を通過する電子の数は、断面が電子の速度で1秒間に移動した体積中に含まれる電子の数とも考えられる。

$$\begin{aligned} I &= \text{電荷} \times 1\text{秒あたりに断面を通過する電子の数} \\ &= \text{電荷} \times \text{単位体積当たりの自由電子の数} \times \text{断面が1秒間に移動した体積} = enhwv \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

問3

問1 によって、

$$E_H = vB = \frac{IB}{enhw} \quad (\text{答}) \quad \text{ただしここで問2の答から、} v = \frac{I}{enhw} \text{を用いた。}$$

問4

$$\text{AB間の導体の抵抗} R = \frac{\rho l}{hw} \text{だから、} I = \frac{V}{R} = \frac{hwV}{\rho l} \text{を用いると、}$$

$$V_H = wE_H = \frac{IB}{enh} = \frac{hwV}{\rho l} \times \frac{B}{enh} = \frac{wBV}{\rho len} \quad (\text{答})$$

問5

CD間の抵抗は $\frac{d\rho}{hw}$ だから、DはCよりも $V_{DC} = \frac{d\rho I}{hw} = \frac{d}{l}V$ だけ電位が高い。

したがって、PD間の電位差の V_H からのずれは $\frac{d}{l}V$ (答)

<解説>

電磁気学の基礎知識と思考力が的確であることを要する。

問1 磁場中を移動する電子に働くローレンツ力は教科書に記載の通りで、基本知識として覚えておかなければならない。その結果、電子が導体の一端に溜まり、電場が発生することも記載されている。電子に働く電場の力とローレンツ力とがつりあう。

問2 電池の電圧によって導体中に電流が流れる。電流は自由電子の移動速度 v と密度 n に関連づけられる。

問3 問1で電場 E_H に基づく力 $F_H = -eE_H$ がローレンツ力とがつりあうのだから、 $-eE_H = -evB$ 、したがって $E_H = vB$ である。

問4 電位差 V に電子の速度 v が比例し、ローレンツ力は v に比例するから、PC間の電場は V に比例することになる。

問5 別の考え方を示す。 x 方向の電場は $E_x = \frac{V}{l}$ だから、 $V_{DC} = dE_x = \frac{d}{l}V$ である。したがって、PD間の電位は V_H よりも $\frac{d}{l}V$ 高い。

[2]

問1

十分に時間がたっているので、コンデンサーには電流は流れない。したがって求める電流を I_2 とすれば、 $I_2(R + 2R) = V$ だから、

$$I_2 = \frac{V}{3R} \quad (\text{答})$$

問2

上側の二つの直列接続の抵抗に流れる電流を I_1 とすれば、 $I_1(R + R) = V$ だから、

$$I_1 = \frac{V}{2R}$$

するとコンデンサーの上部電極の電位は(抵抗×電流)の電圧降下により、 $V_u = V - RI_1 = \frac{V}{2}$

コンデンサーの下部電極の電位は同じく電圧降下により、 $V_d = V - RI_2 = \frac{2V}{3}$

したがって、コンデンサーにかかる電圧は $V_c = V_d - V_u = \frac{V}{6}$

したがって、コンデンサーに蓄えられたエネルギーは $\frac{CV_c^2}{2} = \frac{CV^2}{72}$ (答)

<解説>

「十分に時間がたった」とはコンデンサーの充電が終了し、抵抗に流れる電流が一定になったとい

うことである。すると、この回路は二つの抵抗の直列接続が並列接続されたものである。コンデンサーに蓄えられたエネルギーを求めるには両極にかかる電圧を求める必要がある。

3

問1

$$\frac{1}{f} \quad \frac{v}{f} \quad \frac{l}{v} \quad f = \frac{7v}{2l} \quad (\text{答})$$

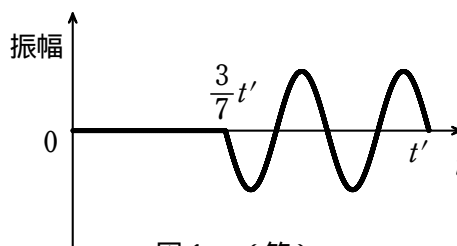
問2

図1に示す。

Q点は $x=0$ から1.5波長ずれているので、 $l=3.5$ 波長の移動に t' の時間を要するので、

$$\frac{1.5}{3.5}t' = \frac{3}{7}t' \text{の時刻に音波が到達する。}$$

したがって $t = \frac{3}{7}t'$ まで振幅は0である。



問3

$$\text{定常波} \quad \frac{(2m-1)v}{4L} \quad \frac{f_2 + f_1}{2(f_2 - f_1)} \quad 2(f_2 - f_1)L \quad m-1 \quad \frac{2(m-1)L}{2m-1} \quad (\text{答})$$

< 解説 >

問1

音波の振動数とは、単位時間内の振動の繰り返しの数だから、繰り返しの時間である周期はその

逆数である。周期 = $\frac{1}{\text{振動数}}$

音源は単位時間に振動数だけの波長の波を出すわけだから、音速 = 振動数 × 波長

音波の先頭が距離 l に到達する時間である。時間 = $\frac{\text{距離}}{\text{音速}}$

図から距離 l が波長の3.5倍であることが分る。したがって 波長 = $\frac{l}{3.5}$, 振動数 = $\frac{\text{音速}}{\text{波長}}$

問3

管の開口に設置されている音源を腹として、閉口端を節とする定常波が起きる。

定常波の波長を λ_1 とすれば、 $L = \frac{2m-1}{4}\lambda_1$ ($m=1, 2, 3, \dots$) , $f_1\lambda_1 = v$ だから、

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{(2m-1)v}{4L} \quad (1)$$

周波数を上げて、 f_2 で共鳴が起きたのだから、 $m+1$ になったということである。したがって、

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{(2m+1)v}{4L} \quad (2)$$

(1)を(2)で除して、 L と v を消去して m を求める。

同様に(2) - (1)として、 v を求める。

図2に示すように、切断した箇所は開口端なので、定常波の腹になる。腹になる位置の個数は、節の数より1つ少ない。節の個数は m である。

図2に示すように，節と腹の間隔は $\frac{1}{4}\lambda_1$ だから，

$$L - L' = \frac{1}{4}\lambda_1, L' = L - \frac{1}{4}\lambda_1 = L - \frac{L}{2m-1} = \frac{2(m-1)}{2m-1}L$$

ただし，ここで $\lambda_1 = \frac{4L}{2m-1}$ を用いた。

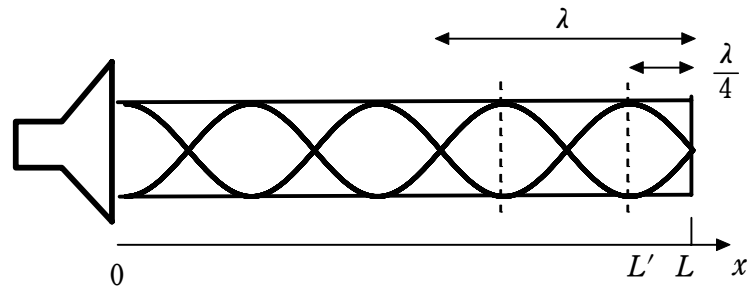


図2 管内の定常波

4

[1]

問1

ピストンは固定されているので，気体に与えられた熱量 Q は全て内部エネルギーの増加になる。

$$\text{したがって, } \Delta U = Q = C\Delta T, C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{2.1 \times 10^3}{370 - 300} = 3.0 \times 10 \quad (\text{答})$$

問2

熱量 Q を加えて，気体の体積が V_3 になったとする。

気体の状態方程式は $p_1V_1 = nRT_1, p_1V_3 = nRT_3$

熱力学の第一法則により，

(加えた熱量) = (気体の内部エネルギーの増加) + (気体が行った仕事) だから，

$Q = C(T_3 - T_1) + p_1\Delta V = C(T_3 - T_1) + nR(T_3 - T_1) = (T_3 - T_1)(C + nR)$ ，したがって

$$T_3 - T_1 = \frac{Q}{C + nR} = \frac{Q}{\frac{p_1V_1}{T_1} + C} \quad \text{となる。ただし, ここで } nR = \frac{p_1V_1}{T_1} \text{ であることを用いた。}$$

問3

問2の過程は定圧変化である。定圧モル比熱は， $C_p = \frac{Q}{n(T_3 - T_1)} = \frac{1}{n} \left(\frac{p_1V_1}{T_1} + C \right)$

一方，問1の過程は定積変化であって，比例定数 C は n モルの気体を1上げるのに必要な熱量

だから $C_v = \frac{C}{n}$ となる。したがって， $C_p = \frac{1}{n} \left(\frac{p_1V_1}{T_1} + C \right) = \frac{1}{n} \left(\frac{p_1V_1}{T_1} + nC_v \right)$

$$C_p - C_v = C_v \left(\frac{C_p}{C_v} - 1 \right) = \frac{p_1V_1}{nT_1}, \text{ したがって } \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{p_1V_1}{nC_vT_1} = 1 + \frac{p_1V_1}{CT_1}$$

$$\frac{p_1V_1}{CT_1} = \frac{1.0 \times 10^5 \times 3.6 \times 10^{-2}}{30 \times 300} = 0.4, \text{ したがって}$$

$$\frac{C_p}{C_v} = 1 + 0.4 = 1.4 \quad (\text{答})$$

< 解説 >

理想気体の状態変化に関する基本的な問題である。気体の状態方程式，熱力学の第一法則を用いる。定圧比熱，定積比熱の概念を覚えておくこと。3問が誘導的に展開されているので，利用すること。

問1 熱力学の第一法則による。

物体が Q [J]の熱を得て，外部から W [J]の仕事をしたとき，内部エネルギーが U_1 [J]から U_2 [J]に変化したとすれば，内部エネルギーの変化 $\Delta U = U_2 - U_1$ は次のようになる。

$$\Delta U = Q + W \quad (\text{熱力学第一法則})$$

この問ではピストンが移動しないので $W = 0$ で，加えた熱量 Q は内部エネルギーの増加になる。

問2 熱力学の第一法則による式に気体の状態方程式を組み合わせることがポイントである。また内部エネルギーと温度の関係を結ぶ比例係数 C を用いる。

問3 問2の過程が定圧変化であるので，問2の式を定圧モル比熱で記述する。また C は定積変化の下で n モルの気体の温度を1上げるのに必要な熱量だから，定積比熱 $C_v = \frac{C}{n}$ である。

[2]

問1

円筒容器の質量を M_s ，体積を V_s とする。

(1)

浮力を考慮して，

$$\text{問題図1におけるつりあいの関係から，} Mg = M_s g - \rho_0 V_s g$$

$$\text{問題図2におけるつりあいの関係から，} \frac{1}{2} Mg = M_s g - \rho_0 V_s g - \rho_0 S l g = Mg - \rho_0 S l g$$

$$l = \frac{M}{2\rho_0 S} \quad (\text{答})$$

(2)

気体の状態方程式 $pV = p l S = nRT$

$$p = \frac{nRT}{lS} = \frac{2\rho_0 nRT}{M} \quad (\text{答})$$

問2

(1)

温度 T における気体の状態方程式として， $pV = nRT$

温度を ΔT 上昇させたとき， $(p + \Delta p)V = nR(T + \Delta T)$ ，

ただし重量計が $\frac{1}{2}M$ と変化がないということは，浮力に変化がないので V には変化はない。

$$\Delta p V = nR\Delta T, \Delta p = \frac{nR\Delta T}{V} = \frac{p\Delta T}{T} = \frac{2\rho_0 nR\Delta T}{M} \quad (\text{答})$$

(2)

円筒内の圧力と水圧のつりあいによって， $p = \rho_0 h g$

$$\text{したがって} \Delta p = \rho_0 \Delta h g \text{だから，} \Delta h = \frac{\Delta p}{\rho_0 g} = \frac{2nR\Delta T}{Mg} \quad (\text{答})$$

$\Delta h > 0$ だから，容器の位置は下がった。 (答)

< 解説 >

浮力と重力のつりあいを含む力学と気体の状態方程式を組み合わせた問題である。特に難しいことはないが、用いる記号を間違えないように。

問 1

- (1) 重力, 浮力, 重量計の力のつりあいから求める。
- (2) 浮力は気体の体積から決まるので, これに気体の状態方程式を組み合わせで求める。

問 2

- (1) 気体の状態方程式によって, Δp と ΔT は関係づけられる。このとき, 重量計の指示値が変化しないので, 浮力には変化がない。すると気体の体積には変化がないということで, 気体の状態変化は定積変化である。
- (2) 温度上昇によって圧力が増加する。この圧力は気体と液体の境界面の液体の圧力に等しい。液体の圧力が増加することになる。これは境界面の深さ h が増加し $h + \Delta h$, $\Delta h > 0$, になることである。圧力上昇 Δp と深さ増加 Δh を関連づけ, (1)により Δh と ΔT を関連づける。

< 総評 >

全体として難問はない。どれも教科書をしっかり読み込み, 問題を解くことによってそれらを検証するような勉強を積み重ねておけば, 対応できる問題である。それぞれの問題の物理過程を的確に理解して, それらを正しく数式表現する力が必要である。

- 1] 重力の下での力学の問題である。力, 加速度の方向を正しく組み込んで運動方程式を書き下せば, 難しいことはない。エネルギー保存則を上手く使うこと。
- 2][1] 電磁誘導による電場の発生の問題である。本質的な理解が必要だが, 教科書に記載されている事項だから, しっかりと読み込んで理解することが必要である。
[2] 電気回路の問題。コンデンサーの充電を理解しておけば, 通常抵抗回路と同様に扱うことができる。
- 3] 音波の問題。定常波の発生と管の開閉の関係, 波長と管長の関係など, 基本的なことを理解していること。
- 4][1] 熱力学と気体の状態変化に関する問題。状態方程式, 定圧比熱, 定積比熱, 熱力学の第一法則などの基本概念を理解しておくこと。
[2] 浮力, 重力に関わる力学と気体の状態変化が絡んだ問題で物理過程を的確に理解すること。

2010.3.13