

前期：文学部・教育学部・法学部・経済学部

医学部保健学科看護学専攻

1  $a$  を正の実数とし、 $a \neq \frac{1}{2}$  とする。曲線  $C: y = x^2$  上の 2 点  $P\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$  と  $Q(a, a^2)$  をとる。点  $P$  を通り  $P$  における  $C$  の接線と直交する直線を  $l$  とし、点  $Q$  を通り  $Q$  における  $C$  の接線と直交する直線を  $m$  とする。 $l$  と  $m$  の交点が  $C$  上にあるとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $a$  の値を求めよ。
- (2) 2 直線  $l$ ,  $m$  と曲線  $C$  で囲まれた図形のうちで  $y$  軸の右側の部分の面積を求めよ。

2 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \left| 2 \cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x - \sin x + \sqrt{3} \cos x - \frac{5}{4} \right|$$

と定める。以下の問いに答えよ。

- (1)  $t = -\sin x + \sqrt{3} \cos x$  とおく。 $f(x)$  を  $t$  の関数として表せ。
- (2)  $x$  が  $0 \leq x \leq 90^\circ$  の範囲を動くとき、 $t$  のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3)  $x$  が  $0 \leq x \leq 90^\circ$  の範囲を動くとき、 $f(x)$  のとりうる値の範囲を求めよ。また、 $f(x)$  が最大値をとる  $x$  は、 $60^\circ < x < 75^\circ$  を満たすことを示せ。

3 袋 A, 袋 B のそれぞれに, 1 から  $N$  の自然数がひとつずつ書かれた  $N$  枚のカードが入っている。これらのカードをよくかきまぜて取り出していく。以下の問いに答えよ。

(1)  $N = 4$  とする。袋 A, B のそれぞれから同時に 1 枚ずつカードを取り出し, 数字が同じかどうかを確認する操作を繰り返す。ただし, 取り出したカードは元には戻さないものとする。4 回のカードの取り出し操作が終わった後, 数字が一致していた回数を  $X$  とする。 $X = 1, X = 2, X = 3, X = 4$  となる確率をそれぞれ求めよ。また,  $X$  の期待値を求めよ。

(2)  $N = 3$  とし,  $n$  は自然数とする。袋 A, B のそれぞれから同時に 1 枚ずつカードを取り出し, カードの数字が一致していたら, それらのカードを取り除き, 一致していなかったら, 元の袋に戻すという操作を繰り返す。カードが初めて取り除かれるのが  $n$  回目で起こる確率を  $p_n$  とし,  $n$  回目の操作ですべてのカードが取り除かれる確率を  $q_n$  とする。 $p_n$  と  $q_n$  を求めよ。

4 平面上のベクトル  $\vec{a}, \vec{b}$  が

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, \vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{1}{2}$$

を満たすとする。ただし, 記号  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  はベクトル  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  の内積を表す。以下の問いに答えよ。

(1) 実数  $p, q$  に対して,  $\vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b}$  とおく。このとき, 次の条件

$$|\vec{c}| = 1, \vec{a} \cdot \vec{c} = 0, p > 0$$

を満たす実数  $p, q$  を求めよ。

(2) 平面上のベクトル  $\vec{x}$  が

$$-1 \leq \vec{a} \cdot \vec{x} \leq 1, 1 \leq \vec{b} \cdot \vec{x} \leq 2$$

を満たすとき,  $|\vec{x}|$  のとりうる値の範囲を求めよ。