

前期：理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・
検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部

1 実数 a に対し, 不等式

$$y \leq 2ax - a^2 + 2a + 2$$

の表す座標平面上の領域を $D(a)$ とおく。

- (1) $-1 \leq a \leq 2$ を満たすすべての a に対し $D(a)$ の点となるような点 (p, q) の範囲を図示せよ。
- (2) $-1 \leq a \leq 2$ を満たすいずれかの a に対し $D(a)$ の点となるような点 (p, q) の範囲を図示せよ。

2 a を実数とする。円 C は点 $(a, -a)$ で直線 $y = -x$ を接線にもち, 点 $(0, 1)$ を通るものとする。 C の中心を $P(X, Y)$ として, 以下の問いに答えよ。

- (1) X, Y を a を用いて表せ。
- (2) a が動くときの点 P の軌跡と直線 $y = 1$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

(前期：理学部・医学部(医学科,保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)
歯学部・薬学部・工学部・農学部)

3 先生と3人の生徒A, B, Cがおり, 玉の入った箱がある。箱の中には最初, 赤玉3個, 白玉7個, 全部で10個の玉が入っている。先生がサイコロをふって, 1の目が出たらAが, 2または3の目が出たらBが, その他の目が出たらCが箱の中から1つだけ玉を取り出す操作を行う。取り出した玉は箱の中に戻さず, 取り出した生徒のものとする。この操作を続けて行うものとして以下の問いに答えよ。

ただし, サイコロの1から6の目の出る確率は等しいものとし, また, 箱の中のそれぞれの玉の取り出される確率は等しいものとする。

- (1) 2回目の操作が終わったとき, Aが2個の赤玉を手に入れている確率を求めよ。
- (2) 2回目の操作が終わったとき, Bが少なくとも1個の赤玉を手に入れている確率を求めよ。
- (3) 3回目の操作で, Cが赤玉を取り出す確率を求めよ。

4 平面上に長さ3の線分OAを考え, ベクトル \overrightarrow{OA} を \vec{a} で表す。 $0 < t < 1$ を満たす実数 t に対して, $\overrightarrow{OP} = t\vec{a}$ となるように点Pを定める。大きさ2のベクトル \vec{b} を \vec{a} と角 θ ($0 < \theta < \pi$)をなすようにとり, 点Bを $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ で定める。線分OBの中点をQとし, 線分AQと線分BPの交点をRとする。

このとき, どのように θ をとっても \overrightarrow{OR} と \overrightarrow{AB} が垂直にならないような t の値の範囲を求めよ。

(前期：理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)
歯学部・薬学部・工学部・農学部)

5 a を実数, z を 0 でない複素数とする。 z と共役な複素数を \bar{z} で表す。

(1) 次を満たす z を求めよ。

$$z + 1 - \frac{a}{z} = 0$$

(2) 次を満たす z が存在するような a の範囲を求めよ。

$$\bar{z} + 1 - \frac{a}{z} = 0$$

(3) 次を満たす z が存在するような a の範囲を求めよ。

$$z(\bar{z})^2 + \bar{z} - \frac{a}{z} = 0$$

6 行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

の表す 1 次変換を f とする。 f による点 $P(1, 1)$ の像を P_1 とする。正の整数 n に対し, P_n の f による像を P_{n+1} とする。 P_n が点 $Q(10, 10)$ に最も近くなるときの n の値を求めよ。