

1 注意 全学部受験用

< 解答 >

問 1

(1)

斜面OP上を運動する小物体に働く加速度の大きさ $g \sin \theta$ (答)

加速度の向きは斜面に沿って下方 (答)

(2)

小物体の運動方程式 $v = v_0 - (g \sin \theta) t$

上端Pでの速さが v_1 だから, Pに達するまでの時間は $t_1 = \frac{v_0 - v_1}{g \sin \theta}$ (答)

(3)

斜面OPの長さを s とすれば, 上端Pの高さは $s \sin \theta$

エネルギー保存の法則により, 下端Oと上端Pでの小物体のエネルギーが等しいので,

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgs \sin \theta, s = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g \sin \theta} \quad (答)$$

問 2

(1)

最高点Qでは, 小物体の垂直方向の速さは0, 水平方向の速さはP点での水平方向の速さのままだから, $v_{qx} = v_1 \cos \theta$

$$\text{下端Oと最高点Qとのエネルギーの保存により, } \frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{m(v_1 \cos \theta)^2}{2},$$

$$\text{したがって, } h = \frac{v_0^2 - (v_1 \cos \theta)^2}{2g} \quad (答)$$

(2)

エネルギー保存の法則により, 点R₁での衝突直前の速さは v_0 (答)

$$\text{水平方向の速さは } v_1 \cos \theta \text{ だから, } \cos \alpha = \frac{v_1 \cos \theta}{v_0} \quad (答)$$

(3)

最高点Qから重力によって自然落下するので, 高さ h を落下するに要する時間は, $\sqrt{\frac{2h}{g}}$

$$\text{したがって, } L = \sqrt{\frac{2h}{g}} v_1 \cos \theta = \frac{v_1 \cos \theta}{g} \sqrt{v_0^2 - (v_1 \cos \theta)^2} \quad (答)$$

問 3

(1)

点R₁での衝突後の垂直方向の速さは, 衝突前の速さの e 倍

すると, 到達する最高点までの時間も e 倍になるので, $L_1 = eL$ (答)

(2)

点R₁での衝突直前の垂直方向の速さは $\sqrt{2gh}$, 衝突直後の速さは $e\sqrt{2gh}$

すると、エネルギー保存の法則により、 $\frac{m(e\sqrt{2gh})^2}{2} = mgh_1$ 、 $h_1 = e^2h$ (答)

(3)

床に衝突するごとに、衝突点間の水平方向距離は e 倍、到達点の高さは e^2 倍になるので、
 $L_n = e^n L$ (答)、 $h_n = e^{2n} h$ (答)

< 解説 >

問 1

(1)

斜面OP上を運動する小物体には、重力の加速度の斜面方向成分が下方に働く。

(2)

この問題では上端Pでの速さが与えられているので、速度の式から容易に上端に達するまでの時間が求まる。

(3)

斜面の傾きが与えられているので、斜面の長さから上端Pの高さが分かることに着目する。すると、運動エネルギーと位置エネルギーに関するエネルギー保存の法則を適用すれば良いことに思い至るだろう。

問 2

(1)

最高点Qでは、垂直方向の速さは0になる。なぜなら、速さがあれば、もっと上がるはずだから。上端のP点での垂直上方の速さは、P点を飛び出してから、重力の加速度によって減少して0になってしまう。一方、P点を飛び出すと小物体には水平方向の加速度は存在しないので、P点での水平方向の速さが保存される。

(2)

エネルギーの損失のない過程だから、床に衝突直前の速さは、点Oで床を出発したときの速さに等しい。すると、小物体の移動方向と床がなす角度 α の $\cos\alpha$ は、(水平方向の速さ) ÷ (速さ) になる。

(3)

$L = (\text{水平方向の速さ}) \times (\text{落下するまでの時間})$

水平方向の速さは $v_1 \cos\theta$ 、落下するまでの時間は、重力の加速度の下での初速0での落下だから、

高さ h の落下に要する時間は $\sqrt{\frac{2h}{g}}$

問 3

(1)

衝突直後の垂直方向の速さは $v_{1y}' = ev_{1y}$

(2)

衝突後の垂直方向の速さは衝突前の速さの e 倍になるので、運動エネルギーは e^2 倍になる。したがって、エネルギー保存の法則により到達高さも e^2 倍になる。

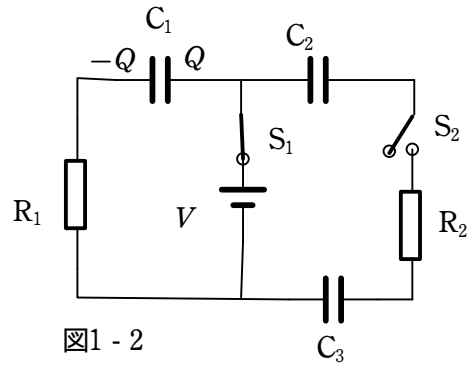
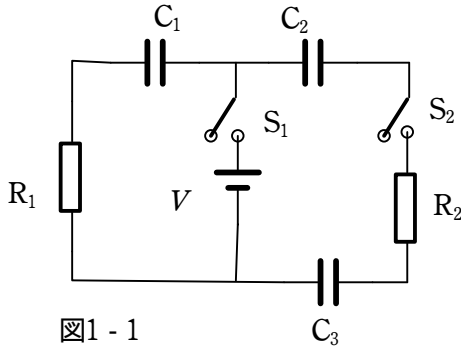
(3)

(1)、(2)の結果を利用すると、衝突点間の水平方向距離は e 倍、到達点の高さは e^2 倍になることが分かる。

2 注意 理学部（数学科・物理学科・生物学科・地質科学科・自然環境学科），
医学部，歯学部，工学部および農学部受験者用

[1]

< 解答 >



問 1

(1)

電荷 $Q = CV$ (答)

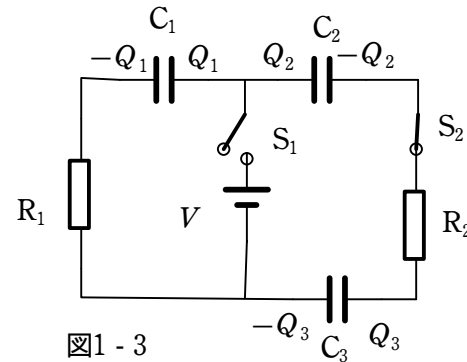
静電エネルギー $\frac{CV^2}{2}$ (答)

(2)

電源がする仕事は $QV = CV^2$

この仕事がコンデンサーに蓄積された静電エネルギーと抵抗 R_1 で消費されたエネルギーになる。

したがって，抵抗 R_1 で消費されたエネルギーは $(CV^2 - \frac{CV^2}{2}) = \frac{CV^2}{2}$ (答)



問 2

(1)

S_2 を閉じた瞬間に閉回路になる。すると，この回路に沿った電位は一巡すると元に戻る。閉じた瞬間は，コンデンサー C_1 の極板間の電位差は V ， C_2 ， C_3 は 0 だから，回路を流れる電流 I と抵抗 $2R$ による電圧降下は V 。したがって， $2RI = V$ ， $I = \frac{V}{2R}$ (答)

(2)

$Q_1 = CV_1$ ， $Q_2 = CV_2$ ， $Q_3 = CV_3$ ，

$Q_1 + Q_2 = Q$ だから， $CV_1 + CV_2 = CV$ ，したがって $V_1 + V_2 = V$

$(-Q_1) + (-Q_3) = -Q$ ， $(-Q_2) + Q_3 = 0$ だから， $Q_2 = Q_3$ ，したがって $V_2 = V_3$

回路を一巡した電位について， $V_1 - V_2 - V_3 = 0$

， ， から $V_1 = \frac{2V}{3}$ (答)

(3)

C_1 に蓄えられている電荷は $Q_1 = CV_1 = \frac{2}{3}CV$ (答)

$V_2 = \frac{V_1}{2} = \frac{V}{3}$ だから， C_2 に蓄えられている電荷は $Q_2 = CV_2 = \frac{1}{3}CV$ (答)

(4)

C_1 に蓄えられているエネルギーは $\frac{2}{9}CV^2$

C_2 と C_3 に蓄えられているエネルギーはそれぞれ $\frac{1}{18}CV^2$

したがって、三つのコンデンサーに蓄えられているエネルギーは $\frac{1}{3}CV^2$

一方、 S_2 が閉じる前に C_1 に蓄えられていたエネルギーは $\frac{1}{2}CV^2$ だから、

$\frac{1}{2}CV^2 - \frac{1}{3}CV^2 = \frac{1}{6}CV^2$ のエネルギーが失われたことになる。

$Q_2 = Q_3$ だから、 R_1 と R_2 で消費されるエネルギーは同じ。

したがって、 R_2 で消費されるエネルギーは $\frac{1}{12}CV^2$ (答)

< 解説 >

問 1

図 1 を参照して考える。

(1)

スイッチ S_1 閉、 S_2 開で抵抗 R_1 、コンデンサー C_1 、電池の直列閉回路になる。したがって、コンデンサーの極板間の電位差が V になるまで、コンデンサーに電荷が溜まる。コンデンサーに蓄えられるエネルギーの算出の仕方を確認しよう。教科書に出ている。

(2)

エネルギー保存の法則により、電池がした仕事がコンデンサーの静電エネルギーと抵抗の消費エネルギーになる。電池は電荷を高電位に上げることによって、電流を流す。この電荷を高電位に上げることが、電池のした仕事ということになる。

問 2

(1)

考え方が難しい。電流は変化し一定ではない。 S_2 を閉じた瞬間の閉回路を一巡したときの電位の状態を考えると良い。

(2)

R_1 、 R_2 に電流が流れなくなったということは、コンデンサー C_1 から C_2 、 C_3 への充電が終わったということである。この回路には電池が無いから、コンデンサー C_1 に溜まっていた電荷 Q が、 C_1 、 C_2 、 C_3 に再配分されることになる。 C_1 に溜まっていた電荷は保存されることに注意する。

(3)

コンデンサーの極板間の電位差を求め、蓄積された電荷を求める。

(4)

C_1 に蓄積され静電エネルギーと三つのコンデンサーに蓄積された静電エネルギーの差が抵抗で消費されたエネルギーである。(2)、(3)の結果を使って、ていねいに計算すれば良い。

ここで、単純ミスに注意しておこう。三つのコンデンサーの容量は全て同じ C である。ところが、筆者は容量が C_1 、 C_2 、 C_3 と間違えてしまった。コンデンサー名称と容量を混同したのである。単なるケ

アレスミスだが、このように混同すると、問題は難しくなって時間を失うから、問題文を注意深く読むことは、何より肝要である。もし、難しいと感じるような場合には、問題文の理解に問題ないか、問題文を読み返す習慣を身に付けておこう。

さてミスしたように、三つのコンデンサーの容量が C_1, C_2, C_3 としたら、どのように扱うかを考えてみよう。その上で、 $C_1=C_2=C_3=C$ とすれば、この問題の解が得られる。

$$Q_1=C_1V_1, Q_2=C_2V_2, Q_3=C_3V_3,$$

$$Q_1+Q_2=Q, (-Q_1)+(-Q_3)=-Q, (-Q_2)+Q_3=0$$

$$\text{これより, } C_1V_1+C_2V_2=C_1V$$

$$\text{回路を一巡した電位について, } V_1-V_2-V_3=0, V_1=V_2+\frac{C_2V_2}{C_3}$$

$$\text{から, } V_2=\frac{C_1(V-V_1)}{C_2}, \text{これを } \text{に代入して整理すると, } V_1=C_1(V-V_1)\left(\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)$$

$$\text{したがって, } V_1=\frac{C_1V(C_2+C_3)}{C_1C_2+C_2C_3+C_3C_1} \quad (\text{答})$$

$$Q_1=C_1V_1=\frac{C_1^2V(C_2+C_3)}{C_1C_2+C_2C_3+C_3C_1} \quad (\text{答})$$

$$Q_2=Q-Q_1=C_1V-\frac{C_1^2V(C_2+C_3)}{C_1C_2+C_2C_3+C_3C_1}=\frac{C_1C_2C_3V}{C_1C_2+C_2C_3+C_3C_1} \quad (\text{答})$$

$$C_1=C_2=C_3=C\text{とおけば, } V_1=\frac{2}{3}V, Q_1=\frac{2}{3}CV, Q_2=\frac{1}{3}CV$$

[2]

< 解答 >

問 1

(1)

入射軸方向の運動エネルギーは加速電極によるものだから、 qV

紙面右向きに運動エネルギーは、電場 E を距離 l 移動したことによるので、 qlE

入射軸と紙面右向きは直交しているので、衝突直前の運動エネルギーは、 $qV+qlE$ (答)

(2)

荷電粒子の電荷が2倍になると、入射軸方向の運動エネルギーは2倍になる。したがって、速さは $\sqrt{2}$ 倍になる。したがって、粒子が平板Xに衝突するまでの時間は $\frac{1}{\sqrt{2}}$ になる。一方、紙面右向きに働く力は電荷が2倍になると2倍になる。すると加速度は2倍になるので、衝突点の距離は、加速度が2倍になった効果と時間が $\frac{1}{\sqrt{2}}$ になった効果とで、 $2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1$ で打ち消しあう。

荷電粒子の電荷が2倍になったときの平板Xでの衝突位置は l (答)

問 2

(1)

電圧 V によって加速されるので、領域Aに入射するときの荷電粒子の速さを v_0 として、エネルギー保存の法則により、

$$\frac{mv_0^2}{2}=qV, v_0=\sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad (\text{答})$$

(2)

荷電粒子の運動方向と垂直に磁場があり，荷電粒子は円運動を行う。

荷電粒子に働く向心力は， qv_0B ，円運動の半径を r とすれば， $qv_0B = \frac{mv_0^2}{r}$

したがって， $r = \frac{mv_0}{qB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$ ，磁束密度が大きくなるにつれ r は小さくなる。

磁束密度が $B_1 < B$ で衝突しなくなるので， $B = B_1$ で $r = d$ となる。 $\frac{1}{B_1} \sqrt{\frac{2mV}{q}} = d$

したがって， $m = \frac{(dB_1)^2 q}{2V}$ (答)

問3

磁場による紙面横方向の力 qv_0B と電場による紙面右向き(紙面を紙の裏面と見ると)の力 qE がつり合っている。

したがって， $qv_0B = qE$ ， $B \sqrt{\frac{2qV}{m}} = E$ ， $m = 2qV \left(\frac{B}{E}\right)^2$ (答)

< 解説 >

電磁場中の荷電粒子の運動に関する問題である。

問1

(1)

荷電粒子は加速電極により，入射軸方向に加速されて領域Aに入射する。加速電極を通過してからは，軸方向の速さは変化しない。領域Aでは紙面右横方向の電場により加速される。軸方向と紙面横方向は直交しているから，運動エネルギーは，それぞれの方向の速さによる運動エネルギーの和になる。

(2)

解答では物理過程を検討しながら，結論を導いた。ここでは，運動方程式によって，検証してみよう。領域Aで荷電粒子の紙面右向き(紙面を紙の裏面と見ると)の運動方程式は， $ma = qE$ ，ただし a は加速度

したがって，速さは $v_x = \frac{qEt}{m}$ ，変位は $x = \frac{qEt^2}{2m}$

粒子が平板Xに衝突するまでの時間は $t_d = \frac{d}{v_0}$ ，ただし v_0 は粒子が平板Yに入射したときの入射軸方

向の速さで， $\frac{mv_0^2}{2} = qV$ ， $v_0 = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$ ，したがって $t_d = d \sqrt{\frac{m}{2qV}}$

したがって，粒子が平板Xに衝突したときの変位 l は， $t = t_d$ として を代入して，

$$l = \frac{Ed^2}{4V}$$

これより l は電荷に依存しないので，電荷が2倍になっても同じであることが分かる。

問2

(1)

荷電粒子は加速電極によって加速される。エネルギー保存の法則により，荷電粒子が得る速さに基づく運動エネルギーは，初期位置における加速電場の電位によるエネルギーに等しい。

(2)

磁場に垂直に荷電粒子は運動するから，粒子に働く磁場による力(ローレンツ力)は運動方向に垂

直である。したがってローレンツ力が向心力となって、円運動をすることは教科書に記載されている。円運動の半径と磁束密度の関係も記載されている。磁束密度が大きいほど円運動の半径は小さくなる。したがって、磁束密度を大きくしていくと平板Xに衝突しなくなる。

問3

電場と磁場を同時にかけたとき、粒子は入射軸上で平板Xに衝突したということは、軸上を直進したということである。直進しなければ、紙面横方向の速度をもち、入射軸上で平板Xに衝突することはできない。ということは、磁場による力と電場による力が逆方向でつり合っていなければならない。すると、粒子は直進するから、ローレンツ力はずっと紙面横方向に働き、電場による力とつり合うことができる。

3 注意 教育学部，理学部（物理学科），医学部および歯学部受験者用

[1]

< 解答 >

問1

(1)

$$\text{波長は } \frac{V_0}{f_0} \quad (\text{答})$$

(2)

$$f_1 = f_0 - \alpha f_0 \text{ だから, } \alpha = \frac{f_0 - f_1}{f_0} \quad (\text{答})$$

問2

(1)

$$\text{観測される振動数は, ドップラー効果によって, } f_2 = \frac{V_0}{V_0 - (-v)} f_0 = \frac{V_0}{V_0 + v} f_0 \quad (\text{答})$$

(2)

$$\text{うなりの振動数は, } f_0 - f_2 = f_0 - \frac{V_0}{V_0 + v} f_0 = \frac{v}{V_0 + v} f_0 \quad (\text{答})$$

問3

(1)

$$\frac{7}{2} \lambda_0 \leq L < \frac{9}{2} \lambda_0 \quad (\text{答})$$

(2)

$$\lambda_0 \quad (\text{答})$$

(3)

1秒間に波長の半分の移動が起きる回数が振動数 f_3 である。

$$\text{すなわち, } f_3 = v \div \left(\frac{\lambda_0}{2} \right) = \frac{2v f_0}{V_0} \quad (\text{答})$$

< 解説 >

問1

(1)

1秒間に波が出る個数が振動数であるから、波長×振動数＝音速、波長＝音速÷振動数

(2)

うなりとは振動数の異なる二つの音波が重なりあったときに生じる音の強弱変化である。ある瞬間に、二つの音波の山が重なったとすると、音が強くなる。振動数が異なるので、次の山からは次第にずれていくので、次第に音が弱くなり、やがては山と谷が重なって、音が打ち消しあう。その後、再び山の重なりが増えるので、音が強くなり、再び山が重なって、音が一番強くなる。このような繰り返しのよって、音が強くなったり弱くなったりする。

さて、ここでうなりの振動数がどうなるか、という問題である。補足説明として、「振動数 f_1 のうなり」とは「1秒間に f_1 回のうなり」を意味する、ということが与えられた。確かに、うなりの振動数という表現は厳密にはおかしいのである。そこで、補足説明が与えられたのだが、うなりとは、音が強く聞こえる現象だから、1秒間に何回強く聞こえるか、ということが問われている。

図2を参照して考えてみよう。振動数 f_1 と f_2 の波が重なると、破線のような波になる。ただし、時刻 $t=0$ で、両波の山が重なるものとして描いている。両波の山と山が重なる時刻の間隔を T_b とすると、この間の波の山の数、 $f_1 T_b$ と $f_2 T_b$ で、その差は1である。すなわち、 $|f_1 T_b - f_2 T_b| = 1$ 。一方、1秒間に聞こえるうなりの数は $\frac{1}{T_b}$ だから、 $\frac{1}{T_b} = |f_1 - f_2|$ となって、両波の振動数の差がうなりの振動数になる。

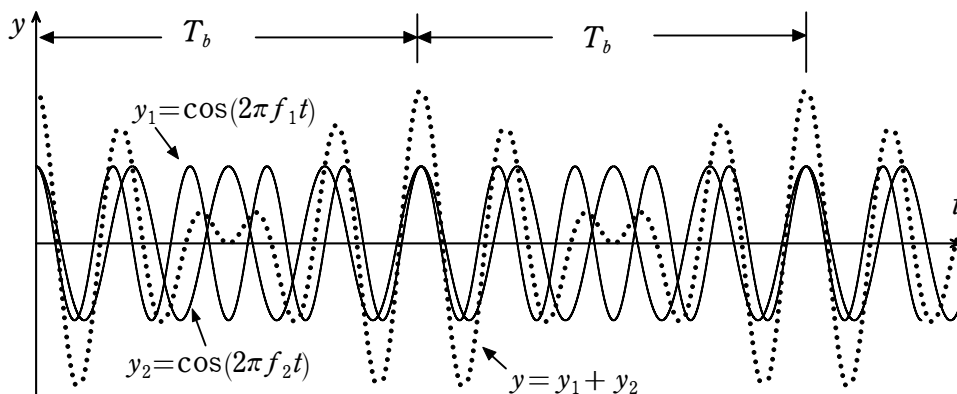


図2

問2

(1)

音源が観測者から遠ざかる時、観測される音の振動数がどうなるか。波動の頻出問題である。ドップラー効果として知られ、音源、観測者いずれが移動していても、観測される音の振動数は元の振動数から変化する。ドップラー効果が重要視されるのは、物理学や化学などの基礎科学分野から、ボールなど物体のスピード測定などの実用技術まで、幅広く活用されるからである。

教科書に出ているドップラー効果の公式を覚えておこう。そうすれば、この問題は容易である。

音源の速さ v_s 、観測者の速さ v_o とすれば、観測される音の周波数は、 $f' = \frac{V - v_o}{V - v_s} f$ となることを覚えておく。ただし、観測者から見て、音と同じ方向に音源、観測者が動く場合であって、逆の場合は速さの符号を変える。符号の扱いを理解しておくためには、ドップラー効果の求め方を理解しておくことが必要である。

この問題では、 $v_o = 0$ 、 $v_s = -v$ 、 $f = f_0$ 、 $f' = f_2$ である。

問3

(1)

定常波とは、反対方向に進む二つの波が重なり合って、どちらにも進行しない波である。位置ごとに振幅の最大値が定まっており、最も振幅の大きい位置は腹、全く振動しない（振幅が0）位置は節と呼ばれる。腹と腹、節と節の間隔は元の波長の半分である。したがって図3を参照すれば分かるように、音源A、B間の節の数が8だから、音源A、Bの距離は $\frac{\lambda_0}{2} \times 7$ 以上で、 $\frac{\lambda_0}{2} \times 9$ 未満である。

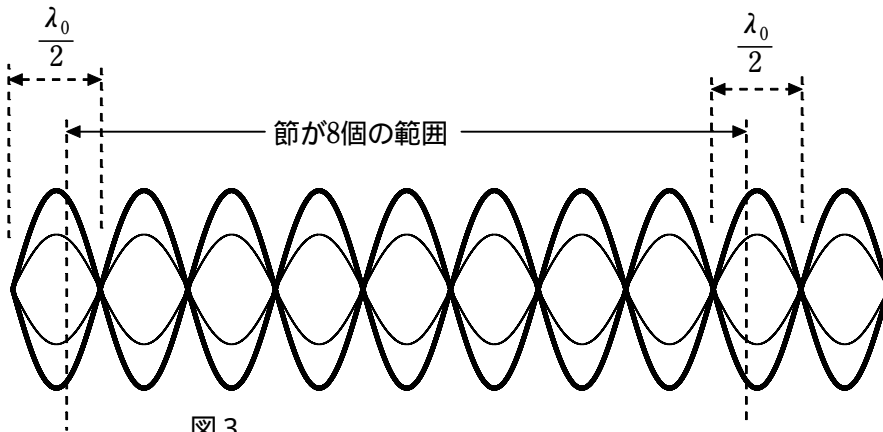


図3

(2)

音源Bが移動することにより、A B間の定常波の節が一つ増えたのだから、音源Bの移動量は波長と等しい。

(3)

観測者の位置で、定常波が腹→節→腹と変化したとき、音の大きさが変化して聞こえる。(2)により、

音の大きさが1秒間に波長の半分の移動が起きる回数が振動数 f_3 である。すなわち、 $f_3 = v \div \left(\frac{\lambda_0}{2}\right) =$

$$\frac{2vf_0}{V_0}$$

[2]

< 解答 >

問1

正立像（答）

問2

凸レンズ1による結像の式は $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1}$, $b_2 = L - b_1$ とすれば、

凸レンズ2による結像の式は $\frac{1}{b_2} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f_2}$

像の高さは、 $d_2 = d_1 \left(\frac{b_1}{a_1}\right) \left(\frac{a_2}{b_2}\right)$, ここで から $\frac{b_1}{a_1} = \frac{f_1}{a_1 - f_1}$, から $\frac{a_2}{b_2} = \frac{a_2 - f_2}{f_2}$,

したがって、 $d_2 = \frac{(a_2 - f_2)f_1}{(a_1 - f_1)f_2} d_1$ （答）

問3

$$L=2f_1+3f_2=20+60=80 \text{ cm} \quad (\text{答})$$

問4

$$\alpha = \frac{(n-1)h}{R} \quad (\text{答})$$

問5

$$f = \frac{R}{n-1} \quad (\text{答})$$

問6

媒質の屈折率は波長に依存する。レンズのような媒質では、光の波長が短いほど、屈折率は大
きい。したがって、問5の結果から、焦点距離が短いのは紫色の光線である。

< 解説 >

問1

凸レンズ1によって、倒立実像ができる。したがって、凸レンズ2によって正立実像ができる。

問2

凸レンズ1による像の位置を b_1 とすれば、 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1}$ から、 $b_1 = \frac{a_1 f_1}{a_1 - f_1}$ 、この位置は凸レンズ

2の前方 $b_2 = L - b_1$ にある。凸レンズ2による結像の式を用いることなく、像の高さは、

$$d_2 = d_1 \left(\frac{b_1}{a_1} \right) \left(\frac{a_2}{b_2} \right) = \frac{f_1 a_2 d_1}{L(a_1 - f_1) - a_1 f_1} \quad \text{としても良い。} \quad f_2 \text{の代わりに} L \text{を用いることになる。}$$

問3

$$b_1 = 2f_1, \quad b_2 = L - b_1 = L - 2f_1, \quad \frac{1}{b_2} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f_2} \text{ から, } \frac{1}{L - 2f_1} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{1.5f_2} = \frac{1}{3f_2}$$

したがって、 $L = 2f_1 + 3f_2$

問4

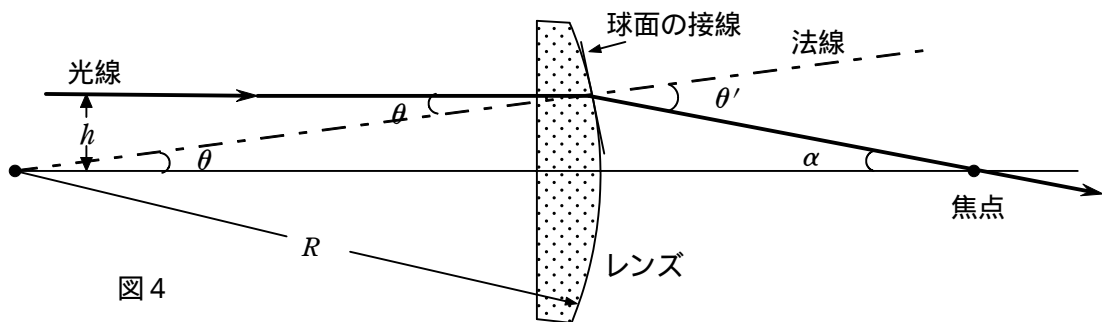


図4

図4を参照して考える。光線がレンズの球面と交わる点における球面の接線と法線を描く。すると
屈折の公式により、 $\frac{\sin \theta'}{\sin \theta} = n$ 、 $\sin \theta = \frac{h}{R}$ 、 $\frac{h}{R}$ は1より十分小さいと仮定されているので、

$$\theta \doteq \frac{h}{R}, \quad \sin \theta' = n \sin \theta \doteq \frac{nh}{R}, \quad \text{したがって, } \theta' \doteq \frac{nh}{R}, \quad \theta + \alpha = \theta' \text{ だから, } \alpha = \theta' - \theta = \frac{(n-1)h}{R}$$

問5

$$\text{問4の結果によって, } f = \frac{h}{\alpha} = \frac{R}{n-1}$$

問6

屈折率は光の波長によって異なる。虹やプリズムを通した白色光が赤から紫までの色の光に分かれ

ることが、そのことを示している。波長が短くなると屈折率はどうなるか。ここが頭の捻りどころである。教科書には波長の短い(振動数の大きい)光ほど屈折率は大きいと書いてある。そのことを覚えていれば問題ないが、単純な事実ほど正確に覚えられない場合が多い。

そこで、プリズムを通った光の色が並ぶ実験を思い浮かべる。紫が下だったとイメージが残っていれば、波長が短いほど屈折率は大きいとなろう。ここでは、赤から紫へと波長が短くなっていくという事実も知っていなければならない。

プリズムのことも思い浮かばないとしたらどうするか。虹を思い出す。確か、虹では紫や青が下で赤が上に見えていた、という記憶があるだろう。太陽の光は上方からだから、屈折が大きいのは紫の方だと推理する。他に何か紫色の光の方が屈折率が大きいということを示す現象がないかを考えてみたが、思いつかなかった。

実は屈折率の波長依存性は単純なものではない。その根拠は媒質の電子の振動と光の振動の相互作用に基づく。この説明は高校物理の範囲を超えてしまう。そして、単純に波長が短いほど屈折率が大きいということもできない。材料や波長範囲によって異なる。

だから、この問題は何を問う問題なのかが、筆者には疑問である。単純に教科書に記載されている「プリズムを通った光は色に分離する」という光の分散は、「波長の違いに基づくもので、波長が短い光ほど屈折率が大きい」ということを記憶しているかを問うのであろうか？

屈折率と焦点距離の関係は問5で求められているから、屈折率が大きいほど、焦点距離が短いことが分かる。逆に、問5で正しい解答が得られていないと、誤った解答にいたる可能性がある。

4 注意 教育学部、理学部(数学科・物理学科・生物学科・地質科学科・自然環境科学科)
工学部および農学部受験者用

< 解答 >

問 1

(1)

気体 A の状態方程式は、 $P_1 Sa = n_A RT_{A1}$, S はピストンの断面積

気体 B の状態方程式は、 $P_1 Sa = n_B RT_{B1}$

最初の状態の気体 B の温度は、 $T_{B1} = \frac{P_1 Sa}{n_B R} = \frac{n_A}{n_B} T_{A1}$ (答)

(2)

ピストンが $x = \frac{a}{2}$ の位置に移動したときの気体 A の状態方程式は、 $\frac{3P_2 Sa}{2} = n_A RT_{A2}$

気体 B の状態方程式は、 $\frac{P_2 Sa}{2} = n_B RT_{B2}$, したがって、 $T_{B2} = \frac{P_2 Sa}{2n_B R} = \frac{n_A}{3n_B} T_{A2}$ (答)

(3)

気体 A の温度を T_{A3} とする。気体 A の状態方程式は、 $\frac{4P_1 Sa}{3} = n_A RT_{A3}$

したがって から、 $n_A RT_{A3} = \frac{4}{3} n_A RT_{A1}$

気体 A に加えた熱量 $Q =$ (気体 A の内部エネルギーの増加) + (気体 A がした仕事)

気体 A の内部エネルギーの増加は を用いて、 $\frac{3}{2} n_A R(T_{A3} - T_{A1}) = \frac{1}{2} n_A RT_{A1}$

気体Aがした仕事は, $\frac{P_1 Sa}{3} = \frac{1}{4} n_A RT_{A3} = \frac{1}{3} n_A RT_{A1}$

したがって, $Q = \frac{5}{6} n_A RT_{A1}$ (答)

(4)

気体Aの長さを l とすると, 気体Aの状態方程式は, $P_2 Sl = n_A RT_{A4}$,

したがって, $l = \frac{n_A RT_{A4}}{P_2 S} = \frac{n_A RT_{A4}}{P_2} \times \frac{P_1 a}{n_A RT_{A1}} = \frac{P_1 T_{A4}}{P_2 T_{A1}} a$, ただし $\frac{P_1 T_{A4}}{P_2 T_{A1}}$ による S を用いた。

したがって, ピストンの位置は, $l - a = \left(\frac{P_1 T_{A4}}{P_2 T_{A1}} - 1 \right) a$ (答)

問2

(1)

ピストンが原点にあるときの気体A, Bの状態方程式は,

$P_3 Sa = n_A RT_0$, $P_3 Sa = n_B RT_0$, したがって $n_A = n_B$

ピストンを $x = \frac{a}{2}$ に移動したときの状態方程式は, $\frac{3P_{A4} Sa}{2} = n_A RT_0$, $\frac{P_{B4} Sa}{2} = n_B RT_0$

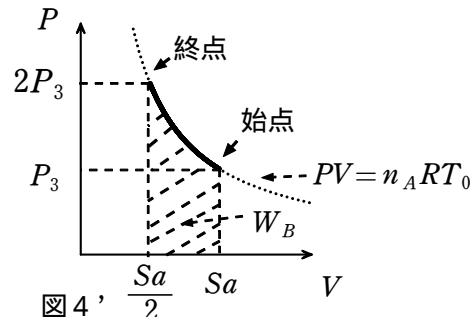
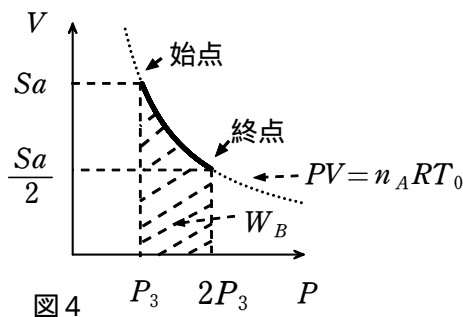
したがって, $P_3 Sa = \frac{3P_{A4} Sa}{2}$, $P_{A4} = \frac{2}{3} P_3$ (答), また $P_{B4} = 3P_{A4} = 2P_3$ (答)

ピストンを押す力のつり合いによって, $P_{A4} S + F = P_{B4} S$

したがって, $F = \frac{4}{3} P_3 S = \frac{4n_A RT_0}{3a}$ (答)

(2)

図4または図4'



(3)

気体Aは等温変化だから, 内部エネルギーは変化しない。したがって, 熱力学の第一法則によって, 気体Aが吸収した熱量は $Q_A = -W_A$ (答)

気体Bも等温変化だから, 気体Bが吸収した熱量は, 同様に, $Q_B = -W_B$ (答)

(4)

ピストンがした仕事は, 気体がされた仕事に等しいから, $W_A + W_B$ (答)

< 解説 >

問1

(1)

滑らかに動くピストンが静止しているのだから, 気体AとBの圧力は等しい。気体A, Bの二つの

状態方程式に対して、未知数はシリンダーの体積と気体 B の温度の二つだから、シリンダーの断面積を S とおいて二つの状態方程式を作り、 S を消去すれば、気体 B の温度を求めることができる。

(2)

同様に、気体 A、B に対する状態方程式から求めることができる。

(3)

熱力学の第一法則に関わる問題。理想気体に熱量を与えたとき、そのエネルギーは外部に対する仕事と内部エネルギーの増加になる。温度 T 、 n モルの理想気体の内部エネルギーは、 $\frac{3}{2}nRT$ になることは、覚えておかなければならない。

(4)

気体 A の状態方程式から、気体 A の部屋の容積、すなわちピストンの位置を求めることができる。

問 2

(1)

初めの状態方程式とピストン移動後の状態方程式とから求める。このとき、シリンダーの材料は良く熱を伝え、ゆっくりとピストンを動かすので、気体 A、B の温度は外気温度に保たれていることが考察の前提である。

(2)

温度 T_0 の等温変化である。したがって、曲線は $PV = n_B RT_0 = n_A RT_0$ となる。気体 B の体積は Sa から $\frac{Sa}{2}$ に半減し、圧力は P_3 から $2P_3$ へ倍増する。気体 B は等温状態で、圧縮されるので、仕事をされる。その仕事 W_B は状態変化曲線と軸との間の面積である。

気体 B は仕事をされたが、等温で内部エネルギーは変化しない。したがって、熱力学第一法則により、外部に熱を放出する。

(3)

気体 A、B は等温変化だから、内部エネルギーは変化しない。

熱力学第一法則は、 $\Delta U = Q + W$ 、ここで ΔU は内部エネルギーの変化、 Q は吸収した熱量、 W は気体がなされた仕事である。 $\Delta U = 0$ のとき、 $Q = -W$ である。

この問題は、 W_A が与えられたとして、単純に上記のことを問うている。

ここで、筆者が犯したケアレスミスを紹介しよう。筆者は W_A や吸収した熱量を具体的に求める問題と勘違いしてしまった。そこで、参考のため、それらを具体的に求めてみよう。

$$\text{気体 A がされた仕事は、} W_A = \int_{P_3}^{\frac{2P_3}{3}} \frac{n_A RT_0}{P} dP = n_A RT_0 \left[\log P \right]_{P_3}^{\frac{2P_3}{3}} = n_A RT_0 \log \frac{2}{3}$$

この量は負なので、気体 A は外部に対して仕事をすることになる。気体 A は膨張するが等温変化で内部エネルギーは変化しないので、熱力学第一法則によって、熱を吸収する。

$$\text{吸収する熱は、} Q_A = -W_A = n_A RT_0 \log \frac{3}{2}$$

気体 B は圧縮されるが等温変化で内部エネルギーは変化しないので、熱力学第一法則によって、熱を吸収する。吸収する熱は、 $Q_B = -W_B = -\int_{P_3}^{2P_3} \frac{n_A RT_0}{P} dP = -n_A RT_0 \left[\log P \right]_{P_3}^{2P_3} = -n_A RT_0 \log 2$ 、この量は負なので、気体 B は外部に熱を放出する。

(4)

この問題もまた、気体A、Bになされた仕事 W_A 、 W_B が与えられたとして、ピストンがした仕事を求める問題である。したがって、ピストンがした仕事を具体的に求める必要はない。ケアレスミスをしてないように、問題文を正しく読もう。

参考までにピストンがした仕事を具体的に求めてみよう。ピストンがした仕事は、気体AとBがなされたそれぞれの仕事の和に等しい。

$$W_P = W_A + W_B = n_A RT_0 \log \frac{2}{3} + n_A RT_0 \log 2 = n_A RT_0 \log \frac{4}{3}$$

< 総評 >

22年度と同様に全体として難問はない。どれも教科書をしっかり読み込み、問題を解くことによってそれらを検証するような勉強を積み重ねておけば、対応できる問題である。それぞれの問題の物理過程を的確に理解して、それらを正しく数式表現する力が必要である。

①

重力の下での力学の問題である。問題の物理過程は簡明であり、エネルギー保存の法則を上手に使えば、解答には困らないだろう。この問題に小物体の摩擦や台の移動の問題が加わると、難しくなる。難易度B。

②

[1]

コンデンサーを含む電気回路の問題。コンデンサーが蓄える静電エネルギー、電池がする仕事、抵抗が消費するエネルギーなどの基本理解が必要だ。教科書に記載されている基本事項をしっかりと理解すること。難易度B、一部にA。

[2]

電磁場中の荷電粒子の運動に関する問題。問題は簡明であり、教科書に記載の電位、電場、電場による粒子の加速と運動エネルギー、磁場によるローレンツ力と粒子の運動などの基本事項を理解できていれば、完答できるだろう。ここでの考え方は荷電粒子の電荷や質量などを求める方法の基礎となる物理学上重要なものである。難易度B。

③

[1]

音波の問題。教科書に出ているうなり、ドップラー効果、定常波などの基礎現象を理解していれば、特段に難しいところ、紛れるところはない。難易度はB。

人をはじめ、動物は音波によって多くの情報を取得するから、音波の勉強は大事である。音声によるコミュニケーションは人間社会に欠かすことができない。音波を利用する技術も多彩である。物の探知や診断、生体の診断などに欠かせない技術になっている。

[2]

光学のレンズに関する問題。レンズの公式、レンズによる像の形成、屈折の法則、波長と屈折率などの基本事項の理解が必要である。難しくはないが、考えさせる問題が多い。難易度はB。

光学は視覚や画像情報に関わる技術の基礎だから、私たちの身の回りの多くの機器に応用されている。眼鏡やカメラなどは代表例である。そのような、身の回りの事物との関連を考えながら、光学の勉強をすると、興味が増して基本事項の理解が進むであろう。

4

理想気体の状態変化，仕事，熱量，熱力学の第一法則等に関わる問題である。

問 1

断熱条件での状態変化である。断熱とは，対象の系と外界との間に熱量の出入りがないということである。熱の出入りがないので，気体の温度が変化する。難易度はB。一般に断熱変化を起こさせるのは容易ではないが，瞬間的に断熱膨張あるいは断熱圧縮といった現象を起こすことができる。その場合は，温度の急速な上昇、あるいは下降が見られる。

問 2

外界との間の熱の出入りによって，等温での状態変化の問題である。気体がされた仕事，吸収した熱量などを具体的に求めるわけではないので，難易度はB。熱力学の第一法則を的確に理解しておくことが必要である。

110810