2012（H24)年度　京都大学　入学試験　物理解説

物　　理　　　　　　（３問題　100点）

物理問題　Ⅰ

＜解答＞

（１）

ア　$\dfrac{m_3}{m_1+m_3}(1+e)v_0$

イ　$\dfrac{m_3-m_1e}{m_1+m_3}v_0$

ウ　$-\mu_1 g-\dfrac{m_2}{m_1}(\mu_1+\mu_2)g$

エ　$\mu_2 g$

オ　$-\mu_1 g$

問１

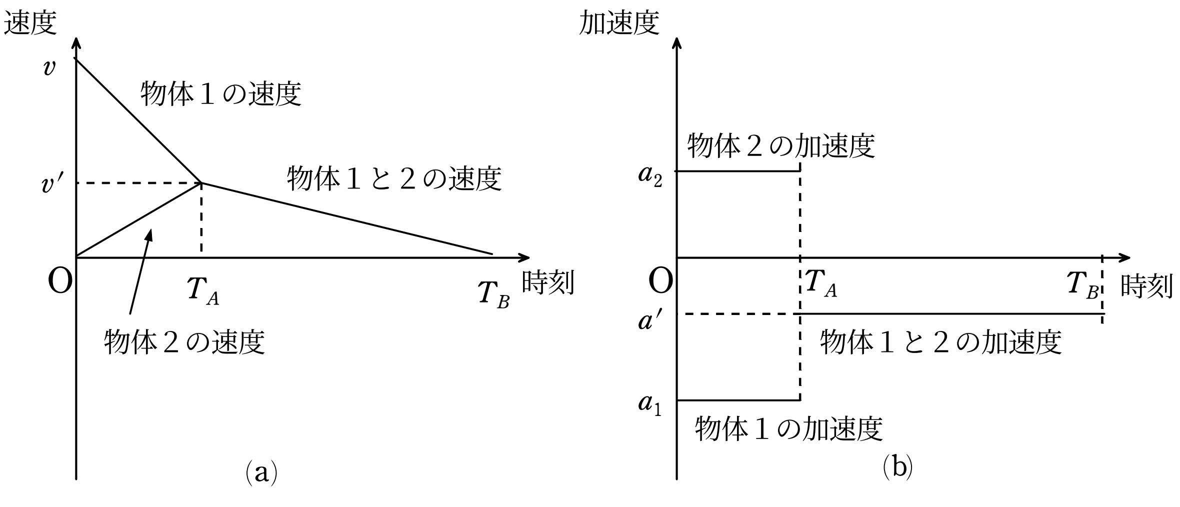

図１

カ　$\dfrac{v}{a_2-a_1}$

キ　$\dfrac{a_2 v}{a_2-a_1}$

ク　$\dfrac{v}{a_2-a_1}\left(1-\dfrac{a_2}{a'}\right)$

ケ　$\dfrac{v}{(\mu_1+\mu_2)(1+m_2/m_1)g}$

コ　$\dfrac{v}{\mu_1(1+m_2/m_1)g}$

サ　$\dfrac{v^2}{2(\mu_1+\mu_2)(1+m_2/m_1)g} \leqq l_1-l_2$

シ　$\dfrac{v^2}{2(\mu_1+\mu_2)(1+m_2/m_1)g}\left\{1+\dfrac{\mu_2}{\mu_1(1+m_2/m_1)}\right\}$

（2）

ス　$\dfrac{1}{2}m_1v^2$

セ　$\mu_1(m_1+m_2)gx_B$

ソ　$\mu_2m_2g(x_1-x_2)$

問２

物体１，２の時刻tにおける速さを$v_1(t)$，$v_2(t)$とすれば，時間Δt後の全運動量は

$$m_1v_1(t+\Delta t)+m_2v_2(t+\Delta t)=\{m_1v_1(t)-\mu_2m_2g\Delta t\}+\{m_2v_2(t)+\mu_2m_2g\Delta t\}-\mu_1(m_1+m_2)g\Delta t$$
$$=m_1v_1(t)+m_2v_2(t)-\mu_1(m_1+m_2)g\Delta t$$

すなわち，運動量の変化をもたらす力積は床との間の摩擦力$\mu_1(m_1+m_2)g\Delta t$であって，μ_2に依存しない。物体１，２が停止するまでの時間T_BはΔtの積算だから，μ_1にのみ依存し，μ_2に依存しない。

＜解説＞

（1）

ア　イ

物体１と物体３の衝突において，運動量保存の法則によって，$m_3v_0=m_1v+m_3v_0'$　①

はね返り係数$e=\left|\dfrac{v_0'-v}{v_0}\right|=\dfrac{v-v_0'}{v_0}$　②

①，②から，$v=\dfrac{m_3}{m_1+m_3}(1+e)v_0$，$v_0'=\dfrac{m_3-m_1e}{m_1+m_3}v_0$

衝突直後，物体２は静止しているので（すなわち物体１上で滑る），その影響は考える必要がない。

ウ　エ　オ

物体１に働く力は，床との間の動摩擦力，物体２との間の動摩擦力だから

その運動方程式は，$m_1a_1=-\mu_1(m_1+m_2)g-\mu_2m_2g$，

したがって$a_1=-\dfrac{m_1+m_2}{m_1}\mu_1g-\dfrac{m_2}{m_1}\mu_2g=-\mu_1g-\dfrac{m_2}{m_1}(\mu_1+\mu_2)g$

物体２に働く力は物体１との間の動摩擦力だから，その運動方程式は，$m_2a_2=\mu_2m_2g$，

したがって$a_2=\mu_2g$

物体１と２が一体となって運動するので運動方程式は，$(m_1+m_2)a'=-\mu_1(m_1+m_2)g$

したがって，$a'=-\mu_1g$

物体１は動摩擦力によって，減速する。物体２は動摩擦力によって物体１に引きずられて加速する。両者の速度は時刻T_Aにおいて等しくなる。すなわち物体２は物体１上で静止する。すると，両者は一

体となって運動する。

問１

速度のグラフ(a)は，$0 \leqq t \leqq T_A$において，物体１は $v_1 = v + a_1 t$，物体２は$v_2 = a_2 t$

$T_A < t \leqq T_B$において，物体１と２が一体となった速度は $v_{12} = a'(t - T_B)$となる。$t = T_A$で$v_1 = v_2 = v'$

加速度のグラフ(b)は，$0 \leqq t \leqq T_A$において，物体１の加速度は $a_1 < 0$，物体２は$a_2 > 0$である。

$T_A < t \leqq T_B$において，物体１と２が一体となった加速度は$a' < 0$である。

カ　キ　ク　ケ　コ

物体１の速度$v_1 = v + a_1 t$ において，$t = T_A$で$v_1 = v'$だから，$v' = v + a_1 T_A$　③

物体２の速度$v_2 = a_2 t$ において，$t = T_A$で$v_2 = v'$だから，$v' = a_2 T_A$　④

③，④から，$T_A = \dfrac{v}{a_2 - a_1}$，$v' = a_2 T_A = \dfrac{a_2 v}{a_2 - a_1}$

物体１と２が一体となった速度$v_{12} = a'(t - T_B)$において，$t = T_A$で$v_{12} = v'$だから，$v' = a'(T_A - T_B)$，

$$T_B = T_A - \frac{v'}{a'} = T_A - \frac{a_2}{a'} T_A = \frac{v}{a_2 - a_1}\left(1 - \frac{a_2}{a'}\right)$$

$$T_A = \frac{v}{a_2 - a_1}\,,\quad a_2 - a_1 = \mu_2 g + \mu_1 g + \frac{m_2}{m_1}(\mu_1 + \mu_2) g = \frac{m_1 + m_2}{m_1}(\mu_1 + \mu_2) g$$

したがって，$T_A = \dfrac{v}{a_2 - a_1} = \dfrac{v}{(\mu_1 + \mu_2)(1 + m_2/m_1) g}$

$\dfrac{a_2}{a'} = -\dfrac{\mu_2}{\mu_1}$，したがって，$T_B = T_A - \dfrac{a_2}{a'} T_A = \left(1 - \dfrac{a_2}{a'}\right) T_A = \dfrac{v}{\mu_1 (1 + m_2/m_1) g}$

物体２の物体１に対する移動距離は$\dfrac{v T_A}{2}$だから，　$\dfrac{v^2}{2(\mu_1 + \mu_2)(1 + m_2/m_1) g}$

これが，物体の半径の差より小さければ，はみ出すことはないから，条件は

$$\frac{v^2}{2(\mu_1 + \mu_2)(1 + m_2/m_1) g} \leqq l_1 - l_2$$

x_Bは物体１の移動距離だから，速度のグラフ(a)の物体１の速度直線とx軸の囲む面積である。

したがって，
$$\begin{aligned}
x_B &= \frac{1}{2}(v + v') T_A + \frac{1}{2} v'(T_B - T_A) \\
&= \frac{1}{2} v T_A + \frac{1}{2} v' T_B = \frac{v^2}{2(\mu_1 + \mu_2)(1 + m_2/m_1) g} + \frac{1}{2}\mu_2 g T_A T_B \\
&= \frac{v^2}{2(\mu_1 + \mu_2)(1 + m_2/m_1) g} + \frac{\mu_2 v^2}{2\mu_1 (\mu_1 + \mu_2)(1 + m_2/m_1)^2 g} \\
&= \frac{v^2}{2(\mu_1 + \mu_2)(1 + m_2/m_1) g}\left\{1 + \frac{\mu_2}{\mu_1 (1 + m_2/m_1)}\right\}
\end{aligned}$$

（２）

ス　セ　ソ

物体３が物体１に衝突した直後の物体１の速度はv，物体２の速度は0だから，運動エネルギーの総

和は，物体１の運動エネルギー$\frac{1}{2}m_1v^2$に等しい。

物体１と床の摩擦によって失われるエネルギーは，摩擦力が$\mu_1(m_1+m_2)g$だから，
$E_1=\mu_1(m_1+m_2)gx_B$，物体１と物体２の摩擦によって失われるエネルギーは，摩擦力がμ_2m_2gで，物体１に対する物体２の移動距離はx_1-x_2だから，$E_2=\mu_2m_2g(x_1-x_2)$

問２

少し厳密に解説する。

短い時間Δt後の運動量を考える。$\Delta t=\frac{T_B}{N}$，NはΔtを微小と見なせる十分大きな整数とする。
$t_i=i\Delta t$（$i=0$，１，・・・，$N-1$）として，時刻t_{i+1}での運動量は時刻t_iでの運動量によって以下のように表される。

$$m_1v_1(t_{i+1})+m_2v_2(t_{i+1})=\{m_1v_1(t_i)-\mu_2m_2g\Delta t\}+\{m_2v_2(t_i)+\mu_2m_2g\Delta t\}-\mu_1(m_1+m_2)g\Delta t$$

したがって，$\{m_1v_1(t_i)+m_2v_2(t_i)\}-\{m_1v_1(t_{i+1})+m_2v_2(t_{i+1})\}=\mu_1(m_1+m_2)g\Delta t$　①

①は物体１と２の運動量の変化は動摩擦係数μ_1に依存するが，μ_2には依存しないことを示す。
①を$i=0$，１，・・・，$N-1$まで加算すると，$m_1v_1(T_B)=m_2v_2(T_B)=0$だから，

$$m_1v_1(0)+m_2v_2(0)=m_1v=\mu_1(m_1+m_2)gN\Delta t=\mu_1(m_1+m_2)gT_B$$

したがって，$T_B=\frac{m_1v}{\mu_1(m_1+m_2)}$を得て，明らかに$\mu_1$に依存するが，$\mu_2$には依存しない。

力積（力×微小時間）が運動量の変化をもたらすことを知っていなければならない。この力積の要因は物体１と２の間に働く動摩擦力および物体１と床との間の動摩擦力である。しかるに，物体１と２の間に働く動摩擦力は，物体１には－，物体２には＋方向に働き，大きさは同じだから，運動量の変化には寄与しない（つまり，物体１の運動による動摩擦力によって，物体２は引きずられるが，作用反作用の法則によって，物体１と２の運動量の和は影響を受けない）。

一方，床と物体１の間の動摩擦力は，床は不動だから，物体１と２の運動量に力積として作用する。このとき，物体２は物体１の上に乗っているので，動摩擦力の基になる重力は両者の質量の和を考える必要がある。

物理問題　Ⅱ

＜解答＞

イ　$\frac{1}{2}\varepsilon_r(\varepsilon_r-1)C_0V_0^2$

ロ　ε_rV_0

ハ　$\frac{\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r}V_0$

ニ　$\frac{\varepsilon_r^2}{1+\varepsilon_r}C_0V_0$

ホ　$\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_r^2}{1+\varepsilon_r}\right)C_0V_0^2$

へ　$\dfrac{\varepsilon_r^{\ 2}}{1+\varepsilon_r}V_0$

問１

（ⅱ)から(ⅲ)を，(ⅲ)から(ⅱ)と逆にしても，コンデンサーAの容量はC_0，Bの容量は$\varepsilon_r C_0$である。それぞれのコンデンサーに蓄積される電荷は容量に比例してコンデンサーAの元の電荷が配分される。したがって，逆順でも，両コンデンサーの電圧と電荷の状態は(ⅲ)の後と同じことである。

問２

コンデンサーAの蓄積電荷による静電エネルギーは，電荷が$\varepsilon_r C_0 V_0$，電圧が$\varepsilon_r V_0$だから，

$\dfrac{1}{2}\varepsilon_r^{\ 2} C_0 V_0^{\ 2}$　①

両コンデンサーの静電エネルギーの和はホの$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\varepsilon_r^{\ 2}}{1+\varepsilon_r}\right)C_0 V_0^{\ 2}$　②

失われた静電エネルギーは，①−②により，$\dfrac{\varepsilon_r^{\ 3}}{2(1+\varepsilon_r)}C_0 V_0^{\ 2}$

これが，抵抗で生じるジュール熱に等しいので，$I^2 rT=\dfrac{\varepsilon_r^{\ 3}}{2(1+\varepsilon_r)}C_0 V_0^{\ 2}$　③

一方，二$=IT$によって，$\dfrac{\varepsilon_r^{\ 2}}{1+\varepsilon_r}C_0 V_0=IT$　④

③，④から$T=\dfrac{2\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r}rC_0$　（答）

問３

電源からコンデンサーAへの電荷の移動がないということは，電荷が$\varepsilon_r C_0 V_0$の一定値に落ち着く。(ⅲ)でコンデンサーAからBへの電荷の移動がないということは，コンデンサーA，Bの両端の電圧が$\varepsilon_r V_0$，コンデンサーBの容量が$\varepsilon_r C_0$だから，コンデンサーBの電荷量は，$Q_0=\varepsilon_r^{\ 2} C_0 V_0$となる。

ト　$\{\varepsilon_r(1-x)+x\}C_0$

チ　$\dfrac{V}{R}\Delta t$

リ　$(\varepsilon_r-1)\Delta x C_0$

問４

電荷Q，コンデンサー容量C，電圧Vについて$Q=CV$だから，V一定のとき電荷の変化$\Delta Q=(\Delta C)V$だから，$\dfrac{\Delta Q}{\Delta C}=V$になる。$\Delta Q$はチ，$\Delta C$はリだから，$\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{1}{(\varepsilon_r-1)RC_0}$

xは0から1まで変化するので，この変化に対応する時間，$(\varepsilon_r-1)RC_0$が電圧を一定値Vに保つことのできる時間である。

＜解説＞

イ　ロ

　コンデンサーAに蓄えられるエネルギーは，電荷が$\varepsilon_r C_0 V_0$，両端の電圧がV_0だから，$\dfrac{1}{2}\varepsilon_r C_0 {V_0}^2$

　コンデンサーから誘電体を引き抜くと，電荷には変化がなく，容量がC_0となるので，両端の電圧は$\dfrac{\varepsilon_r C_0 V_0}{C_0}=\varepsilon_r V_0$，したがってコンデンサーに蓄積されるエネルギーは$\dfrac{1}{2}{\varepsilon_r}^2 C_0 {V_0}^2$

　蓄積されるエネルギーの増加分，すなわち$\dfrac{1}{2}\varepsilon_r(\varepsilon_r-1)C_0 {V_0}^2$が誘電体を抜き取るのに要するエネルギーである。

ハ　ニ

　誘電体を挿入した後のコンデンサーBの容量は，$\varepsilon_r C_0$だから，両端の電圧をV_Bとすれば，コンデンサーBの電荷量は，$\varepsilon_r C_0 V_B$，一方コンデンサーAの電荷量は$C_0 V_B$，したがって全電荷量は

　$\varepsilon_r C_0 V_B + C_0 V_B = \varepsilon_r C_0 V_0$となるから，$V_B=\dfrac{\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r}V_0$

　したがって，コンデンサーBに蓄えられた電荷は$\varepsilon_r C_0 V_B=\dfrac{{\varepsilon_r}^2}{1+\varepsilon_r}C_0 V_0$

ホ

　コンデンサーAの静電エネルギーは$\dfrac{1}{2}C_0 {V_B}^2$

　コンデンサーBの静電エネルギーは$\dfrac{1}{2}\varepsilon_r C_0 {V_B}^2$，また$V_B=\dfrac{\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r}V_0$

　したがって，両コンデンサーに蓄積されている静電エネルギーの和は，$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{{\varepsilon_r}^2}{1+\varepsilon_r}\right)C_0 {V_0}^2$

ヘ

　コンデンサーBの容量は，C_0だから，電圧は電荷$\dfrac{{\varepsilon_r}^2}{1+\varepsilon_r}C_0 V_0$を容量で除して，$\dfrac{{\varepsilon_r}^2}{1+\varepsilon_r}V_0$

問１

　スイッチS_1閉じているので，コンデンサーAに蓄えられた電荷の量は変化しない。
両コンデンサーは並列に接続されるから，両端の電圧は同じで，蓄積される電荷は容量に比例する。

問２

　コンデンサーAの電圧は，誘電体を抜き取ることによってなされた仕事によって，上昇することを忘れてはならない。その分，静電エネルギーが増加する。これが元になるコンデンサーAの静電エネルギーである。

スイッチS_2を閉じると，コンデンサーAからBへ電荷が移動する。この結果，コンデンサーA，Bの静電エネルギーの和は，元のコンデンサーAの静電エネルギーよりも減少する。減少したエネルギーはどこへ行ったか？電荷が移動した回路の抵抗（ここでは抵抗r）によってジュール熱として消費されたのである。

問３

(ⅰ)(iv)によって，コンデンサーAに直流電源から供給された電荷が，(ⅱ)(iii)によってコンデンサーBに供給される。これを繰り返すうちに，コンデンサーAに供給される電荷（コンデンサーBに供給されて失われた電荷に等しい）は次第に少なくなり，やがては直流電源からコンデンサーAへの，コンデンサーAからBへの電荷の移動はなくなる。

電源からコンデンサーAへの電荷の移動がないということは，コンデンサーAの電荷が$\varepsilon_r C_0 V_0$の一定値に落ち着くということである。誘電体を取り去った後の両端の電圧は$\varepsilon_r V_0$である。

(iii)でコンデンサーAからBへの電荷の移動がないということは，コンデンサーA，Bの両端の電圧が$\varepsilon_r V_0$，コンデンサーBの容量が$\varepsilon_r C_0$だから，コンデンサーBの電荷量は，$Q_0 = \varepsilon_r^2 C_0 V_0$となる。

ト

誘電体が存在する部分の容量は$\varepsilon_r(1-x)C_0$，存在しない部分の容量はxC_0である。両者が並列接続してコンデンサーBの容量となっている。すると容量は$\varepsilon_r(1-x)C_0 + xC_0$である。

チ

抵抗を流れる電流は，$I = \dfrac{V}{R}$，したがって微小時間Δtの間にコンデンサーBの電荷は$\dfrac{V}{R}\Delta t$だけ減少する。

リ

誘電体の存在する部分の容量が$\varepsilon_r \Delta x C_0$が減少し，存在しない部分の容量が$\Delta x C_0$増加するので，容量の減少量は，$(\varepsilon_r - 1)\Delta x C_0$

問４

$Q = CV$というコンデンサーに蓄積される電荷の式は，電荷量が変化すると，容量Cが一定ならば両端の電圧Vが変化し，Vが一定ならばCが変化しなければならない，という関係を示している。ここでは，直列抵抗を介して放電する（電荷が減少する）ので，電圧が減少する。そこで誘電体を引き抜くことにより，容量を減少させていくと，Vを一定に保ちながら，放電を続けていくことができるというわけである。

物理問題　Ⅲ

＜解答＞

（1）

あ　$v_A - v_B$

い　at

う　$\dfrac{h}{c}$

え　$\dfrac{ah}{c^2}$

（2）

お　慣性

か　$-a$

き　地球の中心方向

く　$\dfrac{MG}{r^2}$

け　$\dfrac{\beta h}{c^2}$

問1

BからAに光を送る場合は，AからBへ光を送る場合の式，$\dfrac{\Delta t_B}{\Delta t_A}=1+\dfrac{\beta h}{c^2}$において，AとBを交換し，$\beta$を$-\beta$に置き換える。すると$\dfrac{\Delta t_A}{\Delta t_B}=1-\dfrac{\beta h}{c^2}$だから，$\dfrac{\Delta t_B}{\Delta t_A}=\dfrac{1}{1-\beta h/c^2}\fallingdotseq 1+\dfrac{\beta h}{c^2}$となる。

（3）

こ　βh

さ　$\dfrac{\phi_B-\phi_A}{c^2}$

問2

N個の式の辺々をかけ合わせると，

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_A}\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\cdot\cdot\ \frac{\Delta t_{i+1}}{\Delta t_i}\cdot\cdot\frac{\Delta t_{N-1}}{\Delta t_{N-2}}\frac{\Delta t_B}{\Delta t_{N-1}}=\left(1+\frac{\phi_1-\phi_A}{c^2}\right)\cdot\cdot\left(1+\frac{\phi_{i+1}-\phi_i}{c^2}\right)\cdots\left(1+\frac{\phi_B-\phi_{N-1}}{c^2}\right)$$

左辺は$\dfrac{\Delta t_B}{\Delta t_A}$となる。$\dfrac{\phi_{i+1}-\phi_i}{c^2}$が1に対して微少量だから，与えられた近似式を用いて

右辺は$1+\dfrac{\phi_1-\phi_A}{c^2}+\cdots\dfrac{\phi_{i+1}-\phi_i}{c^2}+\cdots+\dfrac{\phi_B-\phi_{N-1}}{c^2}=1+\dfrac{\phi_B-\phi_A}{c^2}$

したがって，$\dfrac{\Delta t_B}{\Delta t_A}=1+\dfrac{\phi_B-\phi_A}{c^2}$が成り立つ。

し　$-\dfrac{GmM}{r}$

す　$-gR$

せ　$\dfrac{gRL}{c^2(R+L)}$

そ　$-\dfrac{gR^2}{2c^2(R+L)}$

問３

$$\frac{\Delta t_C}{\Delta t_A}=\frac{\Delta t_C}{\Delta t_B}\frac{\Delta t_B}{\Delta t_A},$$

しかるに，$\dfrac{\Delta t_C}{\Delta t_B}=1+\left(-\dfrac{gR^2}{2c^2(R+L)}\right)$，$\dfrac{\Delta t_B}{\Delta t_A}=1+\dfrac{gRL}{c^2(R+L)}$だから，

$$\frac{\Delta t_C}{\Delta t_A}=\left\{1-\frac{gR^2}{2c^2(R+L)}\right\}\left\{1+\frac{gRL}{c^2(R+L)}\right\}$$

$$\frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}=1+\frac{gRL}{c^2(R+L)}=1+5.4\times10^{-10}$$

$$\frac{\Delta t_C}{\Delta t_B}=1+\left(-\frac{gR^2}{2c^2(R+L)}\right)=1-5.4\times10^{-11}$$

$$\frac{\Delta t_C}{\Delta t_A}=\left\{1-\frac{gR^2}{2c^2(R+L)}\right\}\left\{1+\frac{gRL}{c^2(R+L)}\right\}\fallingdotseq1-\frac{gR^2}{2c^2(R+L)}+\frac{gRL}{c^2(R+L)}=1+4.9\times10^{-10}$$

＜解説＞

（１）

あ

ドップラー効果の公式によれば，$f_B=\dfrac{c-v_B}{c-v_A}f_A$

したがって，$\dfrac{f_B}{f_A}=\dfrac{c-v_B}{c-v_A}=\dfrac{1-v_B/c}{1-v_A/c}=\left(1-\dfrac{v_B}{c}\right)\left(1+\dfrac{v_A}{c}\right)\fallingdotseq1+\dfrac{v_A}{c}-\dfrac{v_B}{c}=1+\dfrac{v_A-v_B}{c}$

ここで，$\dfrac{v_A}{c}$，$\dfrac{v_B}{c}$を微小量として与えられた近似式を用いている。

ところが，ここではドップラー効果の公式を覚えていなくても，解答できる。以降の問題文を読むと，$\dfrac{f_B}{f_A}=1-\dfrac{ah}{c^2}$

また，$v_B-v_A=at\fallingdotseq\dfrac{ah}{c}$，したがって，$\dfrac{ah}{c^2}=\dfrac{v_B-v_A}{c}$

したがって，$\dfrac{f_B}{f_A}=1+\dfrac{v_A-v_B}{c}$

い

箱は等加速度運動しているから，当然，$v_B-v_A=at$

う

光源と検出器の間を光が通過する時間だから，当然，$t=\dfrac{h}{c}$

え

光源から出た2つの光パルスについて，その時間間隔がΔt_Aであるということは，$f_A=\dfrac{1}{\Delta t_A}$

また検出器では時間間隔がΔt_Bであるということは，$f_B=\dfrac{1}{\Delta t_B}$

したがって，$f_A\Delta t_A=f_B\Delta t_B$，したがって，$\dfrac{\Delta t_B}{\Delta t_A}=\dfrac{f_A}{f_B}=\dfrac{c^2}{c^2-ah}=\dfrac{1}{1-ah/c^2}\fallingdotseq 1+\dfrac{ah}{c^2}$

ここで，ah/c^2を微小量として，与えられた近似式を用いた。

（2）

お　か

加速度運動をしている座標系（観測者）で表現する物体の運動では，実際に働く力の他に座標系の加速度とは逆方向の加速度に応じた力が作用する。これが慣性力である。

ここでは箱が上方に加速度aで運動しているので，箱の中にいる観測者から見ると，物体には加速度$-a$が働く。

き　く

地球の重力による重力加速度は，地球の外では向きは地球の中心方向である。物体の質量をmとすると，重力の加速度gは万有引力の法則により，$mg=-\dfrac{mMG}{r^2}$だから，$g=-\dfrac{MG}{r^2}$となる。したがって，その大きさは$\dfrac{MG}{r^2}$である。

け

図２で重力加速度βが下向きに働いている。図１において箱の中の観測者から見て，慣性力による加速度が下方に向いているから，$\boxed{\text{え}}$において，aをβに置き換えて，$\dfrac{\beta h}{c^2}$

問１

BからAに光を送る場合は，BとAが入れ替わり，かつ加速度の方向が光の進行方向と逆だったものが，同じになるということである。したがって，$\dfrac{\Delta t_B}{\Delta t_A}=1+\dfrac{\beta h}{c^2}$において，AとBを交換し，$\beta$を$-\beta$に置き換えればよい。

（3）

こ　さ

質量mの粒子のBにおける位置エネルギーは$m\phi_B$，Aにおける位置エネルギーは$m\phi_A$だから，

$m(\phi_B-\phi_A)=m\beta h$，したがって$\phi_B-\phi_A=\beta h$

$$\frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}=1+\frac{\beta h}{c^2}=1+\frac{\phi_B-\phi_A}{c^2}$$

問2

N個の式を凝視すれば，N個の式を辺々かけ合せると分母分子が約されて，左辺は簡単な式になることが予見できるだろう。また与えられた近似式を用いれば，右辺も簡単な式になることが予見できる。

し　す　せ

中心からの距離rにおける質量mの重力の位置エネルギーは，無限遠を基準にとると（すなわち無限遠で0とする），距離0からrまで重力に抗して移動するのに必要とする仕事（エネルギー）から，距離0から無限遠まで移動するのに必要とする仕事を差し引いたものだから，

$$\int_0^r\frac{GmM}{x^2}dx-\int_0^\infty\frac{GmM}{x^2}dx=-\int_r^\infty\frac{GmM}{x^2}dx=\left[\frac{GmM}{x}\right]_r^\infty=-\frac{GmM}{r}$$

ただし，$\dfrac{GmM}{x^2}$は距離xにおける重力で，$\dfrac{GmM}{x^2}dx$は微小距離dxを移動するのに必要な仕事（エネルギー）である。

$m\phi_A=-\dfrac{GmM}{R}$だから，地表における重力ポテンシャルは，$\phi_A=-\dfrac{GM}{R}=-gR$

$\phi_B=-\dfrac{GM}{R+L}=-g\dfrac{R^2}{R+L}$，したがって，$\dfrac{\phi_B-\phi_A}{c^2}=\dfrac{gRL}{c^2(R+L)}$

（4）

そ

人工衛星（質量をm_sとする）は地球の中心を中心とする円運動をしている。その円運動の方程式は，

$$\frac{m_s v^2}{R+L}=m_s g\left(\frac{R}{R+L}\right)^2,\ \text{したがって，}\ v^2=\frac{gR^2}{R+L}$$

$$\frac{\Delta t_C}{\Delta t_B}=1+\left(-\frac{gR^2}{2c^2(R+L)}\right)$$

問3

$\dfrac{\Delta t_C}{\Delta t_A}=\dfrac{\Delta t_C}{\Delta t_B}\dfrac{\Delta t_B}{\Delta t_A}$のように扱うのは常套的である。

$$\frac{\Delta t_C}{\Delta t_A}=\left\{1-\frac{gR^2}{2c^2(R+L)}\right\}\left\{1+\frac{gRL}{c^2(R+L)}\right\}\fallingdotseq 1-\frac{gR^2}{2c^2(R+L)}+\frac{gRL}{c^2(R+L)}=1+4.9\times10^{-10}$$

$\dfrac{gR^2}{2c^2(R+L)}$と$\dfrac{gRL}{c^2(R+L)}$の積は10^{-20}ほどの微小量になるから，無視して良い。

<総評>

３問とも，京都大学らしく，基礎的な理解に基づく課題から少々複雑な現象の理解を必要とする応用的な課題までを含む，骨のある問題である。完答は難しくても，問題は誘導的に構成されているので，基礎的な問題は着実に答えて，高得点を得たいところである。したがって，教科書を熟読して，練習問題を解き，基礎的な知識と理解を確実にしておきたい。

問題は長文だから（特に第３問），的確に読み込んで，読み逃しや誤った理解のないようにしたい。難しいと思ったら，問題を読み返すことだ。問題の扱いを容易にする条件やヒントが書かれているのに，読み逃していたなどという場合がある。

問題Ⅰ

多くの読者は「だるま落とし」という玩具を知っているだろう。これは，物理法則を活用したなかなか面白いものである。その玩具を連想させる問題である。

この運動の過程の全貌を速やかに頭の中に描き，対処したい。記号を用いた計算がやや錯綜するのでケアレスミスに注意したいところだ。

摩擦力を含む運動の基礎を的確に理解していれば，難しいことはない。問２は運動量の本質的な理解を問う良問であり，難問である。運動量変化を動摩擦力μ_1による力積によるものとして式を書き下せば，(1)コで得られたT_Bと同じ結果を得る。問２以外は全体として難易度Ｂ，問２は難易度A。

問題Ⅱ

コンデンサーの容量，蓄積される電荷，静電エネルギー等に関する問題。誘電体が挿抜されると，どのような現象が発生するかなど，基本的な物理理解力が問われる。スイッチを開いた状態でコンデンサーから誘電体を抜くと，蓄積されていた電荷に変化はなく，容量は減少するため，両端の電圧が上昇する。すると，蓄積されたエネルギーが増大することになる。

問題Ⅲ

難しそうな実験図に驚いてはならない。文章をきちんと読めば，難しい問題ではないことが分かる。すると気分も落ち着く。問題は誘導的にできているが，後の文が前の問いの参考になる場合もあるから，的確に文章を読み込み，題意の全体像を頭に描くことが大事だ。

問題文は重力が働いている空間（加速度が働いている空間）では，時間の進み方が異なってくるということを説明する文章である。そのの要所に必要な式を当てはめていくことが問題である。

加速度運動をしている箱の中の光の振動数のドップラー効果から出発して，箱の中の観測系では慣性力による逆方向の加速度が働く。それは重力の加速度と考えることもできる。すると，重力の加速度が働いていると，光の振動数が変化する。そのことは時間間隔の変化に相当するということから，アインシュタインの相対性原理における時間の進み方の変化の分かりやすい説明文となっているのである。

高校物理では扱うことのない分野の物理だが，それを説明する物理は既知の波動や力学である。だから的確に読んでいけば，難しい箇所にはコメント文も挿入されているから，特段に難しいということを感じないですむ。大事なことは，長文と未知の分野ということに惑わされないで，冷静にチャレ

ンジすることである。

とはいえ，内容は難しい。正答はできても，正確に理解できた受験生は少ないだろう。まずは，図１から図２への繋がりを理解する必要がある。箱が上方へ加速度aで運動していると，箱の中の観測者からすると，慣性力によるみかけの加速度が発生する。この場合は下方に加速度が発生する。この加速度は重力加速度と変わらないことから，重力加速度の下での光の振動数の観測を考えるというわけである。

この問題は難易度はＢであるが，未知の物理現象を説明する長文の問題文を読みながら，要所の物理過程の問題を解答していく。問題となる物理過程は波動や力学の基礎であり，難しいものではない。重力ポテンシャルによって時間の進み具合が変化するという理解しがたい現象を，長文の問題文を読み進みながら，解いていくというプロセスである。物理の力だけでなく，国語力に加え，受験という緊張の中での強靭な思考力も問われることになる。受験生の総合的な学力を問う良問だと思う。

111027