

# 物 理

- 1 図1のように、半径  $R$  の円柱を4分の1にした台(以下、曲面台とよぶ)を水平な床面に置き、その曲面台の上方に左端が固定されたばねをのせた台を水平に配置する(以下、水平台とよぶ)。ばねの右端部には互いに連結された質量  $2m$  の小球Aと質量  $m$  の小球Bが取り付けられている。曲面台の最上部Sから水平台上表面までの高さ  $h$  は、水平台を水平のまま上下させることで変えることができる。重力加速度を  $g$ 、ばね定数を  $k$ 、曲面台と小球のはねかえり係数を1(弾性衝突)とする。また、小球A、Bの大きさ、水平台の厚み、摩擦、空気抵抗の影響は無視でき、小球A、Bは紙面内でのみ運動し、曲面台は床面に固定されているものとして以下の問いに答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も記せ。

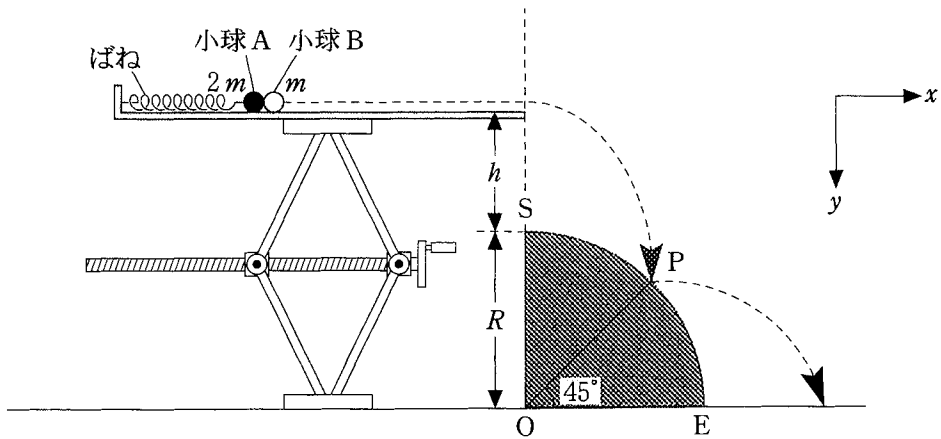


図1

問(1) ばねを自然長から  $d$  だけ縮めてから手を離すと単振動を起こした。最初、小球 A, B 間は互いに連結されているが、何周期か振動した後、小球が右方向に運動していて、ばねがちょうど自然長となったとき、小球 A, B の間の連結を切り離した。

- (a) 切り離す前の周期  $T_0$  と切り離した後の周期  $T_1$  の比  $\frac{T_1}{T_0}$  を求めよ。
- (b) 切り離した直後の小球 B の速度  $v$  を、 $m, g, k, d$  の中から必要なものを用いて表せ。
- (c) 切り離した後の小球 A の振幅  $d_0$  を、 $m, g, k, d$  の中から必要なものを用いて表せ。

問(2) 切り離された小球 B は、水平台上を移動した後、水平台の右端から速度  $v_0$  で飛び出した。その後、図 1 のように  $\angle POE = 45^\circ$  となる曲面台表面の点 P に衝突し、さらに、はねかえって床面上に落下した。このとき、 $h = \frac{R}{\sqrt{2}}$  とし、小球 B は点 P で曲面台の表面に接するなめらかな平面で、はねかえるとみなせることとする。

- (a) 点 P に衝突するために必要な速度  $v_0$  を、 $m, g, R$  の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) 点 P で、はねかえり直後における小球 B の速度の  $x$  成分と  $y$  成分を、 $m, g, R, v_0$  の中から必要なものを用いて表せ。ただし、水平右向きを  $x$  軸の正の向き、鉛直下方を  $y$  軸の正の向きとする。

問(3)  $h = 0$  のとき、図 2 のように、小球 B は水平台表面から速度  $v$  で曲面台に到達し、さらに曲面台表面上を移動した後、ある点 D で曲面台表面から離れた。このとき、点 D の床面からの高さを  $H$  とし、水平台表面と曲面台表面はなめらかにつながっているものとする。

- (a) 図 2 のように  $\angle DOE$  を  $\alpha$  としたとき、 $\sin \alpha$  を  $g$ ,  $R$ ,  $m$ ,  $v$  の中から必要なものを用いて表せ。
- (b)  $\alpha = 90^\circ$  の場合、すなわち曲面台の頂点 S で、小球 B がすぐに曲面台から離れる速度の最小値  $v_1$  を、 $g$ ,  $R$ ,  $m$  を用いて表せ。
- (c) 点 D の高さ  $H$  と速度  $v$  の関係を解答用紙のグラフに実線で描け。ただし、 $v$  が問(3)(b)の  $v_1$  よりも大きいときと小さいときの両方の場合について示せ。また、 $v$  が限りなく 0 に近いときと  $v = v_1$  のときの  $H$  の値をグラフの縦軸上に記せ。

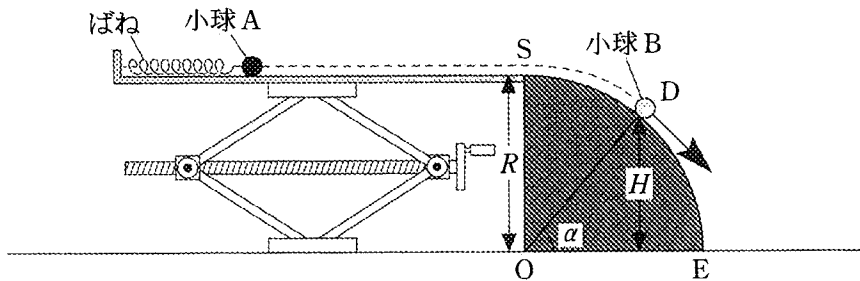


図 2

2 図1のように、断面が一辺の長さ  $a$  の正方形で、電気抵抗の無視できる2本のレールが、水平面内に平行に固定されている。各々のレールの左端をA、Bと名付ける。このレールの上に、断面が一辺の長さ  $b$  の正方形で、質量が  $m$  の角棒を、レールに対して直角に置き、角棒とレールが重なる箇所をC、Dと名付ける。AとBの間で電気抵抗を測定したところ  $R$ であった。角棒はレールと直角を保ったまますべることができる。レールは十分に長く、角棒は常にレールの上にあるものとする。2本のレールの間の幅  $L$  の領域には、磁束密度  $B$  の一様な磁場(磁界)が、鉛直上向きにかかっている。電気抵抗の値は温度に依存せず、自己誘導や空気の影響は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も記せ。

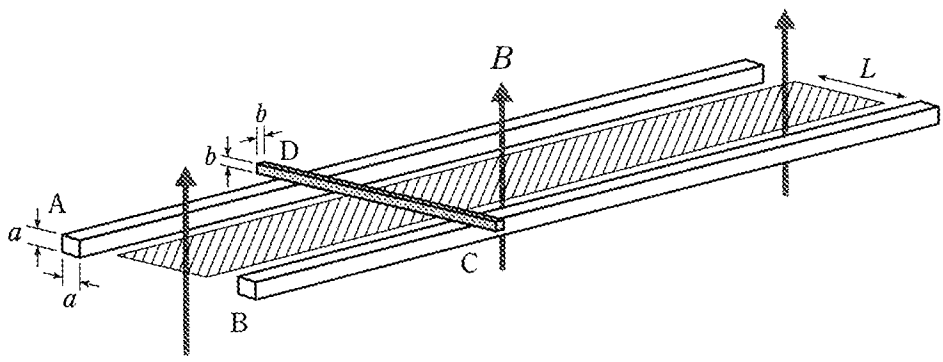


図1

問(1) 図2のように、起電力が  $E$  で内部抵抗の無視できる電池を、スイッチを介して A と B の間につないだ。はじめスイッチは切れており、角棒は静止していた。重力加速度を  $g$ 、2本のレールと角棒の間の動摩擦係数を  $\mu$  とする。

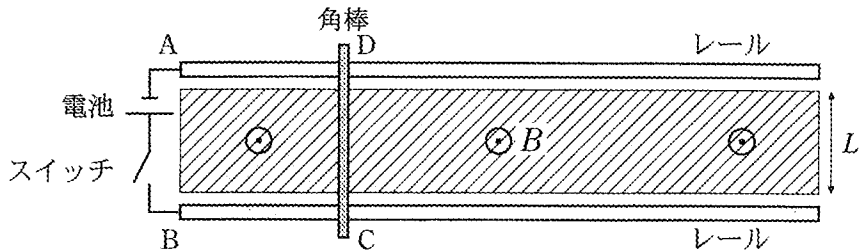


図 2

- (a) スイッチを入れたところ、角棒がレールから受ける摩擦力よりも磁場から受ける力の方が大きいため、角棒はレールの上をすべり始めた。すべり始めた後の角棒の加速度を  $a$ 、角棒に流れる電流を  $I$  とし、角棒が満たすべき運動方程式を、 $m, L, B, g, \mu, a, I$  を用いて表せ。ただし、加速度  $a$  は角棒が AB から遠ざかる方向(図2の右向き)を正とし、電流  $I$  は C から D の方向へ流れるときに正とする。
- (b) 角棒がレールの上を速度  $v$  ですべっているとき、角棒に流れる電流  $I$  を、 $m, R, L, B, E, g, \mu, v$  の中から必要なものを用いて表せ。ただし、速度  $v$  は角棒が AB から遠ざかる方向(図2の右向き)を正とする。
- (c) 十分に時間が経過すると、角棒を流れる電流と角棒の速度が一定の値に達する。このときの電流  $I_c$  と速度  $v_c$  を、 $m, R, L, B, E, g, \mu$  の中から必要なものを用いて表せ。
- (d) 十分に時間が経過して、角棒を流れる電流と角棒の速度が一定の値に達した後、単位時間あたりに回路 ABCD で発生するジュール熱  $Q$  を、 $R, E, I_c$  の中から必要なものを用いて表せ。
- (e) 十分に時間が経過して、角棒を流れる電流と角棒の速度が一定の値に達した後、単位時間あたりに電池がする仕事は、問(1)(d)で求めたジュール熱  $Q$  以外にどのようなエネルギーに変換するか、説明せよ。また、その値を、 $m, R, L, B, E, g, \mu$  の中から必要なものを用いて表せ。

問(2) 次に、スイッチを切り、角棒を取り除いた後、誘電率が  $\epsilon$  で電気を通さない誘電体の膜でレールの上を覆った。誘電体の厚さ  $d$  はレールの幅  $a$  や角棒の幅  $b$  と比べて十分に薄い。このとき、図3のように、同じ角棒を、誘電体の上からレールに対して直角に置いた。角棒と誘電体の間に摩擦はなく、角棒はレールと直角を保ったまま、なめらかに動けるものとする。

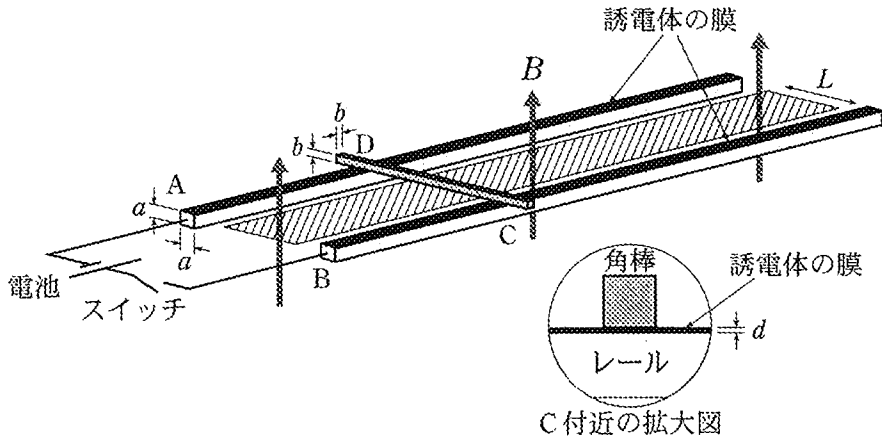


図3

- (a) レールと角棒が重なる C と D の位置では、レールと角棒の間に平行板コンデンサーが形成されたと考えてよい。このとき、回路 ABCD 全体の電気容量を  $a$ ,  $b$ ,  $L$ ,  $d$ ,  $\epsilon$  の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) 角棒が静止している状態で時刻  $t = 0$  にスイッチを入れたところ、角棒はレールの上をすべり始めた。角棒の速度  $v$  を時刻  $t$  の関数として表したグラフとして最も適当なものを図4の(ア)~(ク)の中から1つ選び記号で答えよ。また、角棒に流れる電流に留意して、そのグラフを選んだ理由も記せ。ただし、速度  $v$  は、角棒が AB から遠ざかる方向を正とする。

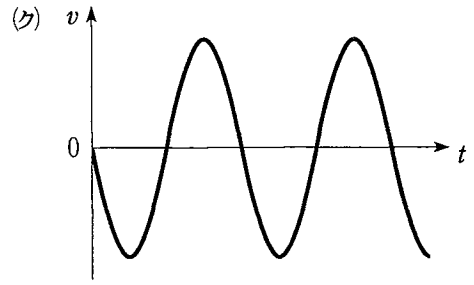
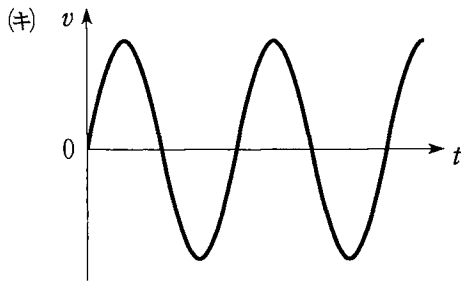
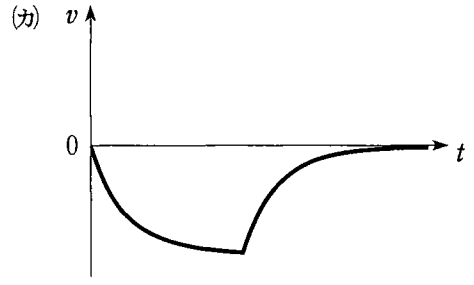
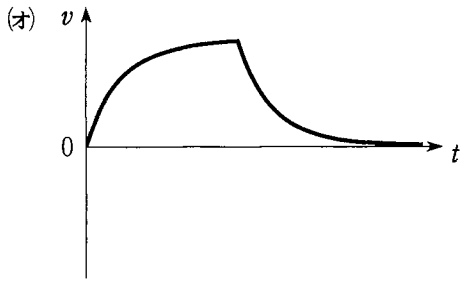
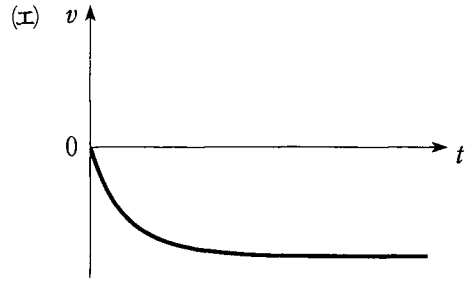
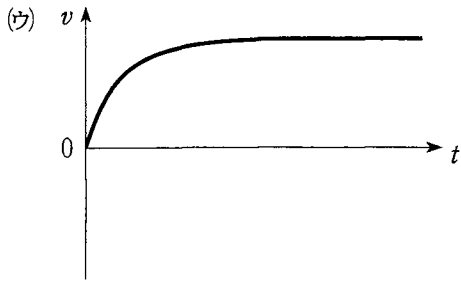
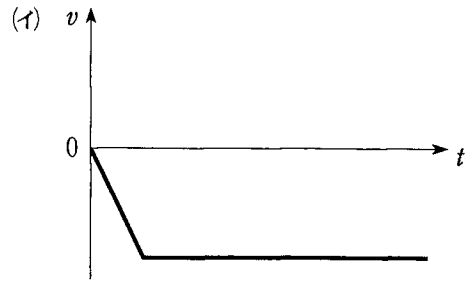
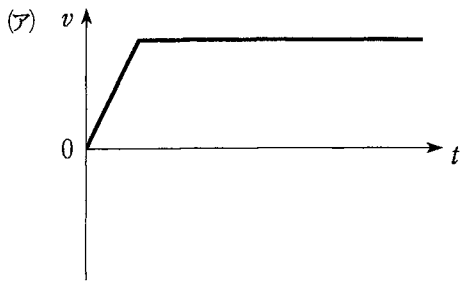


図 4

3 図1に示すような長さ  $2\ell$  で両端の開いた管(開管)が、 $z$  軸上の回転軸に開管の中心が原点と一致するように固定されている。回転軸が矢印の方向に回ることにより、開管は  $x-y$  平面内で  $z$  軸の正方向から見て反時計回りに回転できる。開管内部には低周波発振器に接続された小型スピーカーが取り付けられている。低周波発振器から適切な振動数の正弦波を小型スピーカーに入力すると、開管内の気柱に両方の開口端が腹の位置となる定常波を作ることができる。定常波を音源とした音は、両方の開口端が出口となり周囲に伝わる。この音の波形は、 $x-y$  平面上に置かれたマイクを通してオシロスコープで調べることができる。

床や壁などは、音が通過および反射をしない材質でできているとして、以下の問いに答えよ。解答は、解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく考え方や計算の過程も記せ。

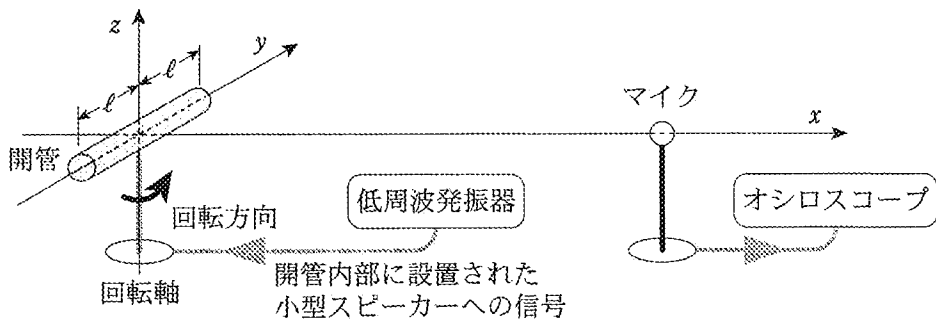


図 1

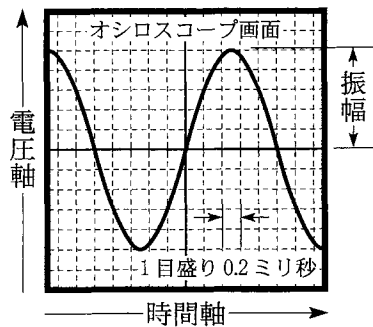


図 2



問(1) 図1のように、開管の中心軸を $y$ 軸と一致させて開管を静止させた。低周波発振器の振動数をゼロからゆっくりと増加させていくと、ある振動数になったとき開管内の気柱に基本振動の定常波ができ、開口端から音が響き始めた。この音を $x$ 軸上に置かれたマイクを通してオシロスコープで調べた。オシロスコープの時間軸1目盛りの間隔を $2.0 \times 10^{-4}$  s(0.2ミリ秒)にしたところ、図2で示すような波形を観測することができた。

- (a) オシロスコープに表示された波形から、定常波の周期  $T_1$  [s] の数値および振動数  $f_1$  [Hz] の数値を求めよ。
- (b) 音速が  $V = 3.4 \times 10^2$  m/s であるとき、図2で観測した音の波長  $\lambda_1$  [m] の数値を、有効数字2桁で求めよ。
- (c) 開管内の気柱の固有振動のうち、波長が  $\lambda = 0.8l$  に対応する低周波発振器の振動数  $f$  [Hz] の数値を求めよ。
- (d) 低周波発振器の振動数を  $f$  に固定して、開管内の気柱に作られる定常波の波長を  $\lambda = 0.8l$  とした。2つの開口端から出た音の干渉を調べるため、マイクを  $x = 8l$  の線上で  $y$  軸正方向に移動させた。マイクを通してオシロスコープで測定した振幅とマイクの  $y$  座標位置の関係を示す最も適切なグラフを、図3の(ア)~(カ)の中から1つ選べ。また、そのグラフを選んだ理由を記せ。なお、グラフを見やすくするために、○で示す測定値はなめらかな破線で結んである。

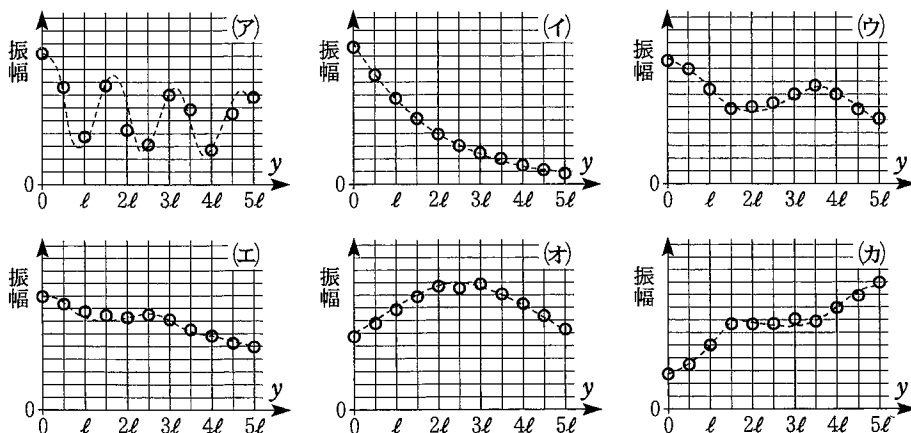


図3

問(2) 次に、低周波発振器の振動数を問(1)(c)で求めた  $f$  に固定し、開管を角速度  $\omega$  で回転させた。このとき、回転による開口端の速度は音速  $V$  より十分に遅く、実験室内には風がない。また、開口端以外からの音はないものとする。

- (a) 開管の中心軸が  $y$  軸と重なるとき、2つの開口端はそれぞれ  $y = -l$  と  $y = l$  の位置にある。このときの時刻を  $t = 0$  とし、そのとき  $y = -l$  にあった開口端の速度の  $x$  成分  $v_x$  と  $y$  成分  $v_y$  を、 $l$ 、 $\omega$ 、 $t$  を用いて表せ。
- (b) マイクを  $l$  の長さに比べると開管から十分に離れた  $x$  軸上の点に移動した。開口端速度の  $x$  方向成分  $v_x$  が周期的に変化するため、ドップラー効果により開口端から放出される音の波長もまた周期的に変化する。マイクの位置で観測される音の波長の最小値と最大値を、 $l$ 、 $\omega$ 、 $V$  を用いて求めよ。
- (c) 回転する2つの開口端からの音波には、ドップラー効果による振動数のわずかな違いがあるため、うなりが生ずる。振動数の違いは周期的に変わるので、うなりの回数もまた周期的に変化する。マイクの位置で観測されるうなりの単位時間あたりの回数の最大値を、 $l$ 、 $\omega$ 、 $V$  を用いて表せ。