

前期：文学部・教育学部・法学部・経済学部

医学部保健学科看護学専攻

1 以下の問いに答えよ。

(1) 実数 x に関する連立不等式

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ 2 \cdot 3^x + a 3^{-x} \leq 1 \end{cases}$$

が解をもつような実数 a の範囲を求めよ。

(2) $x \geq -1$ を満たすすべての実数 x に対し不等式

$$3^x + a 3^{-x} \geq a$$

が成り立つような実数 a の範囲を求めよ。

2 三角形 OAB の辺 AB を 1 : 2 に内分する点を C とする。動点 D は $\overrightarrow{OD} = x \overrightarrow{OA}$ ($x \geq 1$) を満たすとし、直線 CD と直線 OB の交点を E とする。

(1) 実数 y を $\overrightarrow{OE} = y \overrightarrow{OB}$ で定めるとき、次の等式が成り立つことを示せ。

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 3$$

(2) 三角形 OAB の面積を S 、三角形 ODE の面積を T とするとき、 $\frac{S}{T}$ の最大値と、そのときの x を求めよ。

3 先生と3人の生徒A, B, Cがおり、玉の入った箱がある。箱の中には最初、赤玉3個、白玉7個、全部で10個の玉が入っている。先生がサイコロをふって、1の目が出たらAが、2または3の目が出たらBが、その他の目が出たらCが箱の中から1つだけ玉を取り出す操作を行う。取り出した玉は箱の中に戻さず、取り出した生徒のものとする。この操作を2回続けて行うものとして以下の問いに答えよ。

ただし、サイコロの1から6の目の出る確率は等しいものとし、また、箱の中のそれぞれの玉の取り出される確率は等しいものとする。

- (1) Aが2個の赤玉を手に入れる確率を求めよ。
- (2) Bが少なくとも1個の赤玉を手に入れる確率を求めよ。

4 放物線 $y = x^2$ の2本の接線 l , m は垂直であるとする。

- (1) l の接点の座標が (a, a^2) で与えられるとき、 l , m の交点の座標を a を用いて表せ。
- (2) l , m が y 軸に関して対称なとき、 l , m および放物線 $y = x^2$ で囲まれる部分の面積を求めよ。