

1  $\triangle OAB$ において、 $OA = 1$ 、 $OB = AB = 2$ とし、 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ とおく。

実数  $t$  に対して、

$$\vec{OP} = t\left(\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right)$$

とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ。

(2)  $AP = BP$  を満たすとき、 $t$  の値を求めよ。さらに線分  $AP$  の長さを求めよ。

2 数直線上の動点 A がはじめ原点にある。動点 A は 1 秒ごとに数直線上を正の向きまたは負の向きにそれぞれ  $\frac{1}{2}$  の確率で指定された長さを移動するものとする。  $n$  秒後に動点 A が原点に戻る確率を  $p_n$  とする。ただし、  $n$  は自然数とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 動点 A が 1 秒ごとに正の向きに 1 または負の向きに 1 移動するとき、  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ ,  $p_4$  を求めよ。

(2) 動点 A が 1 秒ごとに正の向きに 2 または負の向きに 1 移動するとき、  $p_6$  を求めよ。

**3**  $xy$  平面上の 3 点を  $O(0, 0)$ ,  $A(4, 0)$ ,  $B(3, 3)$  とする。2 点  $O$ ,  $A$  を通る放物線を  $y = -ax^2 + bx$  とする。ただし,  $a > 0$  とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1)  $b$  を  $a$  の式で表せ。

(2)  $y = -ax^2 + bx$  と  $x$  軸とで囲まれた図形が,  $\triangle OAB$  に含まれるような,  $a$  の値の範囲を求めよ。

(3)  $y = -ax^2 + bx$  と  $x$  軸とで囲まれた図形の面積が  $\triangle OAB$  の面積の  $\frac{1}{3}$  となるとき,  $a$  の値を求めよ。

**4**  $a, b, c, d$  を正の実数とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 不等式  $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$  を示せ。

(2) 不等式  $\sqrt[4]{abcd} \leq \frac{a+b+c+d}{4}$  を示せ。

(3) 不等式  $\sqrt[4]{ab^3} \leq \frac{a+3b}{4}$  を示せ。