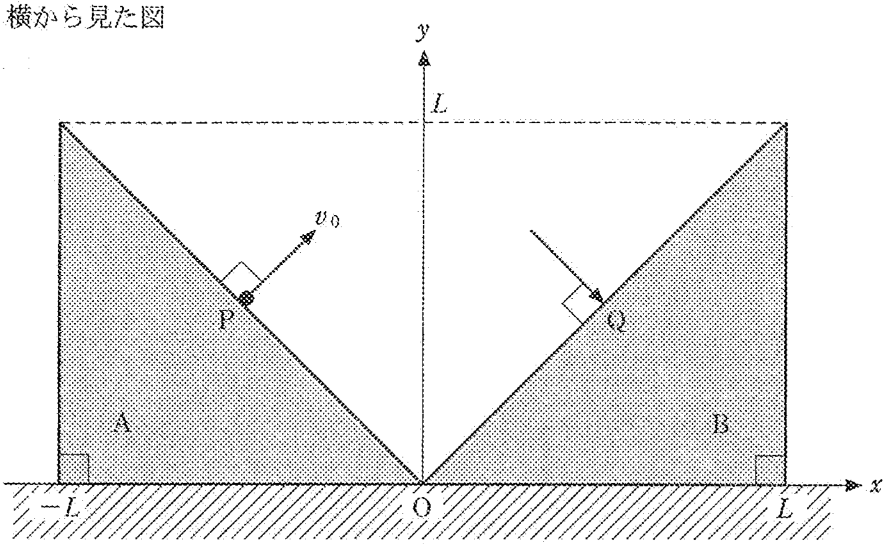
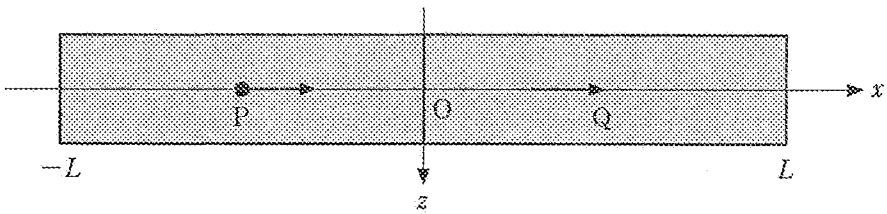
1 (50点)

密度が一様で等辺の長さがLである直角二等辺三角柱の形状をした2つの物体AとBがある。図に示すように，等辺の1つを下にして，2つの物体をz軸上で接するようになめらかな水平面上に置く。接する線分の中点を原点Oとし，物体に沿ってx軸を，鉛直上向きにy軸をとる。物体Aを水平面に固定し，物体Aの斜面の中点Pから斜面に垂直に速さv_0で小球を投げ出したところ，小球は物体Aに衝突することなく，物体Bの斜面上の点Qに，斜面に垂直に衝突した。小球と物体Bとの衝突は弾性衝突であり，小球はxy平面内を運動する。小球の質量をm，物体Bの質量をM，重力加速度の大きさをgとして，物体Bを水平面に固定した場合と固定しない場合について，以下の問いに答えよ。

横から見た図



上から見た図



〔A〕 物体Bを水平面に固定した場合について考える。このとき，小球は物体Bの斜面上の点Qに衝突した後，点Pに衝突した。

(a) 点Qのx座標とy座標をLを用いて表せ。また，v_0をgとLを用いて表せ。

(b) 小球が点Qで物体Bと衝突してから，物体Aに衝突するまでに到達し得る最高点の水平面からの高さHをLを用いて表せ。

〔B〕 物体Bを水平面に固定せず，物体Bが水平面上をx軸の正の向きに自由に運動できる場合について考える。このとき，物体Bの斜面上の点Qに衝突した小球は，その後，2つの物体に衝突せずに原点Oに落下した。

(c) 小球が物体Bと衝突してから原点Oに落下するまでに，小球が到達し得る最高点の水平面からの高さH'をHを用いて表せ。

(d) 小球が物体Bと衝突した直後の，小球の速度のx成分vと，物体Bの速度Vを，m，Mおよびv_0を用いて表せ。

(e) 小球が点Pから点Qまで運動するのに要する時間をTとするとき，小球が点Qに衝突してから原点Oに落下するまでに要する時間T'をTを用いて表せ。

(f) 物体Bの質量と小球の質量の比M/mを有効数字2桁で求めよ。

2 (50 点)

真空中に半径 R の絶縁体球があり，この球内に単位体積あたり $-\rho(\rho > 0)$ の負電荷が一様に分布している。図1に示すように，この球の中心を含む平面に沿って狭い隙間を開ける。平面状の隙間を含む平面を xy 平面とし，球の中心を座標の原点Oとする。隙間の幅は無視できるとする。この隙間内で原点Oより距離 $r(\leqq R)$ の点における，絶縁体球全体の電荷による電場は，原点Oを中心とする半径 r の球内に存在する全電荷が原点Oに集中していると考えたときに，この電荷が作る電場と等しいことが知られている。

この隙間内で，正電荷 q をもち，質量 m で大きさの無視できる荷電粒子が摩擦なく運動する。以下の問いに答えよ。ただし，重力の影響を無視し，この荷電粒子は絶縁体球と絶縁されており，この荷電粒子の運動に伴う絶縁体球内の電荷分布の変化はないとする。

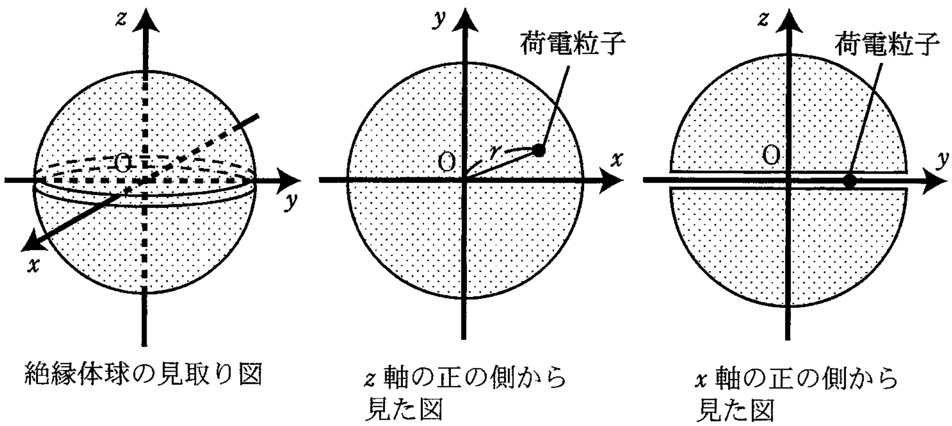


図1

〔A〕

(a) 原点Oから距離$r(\leqq R)$にこの荷電粒子があるとき，この荷電粒子の受ける力は原点Oに向かう向きであり，大きさは$F(r) = Cr$と書ける。Cを求めよ。ただし，真空中のクーロンの法則の比例定数をk_0とする。

以下の問いでは，答にCが含まれるときには，問(a)で得られたCの値は代入せずにCを用いよ。

(b) $F(r) = Cr$がrに比例する形であることに着目して，原点Oから距離$r(\leqq R)$にこの荷電粒子があるときの静電気力による位置エネルギー$U(r)$を答えよ。ただし，原点Oを位置エネルギーの基準点にとることとする。

(c) 原点Oにあるこの荷電粒子にx軸の正の向きに速さv_0を与える。この荷電粒子が絶縁体球の表面$(r = R)$まで到達するためのv_0の最小値を求めよ。

（問題は次ページへ続く）

〔B〕 つぎに，z 軸の正の向きに磁束密度の大きさが B の一様磁場を加える。

(d) 問(c)と同様に，原点Oにあるこの荷電粒子に x 軸の正の向きに速さ v_1 を与えたところ，図2に示す曲線に沿ってこの荷電粒子は運動し，絶縁体球の表面に到達した。球の表面に到達したときのこの荷電粒子の速さ v を求めよ。

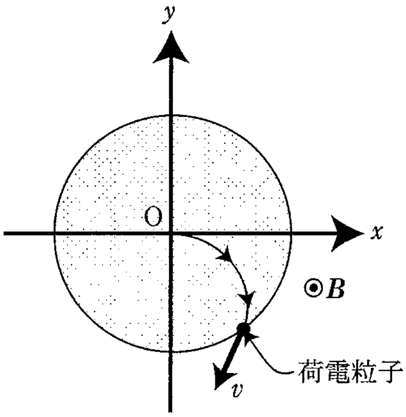


図2

(e) 原点Oから距離 $r(<R)$ にあるこの荷電粒子に適当な速度を与えると，この荷電粒子が隙間内で原点Oを中心とする半径 r の等速円運動を行う。図3に示すように，円運動が xy 面内で(i)時計回りのとき，(ii)反時計回りのとき，それぞれについて円運動の角速度の大きさを求めよ。

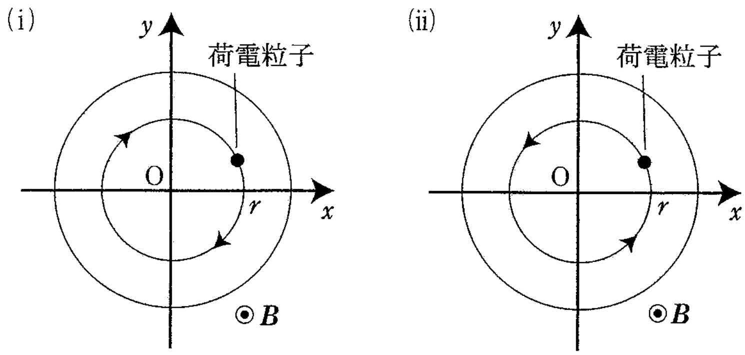


図3

(f) 以下の空欄に入る適切な数式を答えよ。

問(e)では，この荷電粒子の円運動が(i)時計回りのときと(ii)反時計回りのときとで角速度の大きさが異なっている。もし，この荷電粒子の運動を，原点Oを中心として，角速度$\Omega =$ $\boxed{\quad ① \quad}$ でxy面内を時計回りに回転運動している観測者Kから見ると，(i)時計回りのときと(ii)反時計回りのときとでこの荷電粒子の円運動の角速度の大きさは等しく，ともに$\omega' =$ $\boxed{\quad ② \quad}$ と観測される。

これは物理的には次のように解釈できる。観測者Kから見たときの電場や磁場の観測値は，静止している観測者Sから見たときとは異なる。観測者Kから観測すると，この隙間内の磁場はなく，電場は原点Oに向かう向きとなっている。このために，観測者Kから見たときのこの荷電粒子の円運動の角速度の大きさが，(i)時計回りのときと(ii)反時計回りのときとで等しくなっている。また，観測者Kから見たときの電場からこの荷電粒子が受ける力の大きさは$F(r) = C'r$（C'は定数）と書ける。ここで$C' =$ $\boxed{\quad ③ \quad}$ であり，この値はCとは異なっていて，確かに電場の観測値は，観測者Kと観測者Sとで異なっていることが分かる。

3 (50 点)

シリンダーとなめらかに動くピストンからなる，熱容量が無視できる密封容器に，1モルの単原子分子理想気体(以後，気体という)を封入する。気体定数をRとし，気体の圧力と温度は，容器内で場所によらず同じ値をとるものとする。以下の問いに答えよ。ただし，温度は全て絶対温度で表すものとする。

〔A〕 容器の外には，気体と熱のやりとりをする物体などはないものとして，ピストンに加えた力による気体の状態変化を考える。状態変化前の気体の圧力，体積，温度をそれぞれp_0，V_0，T_0とする。

(a) 気体を圧縮すると，体積がaV_0，温度がbT_0となった。この状態変化では，気体の圧力pと体積Vとの間に$pV^{\frac{5}{3}}=$一定の関係があることを利用し，bのみを用いてaを表せ。

(b) 問(a)の状態変化において，ピストンに加えた力が気体にした仕事をWとする。b，p_0，V_0のみを用いてWを表せ。

〔B〕

(c) 問(a)の状態変化の後，ピストンを固定し，熱容量 xR の物体を容器に接触させ，容器を通して物体と気体との間のみに熱が伝わるようにした。容器に接触する前の物体の温度を T_0 とする。物体を容器に接触させてしばらくすると，気体と物体が同じ温度 cT_0 になった。b と x のみを用いて c を表せ。

(d) 一方，問(a)の状態変化の後，熱容量 xR の物体と容器を接触させると同時に，気体の圧力を一定に保つようにピストンを動かし，しばらくすると気体と物体が同じ温度になった。このときの気体の体積を eV_0 とするとき，b と x のみを用いて e を表せ。

〔C〕

(e) 問(d)の状態変化の後，ピストンを固定し，温度 T_0 の熱源を物体に接触させた。気体，物体，熱源の三者の間で熱が伝わるものとする。熱源を物体に接触させてしばらくすると，気体，物体，熱源ともに温度 T_0 になった。このときの気体の圧力を fp_0 とするとき，b と x のみを用いて f を表せ。

(f) 問(e)の状態変化の後，気体，物体，熱源の温度を一定に保たせながら，ゆっくりとピストンを動かし，気体を膨張させた。この間に熱源と気体との間でやりとりされる熱量を Q'，ピストンを介して気体がする仕事を W' とするとき，Q' の絶対値と W' の絶対値の大小関係を答え，その理由を簡潔に記せ。