平成 23 年度東北大学個別学力試験（前期）問題訂正及び補足説明

理科　１３：３０～

○問題訂正

理科【物理】

７ページ

$\boxed{1}$　問（2）（f）　下から５行目

（誤）y 座標の極大値に・・・

（正）y 座標の最大値に・・・

平成２３年２月２５日

東北大学入学試験実施本部

物　　　理

1 　図 1 のように，水平面に対して 30° の角度をなすなめらかな斜面上に，断面が直角三角形で質量が M の物体 A を置いた。断面の一つの鋭角は 30° であり，物体 A の上面はなめらかで水平である。物体 A の上面に質量 m の小球 B を衝突させたときの運動について考える。重力加速度の大きさを g とし，すべての物体は紙面内でのみ運動し，小球の大きさ，すべての摩擦および空気抵抗は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また，結果だけでなく，考え方や計算の過程も記せ。

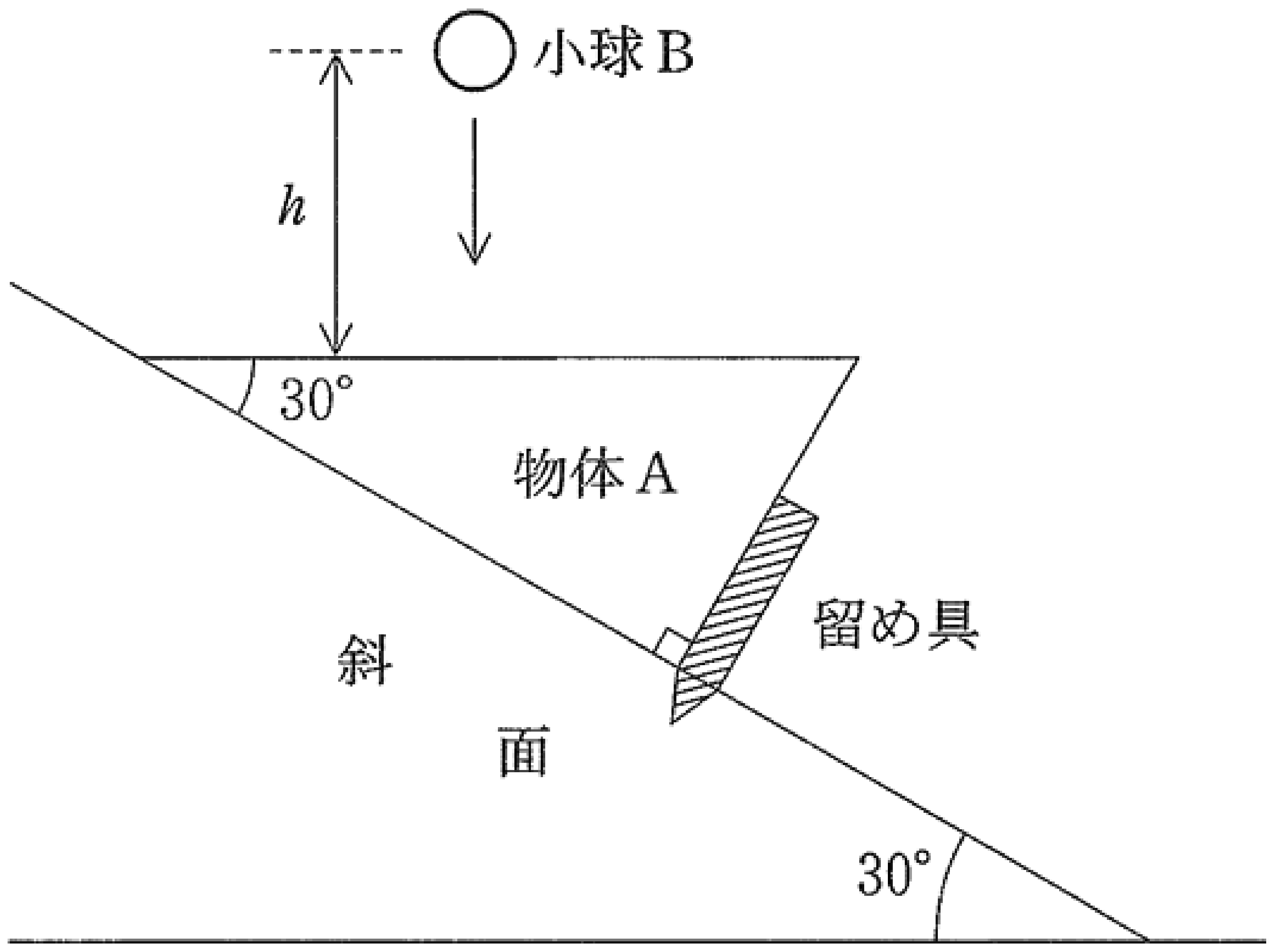


図 1

問(1)　物体Aが斜面に固定された留め具に支えられている場合を考える。

(a)　物体Aが受ける，斜面からの垂直抗力 N_1 と，留め具からの垂直抗力 N_2 の大きさを，M，g を用いて表せ。

(b)　物体Aの上面からの高さが h の地点から，質量 m の小球Bを初速度0で落下させると，小球Bは物体Aと衝突し，物体Aの上面から高さ h' の地点まではねかえった。小球Bと物体Aとの間のはねかえり係数 e を，h，h' を用いて表せ。

問(2)　次に留め具を外し，質量の無視できるばねの一方を物体Aに，もう一方をなめらかな斜面の下端に固定したところ，ばねが自然長から d_0 縮んだ状態でつりあった(図2)。図のように，物体Aの上辺と斜面の交点を原点Oとし，水平右向きが x 軸正の向き，鉛直上向きが y 軸正の向きとなるように，斜面に固定された座標軸をとる。物体Aの上辺に点Qをとると，図2の点Qの座標は $(a,\ 0)$ となる。つりあいの位置からさらにばねを $2\pi d_0$ 縮め，時刻 $t=0$ で静かに手をはなすと(図3)，物体Aは周期 T の単振動をした。同じく時刻 $t=0$ で，座標 $(a,\ h_0)$ の地点から質量 m の別の小球Cを初速度0で落下させたところ，時刻 $t=\dfrac{T}{4}$ に，点Qがはじめて座標 $(a,\ 0)$ を通過し，同時に，小球Cが物体Aと点Qで弾性衝突(はねかえり係数1)をしてはね上がった。その後，小球Cは落下し，点Qで物体Aと再び衝突した。ばね定数を k とし，物体Aの質量は小球Cの質量に比べて十分に大きく，物体Aの速度は衝突の影響を受けないものとする。

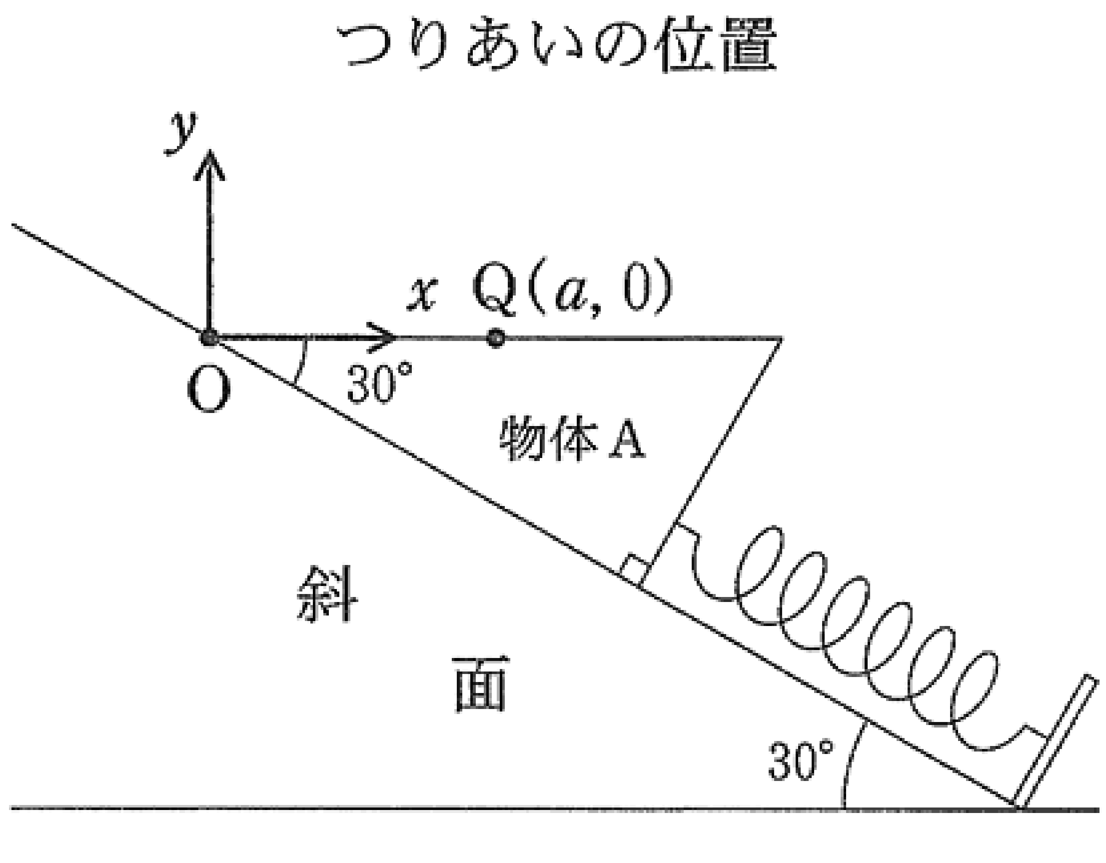


図2

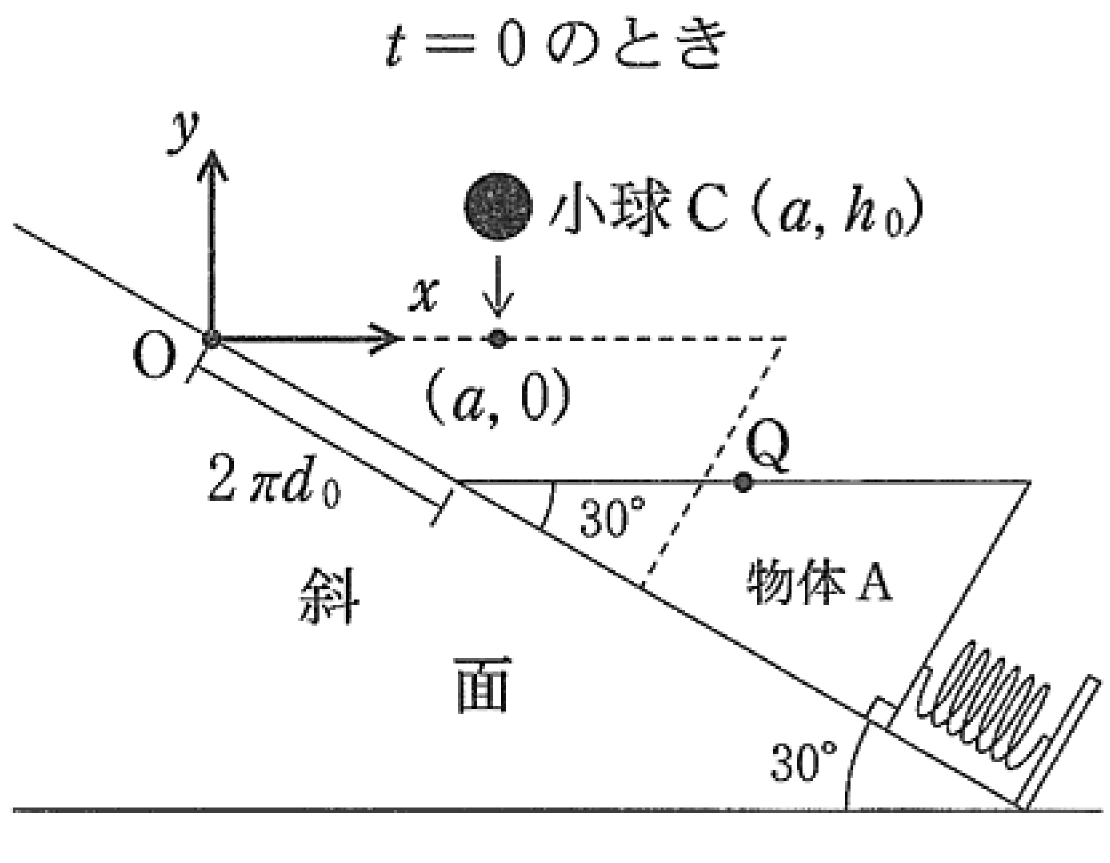


図3

(a) d_0 を，g，k，M を用いて表せ。また，周期 T を，k，M を用いて表せ。

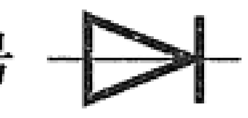
(b) h_0 を，g，k，M を用いて表せ。

(c) 最初の衝突の直前および直後の小球Cの速度の y 成分をそれぞれ v_0，v_1 とし，時刻 $t=\dfrac{T}{4}$ における物体Aの速度の y 成分を V_y とするとき，v_1 を，v_0，V_y を用いて表せ。

(d) 時刻 $t=\dfrac{T}{4}$ における物体Aの速度の y 成分 V_y を，g，k，M を用いて表せ。

(e) 物体Aと最初の衝突をした後，小球Cの y 座標は，時刻 t_1 において最大値 h_1 に到達した。h_1 と h_0 の比 $\dfrac{h_1}{h_0}$ を求めよ。また，t_1 を，T を用いて表せ。

(f) 時刻 $t=0$ から $t=2T$ までの間の，小球Cの y 座標の時間変化を解答用紙のグラフに実線で描け。小球Cの y 座標の極大値に○(白丸印)を，小球Cが物体Aと衝突した点に●(黒丸印)をつけて，その点の座標も含めてグラフに記入せよ。その際，y 座標の値は h_0 を用いて，t の値は T を用いて表せ。なお，解答用紙に描かれている曲線は，点Qの y 座標の時間変化である。

2 発光ダイオードは，電流を流すことで発光する半導体を用いた素子であり，電流を一方向へのみ流し，逆方向へは流さない特性をもつ。ここでは記号  を用いて表す。この記号で，電流は左から右方向へのみ流れる。発光ダイオードに加える電圧 V と流れる電流 I との間には図1の関係があり，ある正の電圧 V_0 に対して $V > V_0$ のときにのみ電流が流れる。電圧を ΔV だけ増加したときの電流の増加量を ΔI とすると，$\Delta I = k\Delta V$（k は正の定数）の関係がある。また，発光ダイオードが単位時間当たりに出力する光のエネルギー P（以下，発光強度とよぶ）と，流れる電流 I との間には図2のように $P = aI$（a は正の定数）の関係があるとする。この発光ダイオードを用いた回路に関して，以下の問いに答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また，結果だけでなく，考え方や計算の過程も記せ。

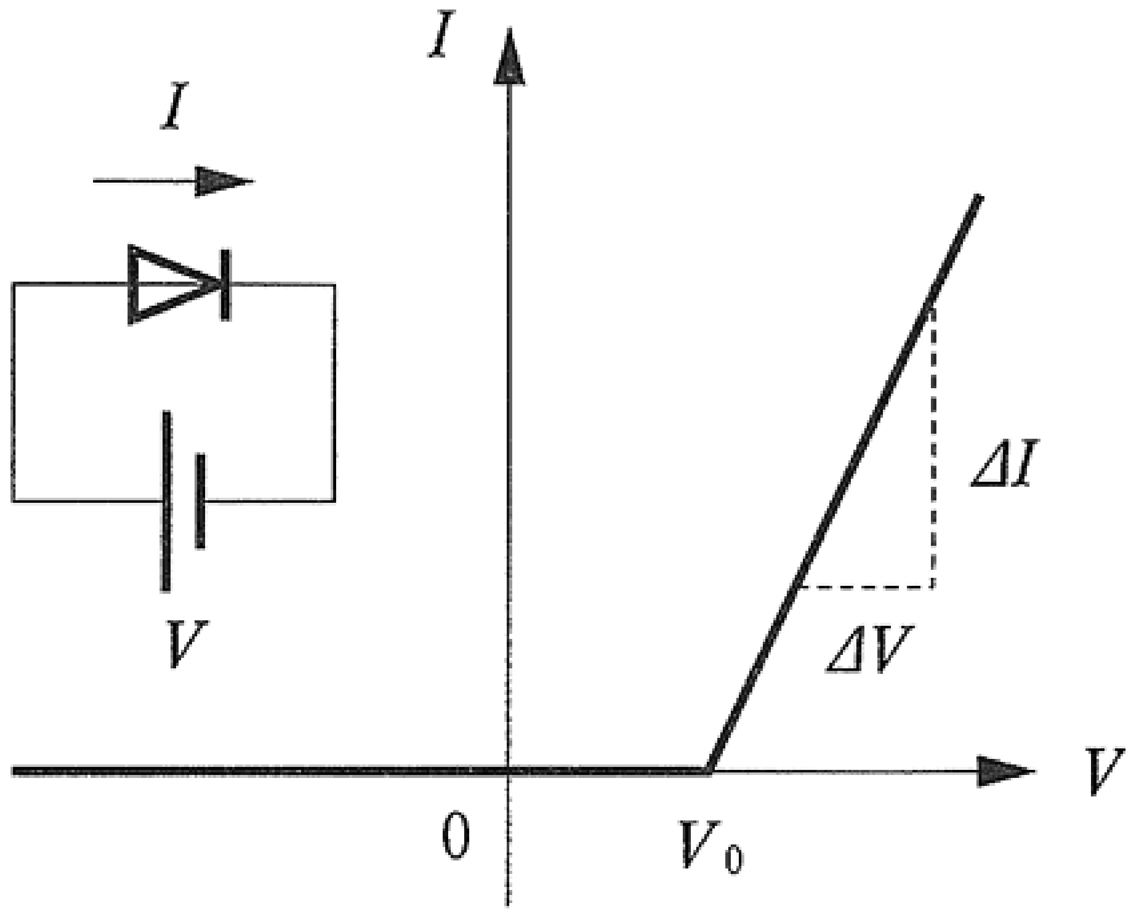


図1

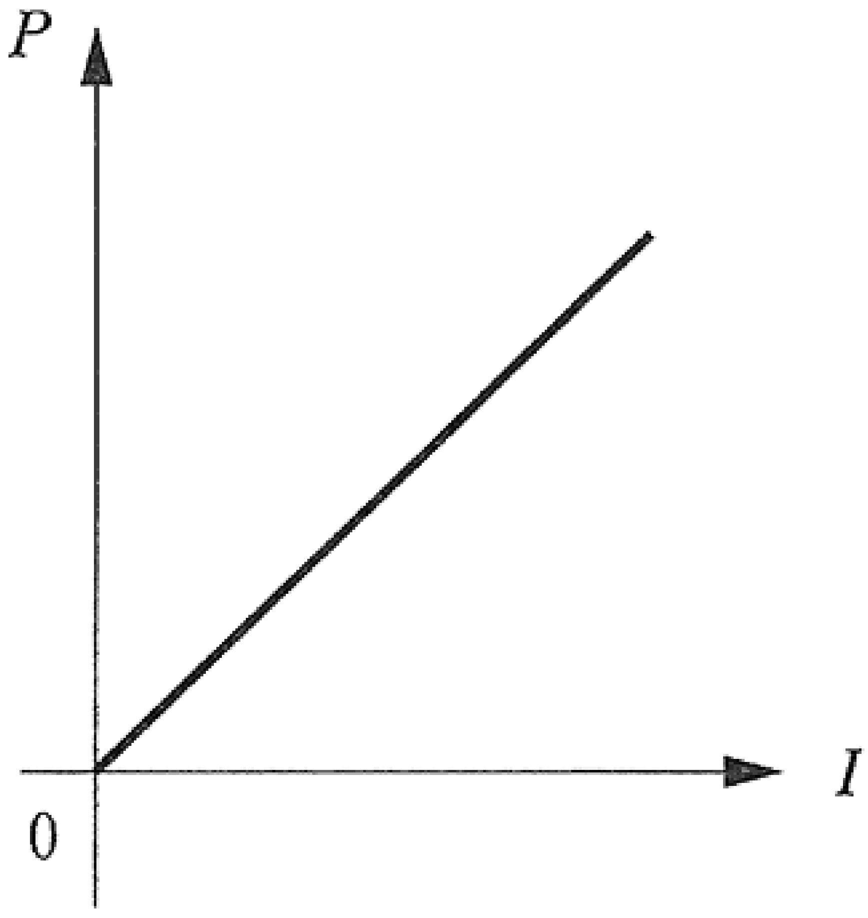


図2

問(1)　発光ダイオードに電圧 V を加えたときの発光強度 P を，$V \leqq V_0$ の場合と $V > V_0$ の場合に分けて，V，V_0，a，k の中から必要なものを用いて表せ。

問(2)　図3のように，発光ダイオードと，抵抗値 R の電気抵抗，電気容量 C のコンデンサー，起電力 E の電池，およびスイッチ S_1 と S_2 を導線でつないだ回路を考える。ただし，$E > V_0$ とし，電池の内部抵抗および導線の電気抵抗は無視できるものとする。

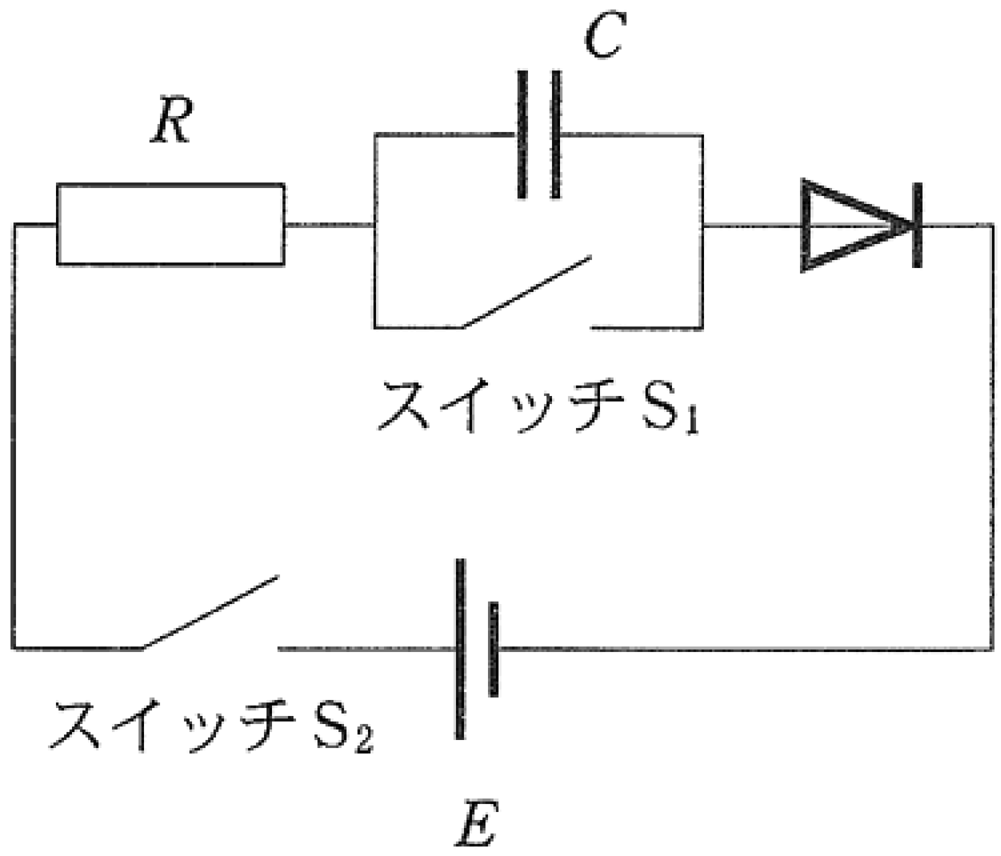


図3

(a)　最初，スイッチ S_1 と S_2 は開いていた。この状態からスイッチ S_1 を閉じ，その後スイッチ S_2 を閉じた。発光ダイオードにかかる電圧を V，流れる電流を I とするとき，電流 I を，E，V，R，C の中から必要なものを用いて表せ。

(b)　スイッチ S_1 と S_2 を閉じた状態での，発光ダイオードの発光強度 P を，E，V_0，a，k，R，C の中から必要なものを用いて表せ。

(c)　スイッチ S_2 を閉じたままスイッチ S_1 を開いた。十分な時間がたった後，発光ダイオードを観察したところ発光していなかった。このとき，コンデンサーに蓄積された電荷(電気量) Q を，E，V_0，a，k，R，C の中から必要なものを用いて表せ。

問(3)　図4に示す回路を考える。y 軸の正方向に向かう磁束密度 B の一様な磁場(磁界)中に，太さの無視できる1辺の長さが ℓ の1巻きの正方形のコイルABCDが置かれている。点Aは座標原点$(x,\ y,\ z)=(0,\ 0,\ 0)$にあり，辺ADには図に示す方向に発光ダイオードが接続されている。コイルは z 軸上にある辺ABを軸にして，z 軸の正方向から見て反時計回りに一定の角速度 ω で回転している。ただし，角度の単位はラジアンとし，時刻 $t=0$ での x 軸と辺ADのなす角度 θ を0とする。また，コイルの内部抵抗は無視でき，発光ダイオードは磁場の影響を受けないものとする。

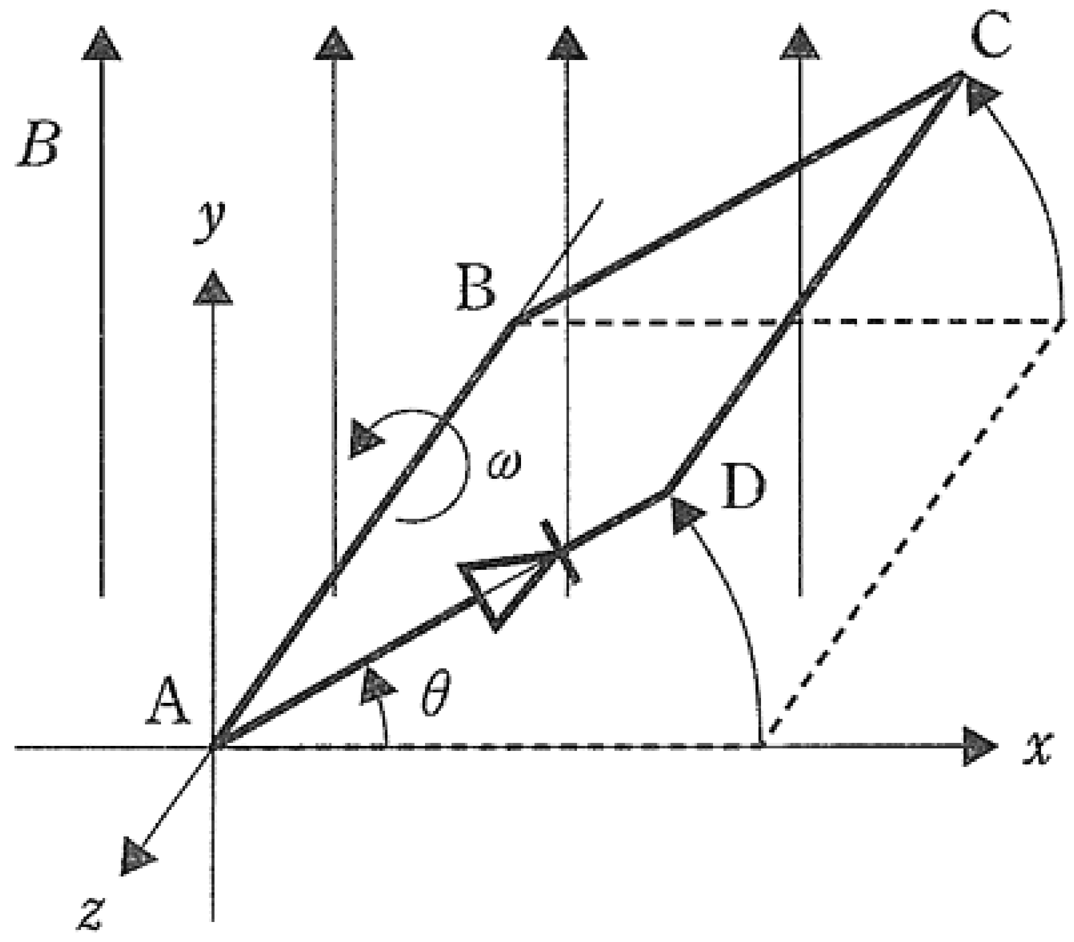


図4

(a)　時刻 t における辺CDの速度の x 成分 v_x を，ℓ，ω，t の中から必要なものを用いて表せ。

(b)　時刻 t にコイルに発生する誘導起電力 V を，ℓ，ω，B，t，V_0，a，k の中から必要なものを用いて表せ。なお，コイルの $\mathrm{A}\to\mathrm{D}\to\mathrm{C}\to\mathrm{B}$ の方向へ誘導電流を流す向きの誘導起電力 V を正とする。

(c)　コイルに発生する誘導起電力の最大値が $2V_0$ のとき，発光ダイオードが発光を開始する角度 θ_1 および発光を終了する角度 θ_2 を，$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で求めよ。なお，発光を開始する角度とは，発光強度が0から0ではない値に変化する瞬間の角度を指すものとする。

(d)　コイルに発生する誘導起電力の最大値が $2V_0$ のとき，辺CDが磁場から受ける力の x 成分の最大値 F_1 と最小値 F_2 を，ℓ，B，t，V_0，a，k の中から必要なものを用いて表せ。

3 図1のように，なめらかに動けるピストンを備えた断面積Sのシリンダーが，密度ρの静止した液体で満たされた大きな容器に鉛直に固定されている。容器には加熱用のヒーターが備えられており，液体の温度を変えることができる。容器と液面を通して液体と大気との間の熱の出入りはないものとする。シリンダーの上端は液面からごくわずか下方にあり，液面からシリンダーの底面までの深さはd_Bである。ピストンの下のシリンダー内の空間には，1モルの理想気体が入れられており，液面からピストンまでの深さをdとする。ピストンの厚さと重さは無視できる。ピストンおよびシリンダーの側壁を通して理想気体と液体の間で熱が自由に出入りできるものとする。さらに，ピストンの移動がゆっくりであれば，理想気体の温度は常に液体の温度と同じであるとみなせる。このとき，液体の熱容量は理想気体の熱容量に比べて十分に大きいため，外部からの力でピストンを移動させて理想気体に対して仕事をしても，理想気体の温度は液体の温度と同じであり，変化しない。

シリンダーの容積に比べ液体の体積は十分に大きいため，ピストンの移動による液面の位置の変化は無視できる。さらに，液体の蒸発は無視でき，液体の密度は温度変化しないとする。大気の圧力は無視せよ。重力加速度の大きさをg，気体定数をRとして，以下の問いに答えよ。解答は，解答用紙の所定の場所に記入せよ。また，結果だけでなく，考え方や計算の過程も記せ。

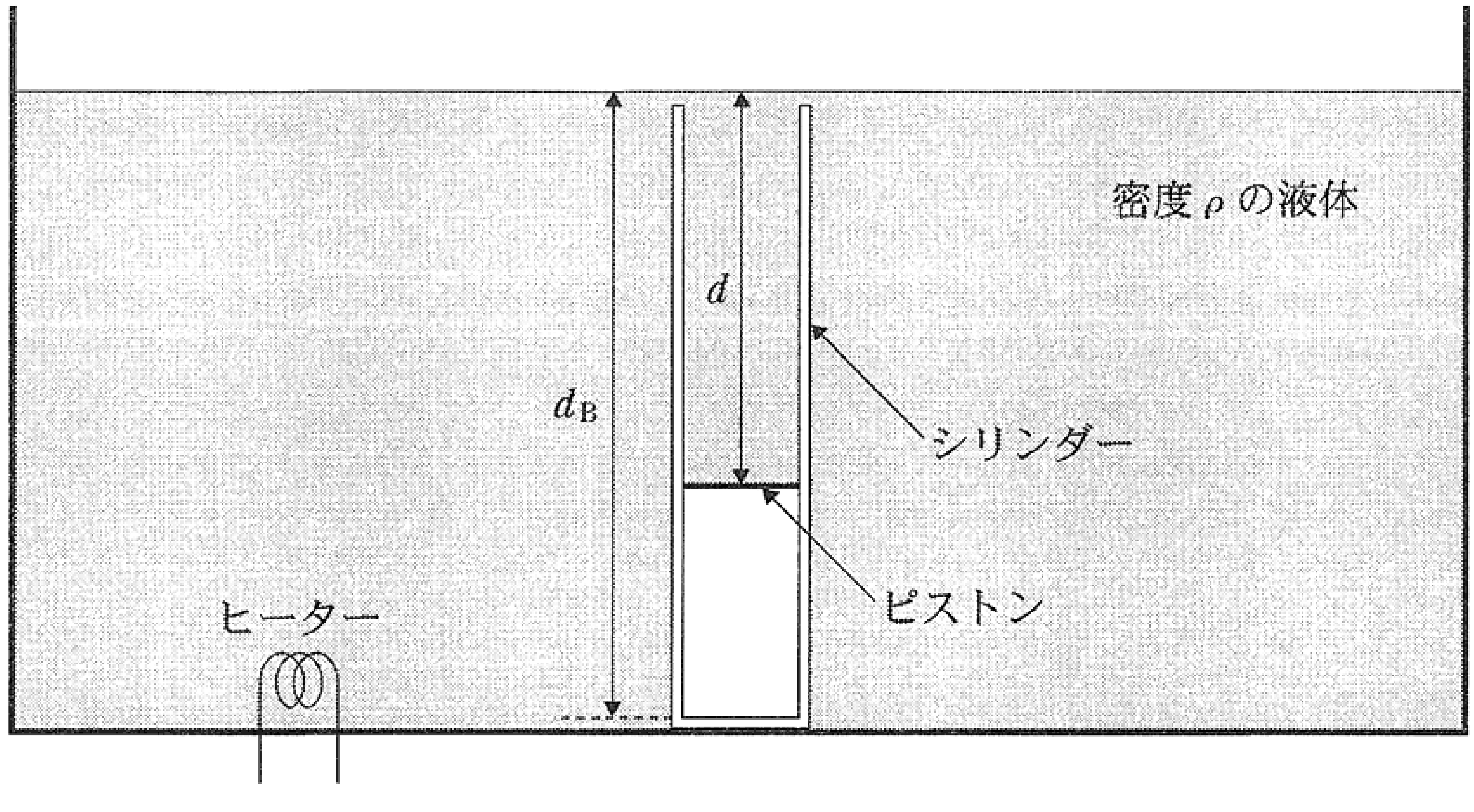


図1

問(1)　「液体がピストンを押す力」の大きさ F_L は，液面からピストンまでの深さ d により変化する。F_L を，d，g，S，ρ を用いて表せ。

問(2)　ヒーターを使って液体を加熱し，液体とともに理想気体の温度を変化させる。加熱前には，ピストンは液面から深さ $d = d_1$ の位置で静止していた。ヒーターを使って液体をゆっくり加熱したところ，ピストンはゆっくり上昇し，加熱終了後にはピストンは液面から深さ $d = d_2$（$d_2 < d_1$）の位置で静止した。このとき，理想気体のなした仕事について考える。

(a)　液面からピストンまでの深さが $d = d_1$ から $d = d_2$ まで変わる過程でのシリンダー内の理想気体の圧力変化を，横軸を理想気体の体積 V，縦軸を理想気体の圧力 p にした解答用紙のグラフに実線で描け。グラフには，加熱前と加熱終了後の点をそれぞれ○(白丸印)および●(黒丸印)で記入せよ。また，加熱前と加熱終了後の理想気体の V および p の値を，g，S，ρ，d_B，d_1，d_2 の中から必要なものを用いてグラフに書き入れよ。

(b)　液面からピストンまでの深さが $d = d_1$ から $d = d_2$ まで変わる過程で，理想気体がなした仕事 W_G を，g，S，ρ，d_1，d_2 を用いて表せ。

問(3)　問(2)でピストンが静止した位置(深さ $d = d_1$ および $d = d_2$ の位置)は，「理想気体がピストンを押す力」と「液体がピストンを押す力」のつりあいの位置である。外部から力を加え，この位置からピストンをわずかに移動させたところ，ピストンは常に元の位置に戻ろうとした。このようなつりあいの位置を「安定な位置」とよぶことにし，ここでは「安定な位置」について考える。以下では，液面からピストンまでの深さを d とし，理想気体の絶対温度を T とする。

(a)　「理想気体がピストンを押す力」の大きさ F_G を，d，T，R，d_B を用いて表せ。

(b)　問(3)(a)で求めた「理想気体がピストンを押す力」の大きさ F_G から，問(1)で求めた「液体がピストンを押す力」の大きさ F_L を差し引くことにより，ピストンを上向きに押す力が求められる。この力を d の関数としてグラフに描くと，T の値によって図2に示す3つの曲線に代表される以下の3つの振舞いに分類される。

①　横軸と交わらない。

②　横軸に接している。

③　横軸と2点で交わる。

このとき，ある絶対温度 T_G を使って，①，②，③のそれぞれの振舞いを示す温度 T の領域をそれぞれ $T > T_G$，$T = T_G$，$T < T_G$ と表すことができる。T_G を，R，g，S，ρ，d_B を用いて表せ。

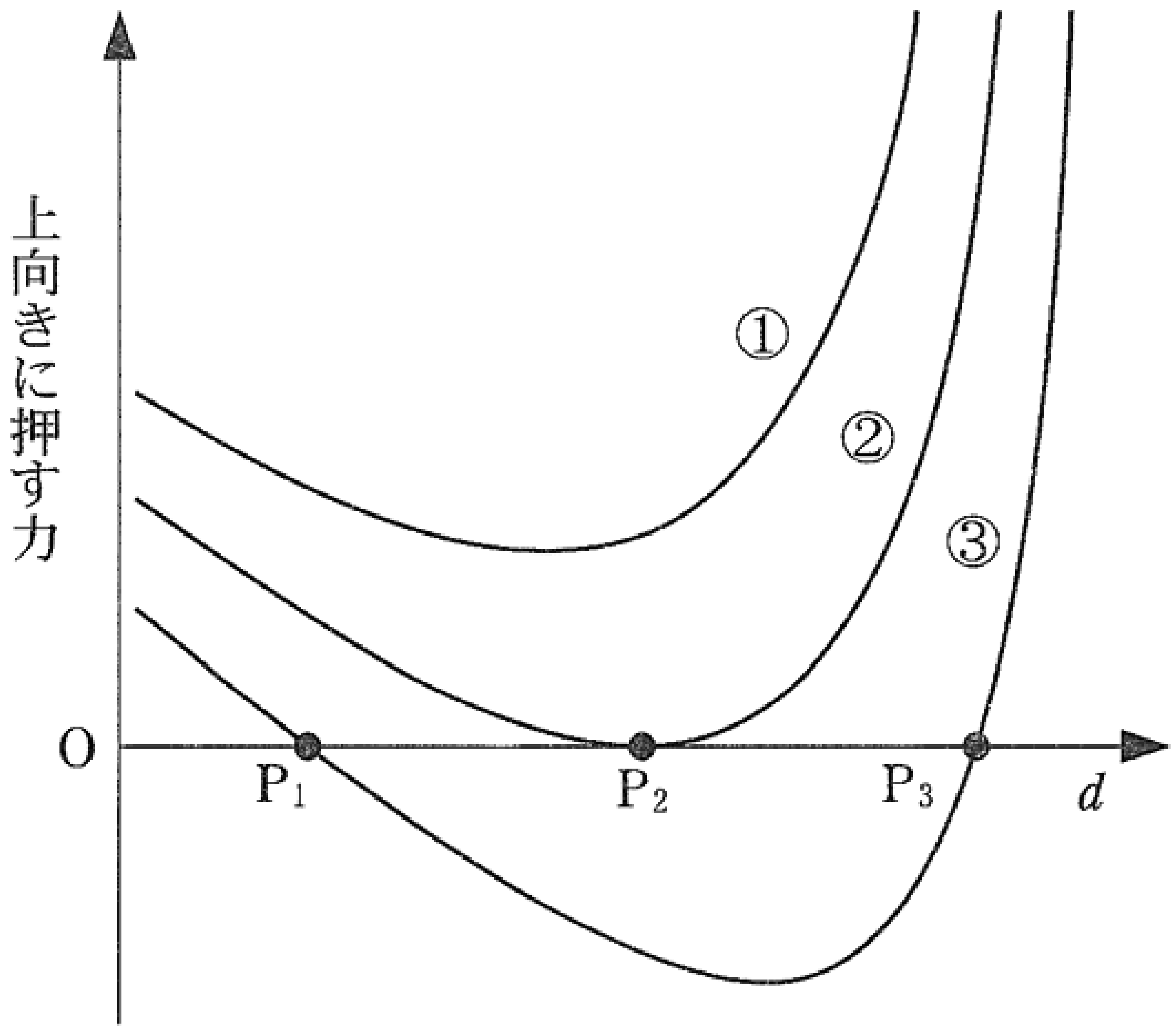


図 2

(c) 図 2 の曲線と横軸の交点(点 P_1 および点 P_3)および接点(点 P_2)は「理想気体がピストンを押す力」と「液体がピストンを押す力」のつりあいの位置を示しており，そこでの d の値はつりあいの式 $F_G = F_L$ を満足する。外部から力を加え，これらの位置から d をわずかに増加および減少させたとき，「理想気体がピストンを押す力」と「液体がピストンを押す力」の合力の向きが d の変化の向きと同じ場合を○(白丸印)，反対の場合を●(黒丸印)にして，解答欄に記入せよ。

(d) ピストンが「安定な位置」にあるとき，液面からピストンまでの深さ d を，T，R，g，S，ρ，d_B を用いて表せ。