# 2011（H23)年度　京都大学　入学試験　物理解説

物理問題Ⅰ

＜解答＞

（1）

（1－1）

ア　$\dfrac{v_1}{t_1}$

イ　$\dfrac{Mv_1}{t_1}+\mu'(F_p+Mg\cos\beta)$

ウ　$\dfrac{M{v_1}^2}{2}+\dfrac{\mu'(F_p+Mg\cos\beta)v_1t_1}{2}$

エ　$\dfrac{M{v_1}^2}{2\mu'(F_p+Mg\cos\beta)}$

オ　$t_2+\dfrac{Mv_1}{\mu'(F_p+Mg\cos\beta)}$

（1－2）

問１

ワイパーの運動方程式は$Ma=F-F_f$，したがって$F=Ma+F_f$，しかるにワイパーが動くためには，$F_s\leqq F$でなければならない。ここで，$a$はワイパーの加速度，$F$はワイパーに加えた力，$F_f$はワイパーとフロントガラスとの間の動摩擦力で，$F_s$はワイパーに働く最大静止摩擦力である。したがって，$F_s\leqq Ma+F_f$，$F_s-F_f\leqq Ma$，$\dfrac{F_s-F_f}{M}\leqq a$，つまり加速度には下限がある。

この下限が$a'=\dfrac{{v_1}'}{{t_1}'}$である。$F_s=\mu(F_p+Mg\cos\beta)$，$F_f=\mu'(F_p+Mg\cos\beta)$だから，

$F_s-F_f=(\mu-\mu')(F_p+Mg\cos\beta)$，したがって$\dfrac{{v_1}'}{{t_1}'}=\dfrac{(\mu-\mu')(F_p+Mg\cos\beta)}{M}$である。

問２

ワイパーにする仕事が最小となる運動はdである。

理由：

ワイパーにする仕事は，ワイパーが得る運動エネルギーとワイパーとフロントガラスの間の摩擦による熱エネルギーとになる。ワイパーが得る運動エネルギーは，どの運動でも到達速度が$v_1$だから，$\dfrac{M{v_1}^2}{2}$となり同じである。一方，熱エネルギーは（動摩擦力×移動距離）である。動摩擦力はどの運動でも同じである。移動距離は問題図２で，速度直線と時刻軸が囲む面積である。面積最小，すなわち移動距離最小は明らかに運動dである。したがって，熱エネルギーが最小となるのは運動dである。

（2）

カ　$\dfrac{(M+ns)v_1}{t_1}+\mu'\{F_p+(M+ns)g\cos\beta\}$

キ　$n{v_1}^2$

ク　$\mu'[F_p+\{M+m_1+nv_1(t-t_1)\}g\cos\beta]+n{v_1}^2$

<解説>

（1）（1－1）

ア

一定の力を加えたのだから，加速度は一定となる。時間$t_1$で速度が0から$v_1$になったのだから，加速度は$\dfrac{v_1}{t_1}$

イ

ワイパーの運動方程式は，$Ma=F-F_f$，$a$はワイパーの加速度，$F$はワイパーに加えた力，$F_f$はワイパーとフロントガラスとの間の動摩擦力で，$F_f=\mu'(F_p+Mg\cos\beta)$

したがって，$F=\dfrac{Mv_1}{t_1}+\mu'(F_p+Mg\cos\beta)$

ウ

時刻0から$t_1$までに移動した距離は$\dfrac{v_1t_1}{2}$だから，その間にワイパーを動かすのに要した仕事は，

$F\times\dfrac{v_1t_1}{2}=\dfrac{M{v_1}^2}{2}+\dfrac{(F_p+Mg\cos\beta)\mu'v_1t_1}{2}$

エ

動摩擦によって減速する。減速の加速度は，運動方程式$Ma_2=-\mu'(F_p+Mg\cos\beta)$から，

$a_2=\dfrac{-\mu'(F_p+Mg\cos\beta)}{M}$，速度$v_1$が0になるまでの時間は$t_s=\dfrac{v_1}{|a_2|}$だから，停止するまでに進む距離は，$s_2=\dfrac{|a_2|{t_s}^2}{2}=\dfrac{{v_1}^2}{2|a_2|}=\dfrac{M{v_1}^2}{2\mu'(F_p+Mg\cos\beta)}$

オ

上記で　$t_s=\dfrac{v_1}{|a_2|}=\dfrac{Mv_1}{\mu'(F_p+Mg\cos\beta)}$，したがって停止する時刻は

$t_2+t_s=t_2+\dfrac{Mv_1}{\mu'(F_p+Mg\cos\beta)}$

（1－2）

問1

ワイパーは，最大静止摩擦力を超える力を加えないと，動かない。ところが，動き出すと，動摩擦力が働くが，これは最大静止摩擦力よりも小さい。したがって，ワイパーが動いている最中は，最大静止摩擦力と動摩擦力の差以上の力がワイパーに働くことになる。つまり，ワイパーの加速度は（最大静止摩擦力－動摩擦力）が働くことによる加速度より小さくはならない。これが，加速度の下限になる。

問２

水平方向の力がワイパーにする仕事とは何かを理解する必要がある。ワイパーの運動によって，時刻$t_1$までに使われたエネルギーと考えれば，理解しやすい。すると，そのエネルギーはワイパーの運動エネルギーと摩擦によって失われる熱エネルギーに変わっているはずである。

（２）

カ

時刻$t$における雨水の質量は$ns$，したがってワイパーと雨水を合わせた質量は，$M+ns$。加速度は$\frac{v_1}{t_1}$だから，ワイパーに加える水平方向の力は$\frac{(M+ns)v_1}{t_1}$となる。さらにワイパーとフロントガラスとの動摩擦に抗して動かす力$\mu'\{F_p+(M+ns)g\cos\beta\}$が必要である。ワイパーに加えるべき力は両者の和である。動摩擦力においても，ワイパーの質量に雨水の質量を加えて$(M+ns)$と扱うことに注意する。

キ

時刻$t$におけるワイパーと雨水を合わせた運動量は$[M+m_1+nv_1(t-t_1)]v_1$

時刻$(t+\Delta t)$における運動量は$[M+m_1+nv_1(t+\Delta t-t_1)]v_1$

したがって，ワイパーと雨水を合わせた運動量の増加は，$n{v_1}^2\Delta t$となる。

ク

非常に短い時間の運動量の増加が力積だから，キによって力は$n{v_1}^2$である。したがって，時刻$t$において加えるべき水平方向の力は，雨水の質量の増加に対応して加えるべき力$n{v_1}^2$と動摩擦に抗して動かすための力$\mu'[F_p+\{M+m_1+nv_1(t-t_1)\}g\cos\beta]$の和である。

ここでも，雨水の質量$m_1+nv_1(t-t_1)$による動摩擦力を考慮することに注意する。

物理問題　II

<解答>

（１）

イ　$\dfrac{I_1}{2\pi(L-a-x)}$

ロ　$\dfrac{aI_1}{\pi\{(L-x)^2-a^2\}}$

ハ　$\dfrac{I_1}{2\pi(L-a)}\left(1+\dfrac{x}{L-a}\right)$

ニ　$\dfrac{I_1}{\pi}\dfrac{a}{L^2-a^2}\left(1+\dfrac{2L}{L^2-a^2}x\right)$

ホ　$\dfrac{4\mu_0}{\pi}\dfrac{ab^2}{L^2-a^2}$

ヘ　$\dfrac{4\mu_0}{\pi}\dfrac{ab^2}{L^2-a^2}$

ト　$\dfrac{4\mu_0 I_1}{\pi}\dfrac{ab^2}{L^2-a^2}\left(1+\dfrac{2L}{L^2-a^2}vt\right)$

チ　$-\dfrac{8\mu_0 I_1}{\pi R}\dfrac{ab^2 Lv}{(L^2-a^2)^2}$

リ　$\dfrac{1}{R}\left\{\dfrac{8\mu_0 I_1 ab^2 Lv}{\pi(L^2-a^2)}\right\}^2$

問１

エネルギー保存の法則によって，コイル２に発生する単位時間当たりのジュール熱$P$（消費電力）に等しい単位時間当たりのエネルギー（仕事）がコイル２に作用しなければならない。コイル２は$x$軸正方向に速さ$v$で移動するのだから，磁界がコイルに及ぼす力$F$は$x$軸負方向に働き，単位時間当たりの仕事は$Fv$である。これが，リで求めたコイル２に発生するジュール熱$P$に等しいとおくと，

$$Fv=P,\quad F=\frac{P}{v}=\frac{v}{R}\left\{\frac{8\mu_0 ab^2 I_1 L}{\pi(L^2-a^2)^2}\right\}^2 \qquad \text{（答）}$$

力の向きはコイル２の移動方向とは逆，すなわち$x$軸負方向である。

＜解説＞

（１）

イ

直線電流によってつくられる磁場は，電流に垂直な面内に，電流を中心とする同心円状に生じて，電流からの距離$r$に反比例して，$H=\dfrac{I}{2\pi r}$である。向きは電流の方向に進む右ねじが回転する方向である。したがって，この問題のように紙面の裏から表の向きを正とすれば，導線ABに流れる電流$I_1$がつくる磁場は，$r=x-(L-a)$だから，

$$H_{AB}=\frac{-I_1}{2\pi\{x-(L-a)\}}=\frac{I_1}{2\pi(L-a-x)}$$

ロ

同様に，導線CDに流れる電流$I_1$がつくる磁場は，$r=x-(L+a)$だから，また$I_1$の向きは逆だから，

$$H_{CD}=\frac{I_1}{2\pi\{x-(L+a)\}}=\frac{I_1}{2\pi(x-L-a)}$$

したがって，コイル１がつくる磁場は，$H_1=H_{AB}+H_{CD}=\dfrac{aI_1}{\pi\{(L-x)^2-a^2\}}$

（２）

ハ

$H_{AB}$で$x$が$L-a$に比べて十分小さい場合である。

$$\frac{1}{L-a-x}=\frac{1}{L-a}\frac{1}{1-\varepsilon}\fallingdotseq\frac{1+\varepsilon}{L-a}=\frac{1}{L-a}\left(1+\frac{x}{L-a}\right),\ \text{ただし}\varepsilon=\frac{x}{L-a}$$

したがって，$H_{AB}=\dfrac{I_1}{2\pi(L-a)}\left(1+\dfrac{x}{L-a}\right)$

ニ

同様に，$H_{CD}$で$x$が$L+a$に比べて十分小さい場合を考える。

$$\frac{1}{x-L-a}=\frac{-1}{L+a}\frac{1}{1-\varepsilon}\fallingdotseq\frac{-(1+\varepsilon)}{L+a}=\frac{-1}{L+a}\left(1+\frac{x}{L+a}\right),\ \text{ただし}\varepsilon=\frac{x}{L+a}$$

したがって，$H_{CD}=\dfrac{-I_1}{2\pi(L+a)}\left(1+\dfrac{x}{L+a}\right)$

$$H_1=H_{AB}+H_{CD}=\frac{I_1}{2\pi}\left\{\frac{2a}{L^2-a^2}+\frac{4La}{(L^2-a^2)}x\right\}=\frac{I_1}{\pi}\frac{a}{L^2-a^2}\left(1+\frac{2L}{L^2-a^2}x\right)$$

ホ

コイル１がつくる磁束密度は，$B_1=\mu_0H_1$

コイル２の中心での磁束密度は，$x=0$として，ニにより，$\dfrac{\mu_0aI_1}{\pi(L^2-a^2)}$

したがって，コイル２を貫く磁束は，磁束密度に面積$4b^2$を乗じて，$\dfrac{4\mu_0I_1}{\pi}\dfrac{ab^2}{L^2-a^2}$

ヘ

相互インダクタンスとは，コイル１の単位電流変化がコイル２にもたらす磁束の変化だから，

ホを$I_1$で除して，$\dfrac{4\mu_0}{\pi}\dfrac{ab^2}{L^2-a^2}$である。

（３）

ト

時刻$t$におけるコイル２の中心移置は$vt$だから，その磁束は，ニにおいて，$x=vt$とおき，透磁率とコイル２の面積を乗じて，

$$\frac{4\mu_0I_1}{\pi}\frac{ab^2}{L^2-a^2}\left(1+\frac{2L}{L^2-a^2}vt\right)$$

チ

トからコイル２の移動により磁束は増加する。

起電力はコイル２を貫く磁束の時間変化だから，トを時間微分すると，

$$V=-\frac{\Delta\phi}{\Delta t}=-\frac{8\mu_0I_1}{\pi}\frac{ab^2Lv}{(L^2-a^2)^2},\ \text{したがって，流れる電流は}I=\frac{V}{R}=-\frac{8\mu_0I_1}{\pi R}\frac{ab^2Lv}{(L^2-a^2)^2}$$

電流は，磁束の変化を妨げる向きに流れるから，EFGHの向きの電流は磁束を増加させるので，逆向きになる。すなわち，電流は負になる。

リ

単位時間当たりにコイル２に発生するジュール熱は，$I^2R$だから，

$$\frac{1}{R}\left\{\frac{8\mu_0I_1ab^2Lv}{\pi(L^2-a^2)^2}\right\}^2$$

問１

考え方は二つある。エネルギー保存の法則を利用する方法とコイル２における磁界が作用する力から求める方法である。後者が物理過程を的確に捉える上では勉強になるが，計算がやや煩瑣である。

ここでは，リにおいてコイル２に発生するジュール熱を求めているのだから，これを利用することが賢明である。出題側としては誘導的に問題を作成している。

エネルギー保存の法則によって，単位時間当たりにコイル２に発生するジュール熱（消費電力）と等しい単位時間当たりのエネルギー（仕事）がコイル２に作用しなければならない。それは，磁界がコイル２に及ぼす力による単位時間当たりの仕事である。コイルは$x$軸正方向に速さ$v$で移動するのだから，磁界がコイルに対して仕事をするためには，及ぼす力$F$はコイル２の移動方向とは逆向き，すなわち$x$軸負方向に働かなければならない。その単位時間当たりの仕事は$Fv$である。これが，コイル２に発生するジュール熱$P$に等しいとおくと，$Fv=P$，$F=\frac{P}{v}=\frac{v}{R}\left\{\frac{8\mu_0 ab^2 I_1 L}{\pi(L^2-a^2)^2}\right\}^2$

力の向きはコイル２の移動方向とは逆，すなわち$x$軸負方向である。コイル２は力$F$に抗して速度$v$で移動することになる。

参考までに後者の方法を紹介する。ただし，この出題ではこの方法は賢明ではない。せっかく求めたりが生きないし，計算が煩瑣である。あくまで，物理過程の理解として説明する。

コイル２に電流が流れるので，磁界（磁場）による力が働く。導線EHとFGに働く力は電流の向きが異なり，磁界は同じなので，同じ力が反対方向に働く。したがって相殺し，全体としてコイル２に働く力にはならない。

導線EFとHGとでは，電流の向きが逆で，間隔$2b$に相当する分だけ磁界の強さが異なる。したがって，両者には逆方向に異なる強さの力が働くので，コイル２全体に力が働く。

導線EFに働く力を求める。導線EFにおける磁界は，ニより

$$H_{EF}=\frac{I_1}{\pi}\frac{a}{L^2-a^2}\left(1+\frac{2L}{L^2-a^2}x_e\right)$$，ただし$x_e=vt-b$，

働く力は$F_{EF}=2\mu_0 bIH_{EF}$，向きはフレミングの左手の法則によって，$x$軸の正の向きである。

導線GHに働く力を求める。導線GH における磁界は，ニより

$$H_{GH}=\frac{I_1}{\pi}\frac{a}{L^2-a^2}\left(1+\frac{2L}{L^2-a^2}x_g\right)$$，ただし$x_g=vt+b$，

働く力は$F_{GH}=2\mu_0 bIH_{GH}$，向きはフレミングの左手の法則によって，$x$軸の負の向きである。

$x_e<x_g$だから，$F_{EF}<F_{GH}$であり，コイル２に働く力は，$x$軸の負の向きに

$$F=F_{GH}-F_{EF}=2\mu_0 bI_e(H_{GH}-H_{EF})=2\mu_0 bI_e\times\frac{2aI_1L}{\pi(L^2-a^2)^2}\times 2b=\frac{8\mu_0 ab^2 I_e I_1 L}{\pi(L^2-a^2)^2}$$

ただし$I_e$はチにおけるコイル２に流れる電流$I$の絶対値である。したがって，

$$F=\frac{v}{R}\left\{\frac{8\mu_0 ab^2 LI_1}{\pi(L^2-a^2)^2}\right\}^2$$，当然のことだが同じ結果が得られた。

両方法で求められた解が一致することは，エネルギー保存の法則の考え方が，この場合でも成立していることの証でもある。

問題III

＜解答＞

（１－１）

あ　$\left(1+\dfrac{F}{p_0S}\right)T_0$

い　$\dfrac{3RT_0F}{2p_0S}$

（1－2）

う　$\dfrac{21}{2}RT_0$

え　$\dfrac{35}{2}RT_0$

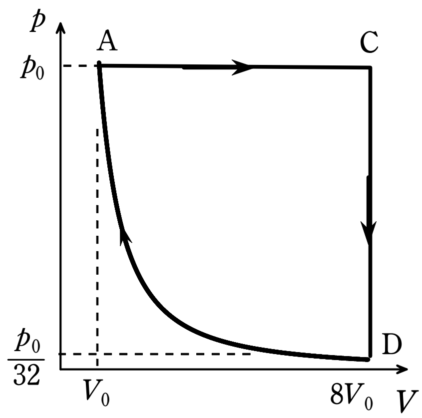
（1－3）

お　$\dfrac{1}{4}T_0$

か　$\dfrac{9}{8}RT_0$

き　$\dfrac{31}{32}p_0S$

問1




熱機関が1サイクルで元の状態に戻るのだから，エネルギー保存の法則により，した仕事は

$W=Q_{ab}-Q_{em}$，ただし$Q_{ab}$は機関が吸収した熱量，$Q_{em}$は機関が放出した熱量

熱効率は，$\dfrac{\text{した仕事}}{\text{吸収した熱量}}=\dfrac{W}{Q_{ab}}=1-\dfrac{Q_{em}}{Q_{ab}}$

A→Cで熱吸収だから，「え」により$Q_{ab}=Q_{AC}=\dfrac{35}{2}RT_0$

C→Dで熱放出だから，$Q_{em}=-Q_{CD}=-\dfrac{3}{2}R(T_D-T_C)=-\dfrac{3}{2}R\left(\dfrac{T_0}{4}-8T_0\right)=\dfrac{93}{8}RT_0$

$\dfrac{W}{Q_{ab}}=1-\dfrac{Q_{em}}{Q_{ab}}=1-\dfrac{93}{8}\times\dfrac{2}{35}=1-\dfrac{93}{140}=\dfrac{47}{140}=0.335$

したがって，熱効率は34%

（2）

く　$(p-p_0)S$

問2

変位$x$のときの気体の体積は，$V_x=(l_0-x)S$。$l_0$は状態Aでの気体の長さで，$l_0Sp_0=RT_0$だか

ら，$l_0=\dfrac{RT_0}{Sp_0}$。温度は変わらない断熱変化だから，$V_x^{\frac{5}{3}}p=(l_0-x)^{\frac{5}{3}}S^{\frac{5}{3}}p=V_0^{\frac{5}{3}}p_0=l_0^{\frac{5}{3}}S^{\frac{5}{3}}p_0$。

$$Sp=\left(\frac{l_0}{l_0-x}\right)^{\frac{5}{3}}Sp_0=\left(\frac{1}{1-\varepsilon}\right)^{\frac{5}{3}}Sp_0\fallingdotseq\left(1+\frac{5}{3}\varepsilon\right)Sp_0$$。ただし，$\varepsilon=\dfrac{x}{l_0}$で$\varepsilon\ll1$である。

したがって，$Sp-Sp_0=\dfrac{5}{3}\varepsilon Sp_0$，しかるに，変位$x$の方向とピストンが受ける力は逆方向なので，

ピストンの運動方程式は負号をつけて，

$ma=-\dfrac{5}{3}\varepsilon Sp_0=\dfrac{-5Sp_0}{3l_0}x=-\dfrac{5(Sp_0)^2}{3RT_0}x$，この式は加速度が変位に比例し，逆方向なので，ピストンは単振動することを示している。

すると単振動の公式により，振動周期は，$T=\dfrac{2\pi}{Sp_0}\sqrt{\dfrac{3mRT_0}{5}}$

＜解説＞

（1－1）

あ

初期状態の体積を$V_0$とすれば，状態方程式は$p_0V_0=RT_0$，　$V_0=\dfrac{RT_0}{p_0}$　①

状態Bの状態方程式は圧力を$p$，温度を$T_B$として，$pV_0=RT_B$　②

このとき栓が動き始めるので，栓内側に加わる力は栓外側に加わる力に最大摩擦力を加えたものに等しい。すなわち，$pS=p_0S+F$，$\therefore\ p=p_0+\dfrac{F}{S}$　③

①，②，③より，$T_B=\dfrac{pV_0}{R}=\left(p_0+\dfrac{F}{S}\right)\dfrac{T_0}{p_0}=\left(1+\dfrac{F}{p_0S}\right)T_0$

い

状態AからBへの変化は温度の上昇のみだから，熱力学の第一法則により，変化に要した熱量は内部エネルギーの増大に等しい。

内部エネルギーの増大は$\dfrac{3}{2}R(T_B-T_0)=\dfrac{3RT_0F}{2p_0S}$

（1－2）

う

状態Cでの状態方程式は，温度を$T_C$として，$8p_0V_0=RT_C$

状態AからCまでの気体の内部エネルギーの変化量は，

$$\frac{3}{2}R(T_C-T_A)=\frac{3}{2}R\left(\frac{8p_0V_0}{R}-\frac{p_0V_0}{R}\right)=\frac{21}{2}p_0V_0=\frac{21}{2}RT_0$$

え

熱力学の第一法則によって，温度制御装置が与えた熱量は，$Q_{AC}=\varDelta U-W_{AC}$

$W_{AC}$は気体がなされた仕事で，この場合は気体が定圧膨張して仕事をしたので，

$W_{AC}=-7p_0V_0$だから，$Q_{AC}=\dfrac{21}{2}p_0V_0+7p_0V_0=\dfrac{35}{2}p_0V_0=\dfrac{35}{2}RT_0$

（1－3）

お

$pV^{\frac{5}{3}}=C$（一定）だから，状態Aで$p_0{V_0}^{\frac{5}{3}}=p_0V_0{V_0}^{\frac{2}{3}}=RT_0{V_0}^{\frac{2}{3}}=C$　④

状態Dで$p_D(8V_0)^{\frac{5}{3}}=8^{\frac{5}{3}}p_D{V_0}^{\frac{5}{3}}=8^{\frac{2}{3}}\cdot 8p_DV_0{V_0}^{\frac{2}{3}}=4{V_0}^{\frac{2}{3}}RT_D=C=RT_0{V_0}^{\frac{2}{3}}$

したがって，$T_D=\dfrac{1}{4}T_0$　⑤

か

断熱変化の式すなわち，$pV^{\frac{5}{3}}=C$の変化に沿って，体積が$V_0$から$8V_0$に膨張する仕事をした。

すなわち，$W_{AD}=\displaystyle\int_{V_0}^{8V_0}CV^{-\frac{5}{3}}dV=\left[-\frac{3}{2}CV^{-\frac{2}{3}}\right]_{V_0}^{8V_0}=-\frac{3}{2}C{V_0}^{-\frac{2}{3}}\left(\frac{1}{4}-1\right)=\frac{9}{8}C{V_0}^{-\frac{2}{3}}$

④により，$W_{AD}=\dfrac{9}{8}RT_0$

き

膨張に伴って，圧力は次第に低下する。状態Dでの圧力は，⑤により，$p_D=\dfrac{RT_D}{8V_0}=\dfrac{RT_0}{32V_0}$

気体が栓を押す力は，$p_DS=\dfrac{RT_0S}{32V_0}=\dfrac{p_0S}{32}$，外気の圧力との差 $p_0S-\dfrac{p_0S}{32}=\dfrac{31}{32}p_0S$ が栓を押す力で，この圧力が働いても栓が動かなかったのだから，$\dfrac{31}{32}p_0S<F$である。

問１

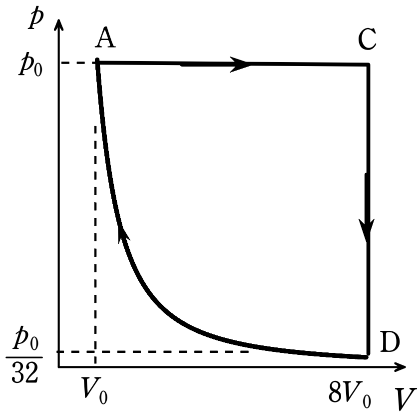



図１

別解を示そう。

この熱機関の熱効率は，$\dfrac{\text{外部にした仕事}}{\text{吸収した熱量}}$ である。

外部にした仕事は，図１で図形ACDの面積で，

図形ACDの面積＝ACと体積軸の囲む面積－曲線ADと体積軸の囲む面積

ACと体積軸の囲む面積$=7p_0V_0=7RT_0$

曲線ADと体積軸の囲む面積は，この過程で気体がされた仕事だから，「か」により，$\dfrac{9}{8}RT_0$

したがって，外部にした仕事は$7RT_0-\frac{9}{8}RT_0=\frac{47}{8}RT_0$

一方，A→Cでは定圧膨張で熱を吸収，C→Dは定積変化で熱を放出，D→Aは断熱変化だから，

吸収する熱量は「え」から，$\frac{35}{2}RT_0$，したがって熱効率は$\frac{47}{8}RT_0\div\frac{35}{2}RT_0=\frac{47}{140}=0.335$

熱効率は34%

（2）く

気体の圧力が$p$のとき，ピストンを動かす力は，その時と静止状態でピストンにかかる圧力との差異だから，運動方程式は$ma=(Sp-Sp_0)=(p-p_0)S$

問2

ピストンの静止位置からの変位を$x$とする。変位の正の向きをシリンダー右方向とすると，気体を圧縮する方向なので，力は逆方向に働く。したがって，加速度も逆方向に働くので，気体が膨張する向きとなる。

変位$x$のときの気体の体積は，$V_x=(l_0-x)S$ 。$l_0$は状態Aでの気体の長さで，$l_0Sp_0=RT_0$だから，

$l_0=\frac{RT_0}{Sp_0}$ 。温度は変わらない断熱変化だから，$V_x^{\frac{5}{3}}p=(l_0-x)^{\frac{5}{3}}S^{\frac{5}{3}}p=V_0^{\frac{5}{3}}p_0=l_0^{\frac{5}{3}}S^{\frac{5}{3}}p_0$。

したがって，$Sp=\left(\frac{l_0}{l_0-x}\right)^{\frac{5}{3}}Sp_0=\left(\frac{1}{1-\varepsilon}\right)^{\frac{5}{3}}Sp_0=(1-\varepsilon)^{-\frac{5}{3}}Sp_0=\left(1+\frac{5}{3}\varepsilon\right)Sp_0$。

ただし，$\varepsilon=\frac{x}{l_0}$で$\varepsilon\ll1$である。したがって，$Sp-Sp_0=\frac{5}{3}\varepsilon Sp_0$，しかるに，上記したように変位の方向とは逆向きに力が働くので，ピストンの運動方程式には負号をつけて，

$$ma=-\frac{5}{3}\varepsilon Sp_0=\frac{-5Sp_0}{3l_0}x=-\frac{5(Sp_0)^2}{3RT_0}x\ 。$$

この式は加速度が変位に比例し，逆方向なので，ピストンは単振動することを示している。

すると単振動の公式により，周期は$T=\frac{2\pi}{Sp_0}\sqrt{\frac{3mRT_0}{5}}$

＜総評＞

問題Ⅰ

ワイパーの運動という実際的な例で，物理を身近に感じさせる良問である。（1）では，摩擦のある運動の運動過程に対する的確な理解が必要である。問1，2では記述問題だから，物理の理解度が試される。難易度A。

（2）では雨水による一様な水膜が形成された場合のワイパーの運動過程の問題である。短い時間の運動量の変化から，作用する力を求めることに着目しよう。難易度A。

問題文をしっかり読んでおかないと，ミスを犯すので注意が必要だ。ワイパーによって集められた雨水の質量の効果である。一つはワイパーの動作においてワイパーの質量の増加とみなされる。一方，動摩擦にはどうなるか。うっかりすると雨水には動摩擦は発生しないのでは？と思ってしまう。

ところが問題文には「付着した雨水の質量だけワイパーの質量が増加した状態と同じとみなされるものとする」とある。つまり，動摩擦力でもワイパーの質量が実質的に増加したとして扱う必要があ

るということだ。雨水とフロントガラスの間の摩擦はどうなるのか，悩んで考えてしまうと，時間がどんどん過ぎてゆく。このような，やや悩ましい問題が発生したら，問題文を読み返すことだ。扱い方が記載されているだろう。

ワイパーとともに雨水は運動するので，雨水の質量は当然考慮すべきことだ。しかし，私は雨水とフロントガラスの間の摩擦は，むしろ無視すべきだと思う。そのことを，問題文に記載して欲しかった。両者を区別して扱う方が物理的には意味があるのではなかろうか。しかし，そのように扱うと，上記の問題文の意図に合わないので，不正解になるので，注意が必要だ。

この問題はワイパー駆動の設計の基礎的な考え方になるもので，高校物理の範囲で、物理が仕事の場面でどのように活用されるか，実感できるのではないだろうか。降雨が止んで一様な水膜が形成された後の運動で，実際の状況とは相当に異なる。しかし，できるだけ単純なモデルからスタートして，知見を深め，実際との乖離を検討し，さらに実際に近いモデルを考えてゆくことが合理的なのである。このような検討は、ワイパーを駆動するには，どのような駆動力が必要か，そのためにはどのようなモーターが必要か，といった設計課題の解決につながる。

問題Ⅱ

電流がつくる磁界の問題。問題は誘導的にできているから，前の結果を上手に利用する。

（1）イ，ロ

直線電流がつくる磁界は記憶していなければならない。

（2）ハ，ニ，ホ，ヘ

磁場の向きや近似についても理解が必要である。近似表現のための計算が伴う。$\dfrac{1}{1-\varepsilon}$という表現になるように，式を変形して，磁界を$x$の1次関数によって表現できるようにする。磁界，磁束密度，磁束の関係と表現を理解していなければならない。

（3）ト，チ，リ，問１

コイル２の移動により，貫く磁束は増加するから，誘導電流は磁束の増加を妨げる向きに流れる。

電流が流れると，コイルの抵抗によって電力が消費される。消費電力は抵抗に単位時間当たりに発生するジュール熱になる。このようなエネルギーの消費が発生するということは，それを引き起こす仕事がなければならない。エネルギー保存の法則が教えるところである。

その仕事は，コイルを移動するために必要とする力によって行われる。

問題は誘導的にできており，考える磁界計算も難しいものではない。難易度はB。

問題Ⅲ

理想気体の状態変化と運動に関する問題。問題は誘導的にできているから，前の結果を上手に利用すること。

（1－1）

最大摩擦力，熱力学の第一法則，気体の温度上昇と熱量などの基礎概念と適用方法とを理解しておくことが必要である。

（1－2）

等圧膨張での状態変化に伴う内部エネルギーの変化，吸収した熱量などを問う。やはり熱力学の第

一法則を適用することが必要である。
（１－３）
　断熱膨張では温度が低下する。熱量が与えられないまま膨張するので，圧力が低下するからである。外にする仕事は$pV$曲線と$V$軸との間の面積に相当するので，積分計算をしなければならない。
問１
　状態変化図を描くことは難しくなかろう。A , C , Dでの圧力，体積の関係を明確にする必要がある。教科書に出ている熱機関，熱効率の概念の理解が必要である。
（２）
　断熱状態で，ピストンを静止移置からわずかに変化させると，変位とは逆方向に変位に応じた力が働くことは容易に想像がつく。これは単振動になると直感が働くようでありたい。
　問２
　与えられた近似計算の公式を適用できるように式を変形することが重要である。単振動の周期や振動数の公式は覚えておかないと苦しい。
　熱力学の第一法則，断熱変化，近似計算，積分，熱機関，熱効率，単振動など広範な知識と応用力を求めており、難易度はＡ－。

110923

210621

問題III（１－１）あ、い　解答と解説　修正