科目名	数学 (文科)
4 ページ	第 1 問

補足説明

4行目

(ii) ・・・ $\angle BOC = 120^\circ$ である。ただし$\triangle ABC$はOを含むものとする。

下線部を追加

第　1　問

Oを原点とする座標平面上に点$A(-3,\ 0)$をとり，$0^\circ < \theta < 120^\circ$の範囲にある$\theta$に対して，次の条件(i)，(ii)をみたす2点B，Cを考える。

(i)　Bは$y > 0$の部分にあり，$OB = 2$かつ$\angle AOB = 180^\circ - \theta$である。

(ii)　Cは$y < 0$の部分にあり，$OC = 1$かつ$\angle BOC = 120^\circ$である。

以下の問(1)，(2)に答えよ。

(1)　$\triangle OAB$と$\triangle OAC$の面積が等しいとき，θの値を求めよ。

(2)　θを$0^\circ < \theta < 120^\circ$の範囲で動かすとき，$\triangle OAB$と$\triangle OAC$の面積の和の最大値と，そのときの$\sin\theta$の値を求めよ。

第　2　問

2次関数 $f(x)=x^2+ax+b$ に対して

$$f(x+1)=c\int_0^1 (3x^2+4xt)f'(t)\,dt$$

が x についての恒等式になるような定数 a, b, c の組をすべて求めよ。

第　3　問

2つの箱LとR，ボール30個，コイン投げで表と裏が等確率$\frac{1}{2}$で出るコイン1枚を用意する。xを0以上30以下の整数とする。Lにx個，Rに$30-x$個のボールを入れ，次の操作(#)を繰り返す。

(#)　箱Lに入っているボールの個数をzとする。コインを投げ，表が出れば箱Rから箱Lに，裏が出れば箱Lから箱Rに，$K(z)$個のボールを移す。ただし，$0 \leqq z \leqq 15$のとき$K(z)=z$，$16 \leqq z \leqq 30$のとき$K(z)=30-z$とする。

m回の操作の後，箱Lのボールの個数が30である確率を$P_m(x)$とする。たとえば$P_1(15)=P_2(15)=\frac{1}{2}$となる。以下の問(1)，(2)に答えよ。

(1)　$m \geqq 2$のとき，xに対してうまくyを選び，$P_m(x)$を$P_{m-1}(y)$で表せ。

(2)　nを自然数とするとき，$P_{2n}(10)$を求めよ。

第　4　問

C を半径 1 の円周とし，A を C 上の 1 点とする。3 点 P, Q, R が A を時刻 $t=0$ に出発し，C 上を各々一定の速さで，P，Q は反時計回りに，R は時計回りに，時刻 $t=2\pi$ まで動く。P, Q, R の速さは，それぞれ m，1，2 であるとする。（したがって，Q は C をちょうど一周する。）ただし，m は $1 \leqq m \leqq 10$ をみたす整数である。△PQR が PR を斜辺とする直角二等辺三角形となるような速さ m と時刻 t の組をすべて求めよ。