

前期：理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・
検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部

1 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$ とする。 $y < x < a$ を満たすすべての x, y に対して

$$f(x) > \frac{(x-y)f(a) + (a-x)f(y)}{a-y}$$

が成り立つような a の範囲を求めよ。

2 a, b を正の実数とする。曲線 $C: y = x^3 - a^2x + a^3$ と点 $P(b, 0)$ を考える。
以下の問いに答えよ。

- (1) 点 P から曲線 C に接線がちょうど 3 本引けるような点 (a, b) の存在する領域を図示せよ。
- (2) 点 P から曲線 C に接線がちょうど 2 本引けるとする。2 つの接点を A, B としたとき、 $\angle APB$ が 90° より小さくなるための a と b の条件を求めよ。

(前期：理学部・医学部(医学科,保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)
歯学部・薬学部・工学部・農学部)

3 1, 2, 3, 4 の数字が1つずつ書かれた4枚のカードを用いて, 次の手順で5桁の整数をつくる。まず1枚を取り出して現れた数字を1の位とする。取り出した1枚を元に戻し, 4枚のカードをよく混ぜて, 再び1枚を取り出して現れた数字を10の位とする。このような操作を5回繰り返して, 5桁の整数をつくる。得られた整数を X とするとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) X に数字1がちょうど2回現れる確率を求めよ。
- (2) X に数字1と数字2がちょうど1回ずつ現れる確率を求めよ。
- (3) X にちょうど2回現れる数字が1種類以上ある確率を求めよ。

4 四面体 ABCD において, 辺 AB の中点を M, 辺 CD の中点を N とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 等式

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}$$

を満たす点 P は存在するか。証明をつけて答えよ。

- (2) 点 Q が等式

$$|\overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QB}| = |\overrightarrow{QC} + \overrightarrow{QD}|$$

を満たしながら動くとき, 点 Q が描く図形を求めよ。

- (3) 点 R が等式

$$|\overrightarrow{RA}|^2 + |\overrightarrow{RB}|^2 = |\overrightarrow{RC}|^2 + |\overrightarrow{RD}|^2$$

を満たしながら動くとき, 内積 $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MR}$ は R のとり方によらず一定であることを示せ。

- (4) (2)の点 Q が描く図形と(3)の点 R が描く図形が一致するための必要十分条件は $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ であることを示せ。

(前期：理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)
歯学部・薬学部・工学部)

次の **5**, **6** は理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部の受験者のみ解答すること。

5 $0 < t < 3$ のとき, 連立不等式

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq \sin x \\ 0 \leq x \leq t - y \end{cases}$$

の表す領域を x 軸のまわりに回転して得られる立体の体積を $V(t)$ とする。

$\frac{d}{dt} V(t) = \frac{\pi}{4}$ となる t と, そのときの $V(t)$ の値を求めよ。

6 xy 平面において, 原点を中心とし $P(1, 0)$ を頂点の 1 つとする正六角形を X とする。 A を 2 次の正方行列とし, X の各頂点 (x, y) に対して, 行列 A の表す移動

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

で得られる点 (x', y') は X の辺上の点(頂点を含む)であるとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 点 P が行列 A の表す移動で P 自身に移るとき, X の各頂点は X のいずれかの頂点に移ることを示せ。また, そのときの行列 A を求めよ。
- (2) 点 P が行列 A の表す移動で X のある頂点に移るとき, X の各頂点は X のいずれかの頂点に移ることを示せ。また, そのときの行列 A を求めよ。