

物 理

- 1 ばねの性質と，ばねによる物体の運動について考える。以下の問いで用いているそれぞれのばねは，一様な材質からできており，両端部まですべてばねと考えることができるものとする。また，ばねの一部分や，複数のばねを連結したものに対してもフックの法則が成り立ち，1つのばねとして考えることができる。このようなばねのばね定数は，そのばねにかかる力の大きさと，ばねの伸び(または縮み)の大きさから得られる。ばねの質量，および空気抵抗は無視できるものとし，重力加速度を g として，以下の問いに答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また，結果だけでなく，考え方や計算の過程も記せ。

問(1) 図1のように、ばね定数 k_1 のばね1とばね定数 k_2 のばね2が直列につながって天井からつり下げられ、その先端には質量 m の小物体が取り付けられている。

- (a) ばね1とばね2のそれぞれの伸び x_1 と x_2 を、 m 、 g 、 k_1 、 k_2 の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) ばね1とばね2の全体を1つのばねとして考え、そのばね定数 K を、 k_1 と k_2 を用いて表せ。
- (c) 一様なばねを n 等分して、同じばね定数をもつばねを n 個作ることを考える。このうちの1つのばねのばね定数は、元のばねのばね定数の何倍になるかを求めよ。

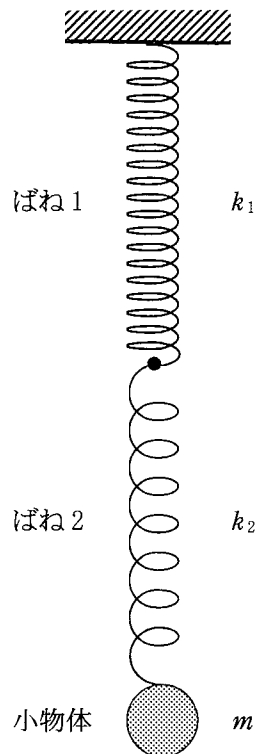


図1

問(2) 図2のように、ばね定数 $2k$ とばね定数 k の2つのばねを連結し、その両端に小物体Aと小物体Bを取り付けて、なめらかな水平面に置く。小物体Aと小物体Bの質量はともに m である。また、2つのばねの自然長はともに L である。

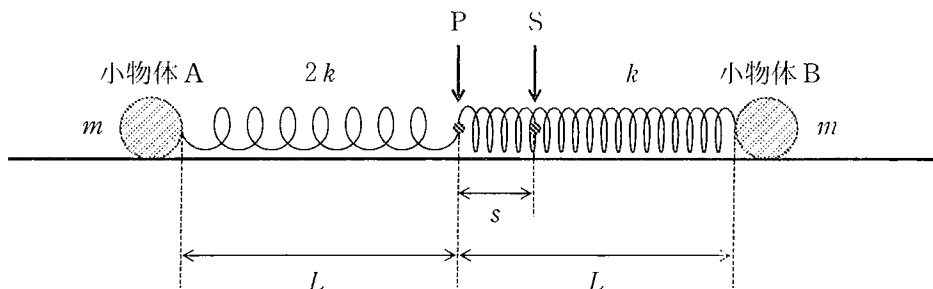


図2

- (a) 図2に示すように2つのばねが自然長となっている状態で、これらのばねの連結部(点P)から右側に距離 s だけ離れたばね上の点(点S)を考える。点Sから小物体Aと小物体Bまでのそれぞれのばねのばね定数を、 k_L 、 k_R とする。 k_L を、 s 、 k 、 L を用いて表せ。
- (b) 問(2)(a)で考えた k_L と k_R が $k_L = k_R$ という条件を満たす点Sを、点Qと呼ぶことにする。2つのばねが自然長となっている状態で、点Pから点Qまでの距離 s_Q を、 L を用いて表せ。
- (c) 小物体Aと小物体Bの間の距離を $2L$ からわずかに両手で押し縮めた状態を考える。この状態で図3に示すように、2つの小物体の間の中央の点を原点Oとし、水平右向きに x 軸をとる。時刻 $t = 0$ で両手をはなしたところ、2つの小物体は、原点Oに対して左右対称に振動を始めた。その周期を T とすると、問(2)(b)で考えたばね上の点Qの x 座標 x_Q の時間変化を示すグラフとして最も適切なものを、図4の(ア)~(カ)の中から1つ選び、記号で答えよ。
- (d) 問(2)(c)の振動の周期 T を、 m 、 k 、 L の中から必要なものを用いて表せ。

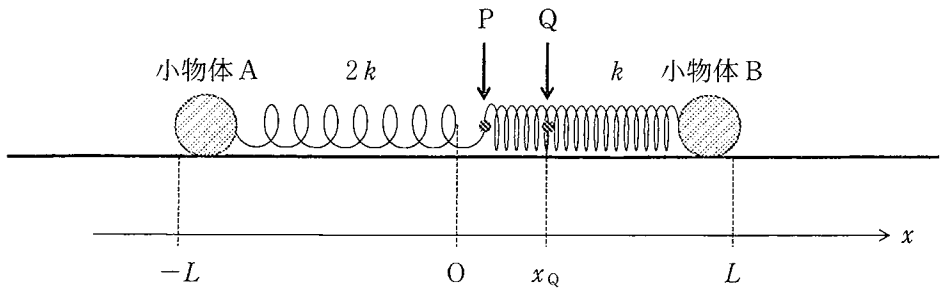


図 3

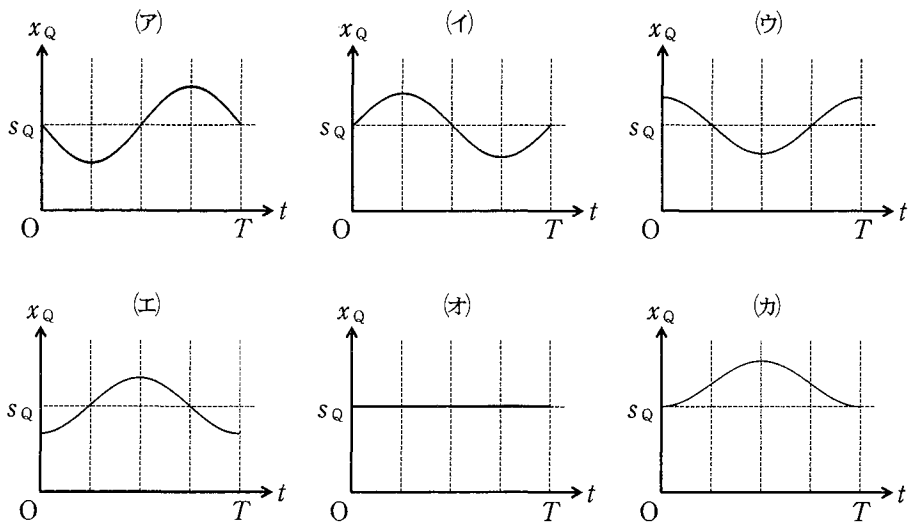


図 4

問(3) 図5に示すように、ばね定数 k をもつばねを、なめらかな水平面に固定された壁とつなぐ。このばねのもう一方の先端には、質量と厚さが無視できる板が取り付けられている。質量 m の小物体を手で持ち、板に押しあてながら、ばねを自然長から ℓ だけ縮めた状態で静止させた。小物体の大きさは十分に小さいものとする。手を静かにはなしたところ、小物体はやがて板からはなれて運動を始めた。壁から十分にはなれた点 O を原点とし、水平右向きに x 軸をとる。 $x \geq 0$ の領域には、厚さの無視できるカーペットが敷かれている。小物体とカーペットの間の動摩擦係数 μ' は、図6に示すように、 $x = 0$ から $x = x_1$ までは x に比例して変化し(その比例係数は c である)、 $x \geq x_1$ では一定値 cx_1 となる。板からはなれた小物体はカーペットに到達し、 $x = \frac{5}{4}x_1$ の位置で静止した。 x_1 を、 k, ℓ, m, g, c を用いて表せ。

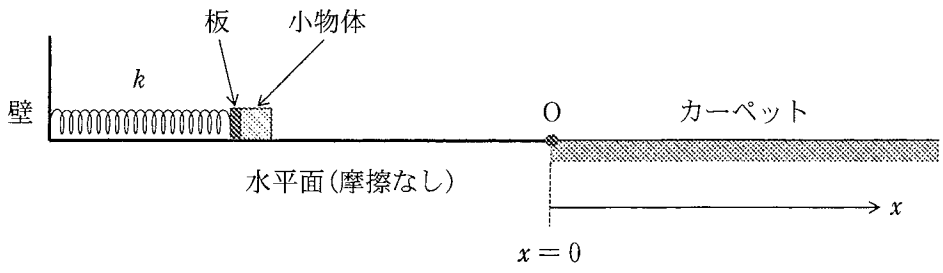


図 5

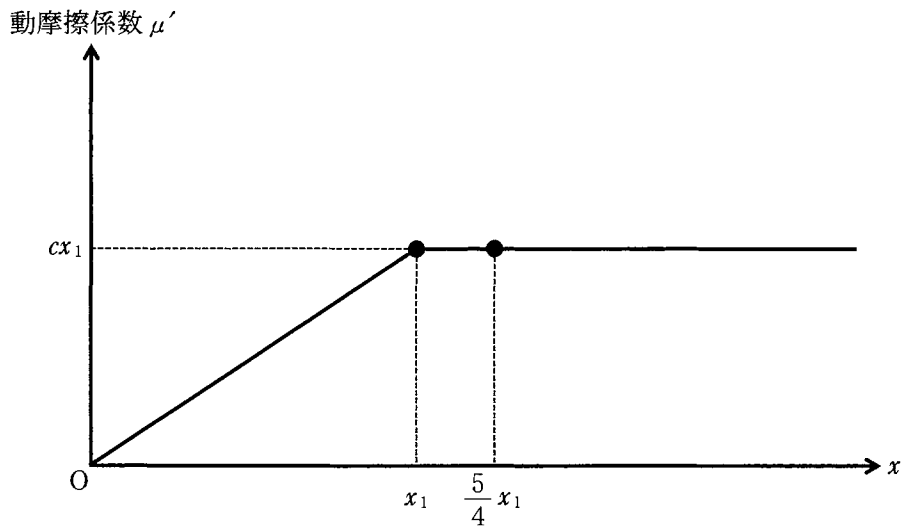


図 6

2 図1のように、 x 軸に平行な十分に長い2本のレールが、水平な xy 平面上に間隔 d で固定されている。そして、長さ d の導体棒 AB と導体棒 CD が、レールに対して垂直に置かれている。これら2本の導体棒は絶縁板により互いに固定され、その間隔は h である。点 A 、点 B 、点 C 、および点 D はそれぞれレールと接しており、レールから外れることなくなめらかに x 軸方向に移動できる。ここで、絶縁板を含め、導体棒 AB と導体棒 CD を全体として可動部とよび、その質量を m とする。導体棒 AB と導体棒 CD の電気抵抗の大きさは単位長さあたり ρ とし、レールおよびその他の導線の電気抵抗は0とする。また、レールと導体棒の接点における電気抵抗は無視してよい。PQ間にはスイッチと、内部抵抗の無視できる起電力 V の電池が接続されている。なお、可動部の位置は導体棒 CD の x 座標で表す。また、 x 軸の正方向を速度、加速度および力の正の向きとする。最初、可動部は $x=0$ の位置にあり、このときスイッチは開いていた。すべての導体棒および導線の電気抵抗は温度変化せず、自己誘導や空気による影響は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も記せ。

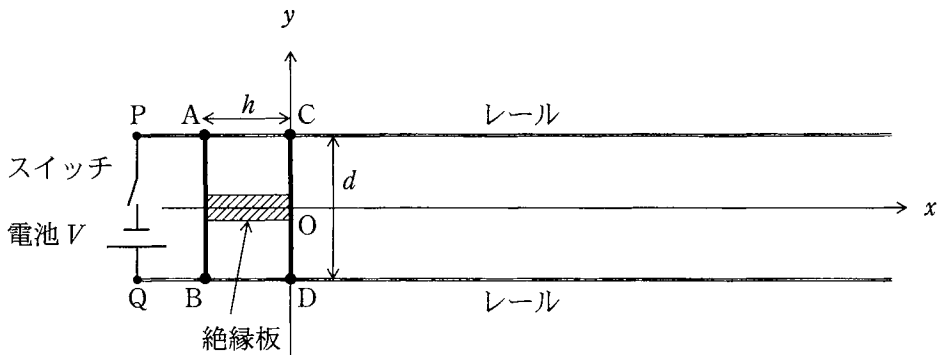
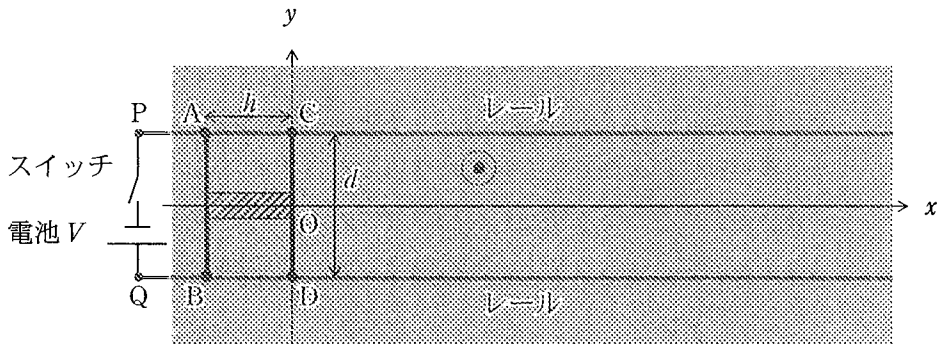


図1

問(1) 図2のようにスイッチと電池を除く領域すべてに、磁束密度 B の一様な磁場(磁界)を紙面に対して垂直に裏から表向きにかけ、スイッチを閉じた。なお、磁場と絶縁板は互いに何ら影響を与えないものとする。

- (a) スwitchを閉じた直後、AP間に流れる電流の大きさ I_{AP} を、 ρ , d , h , V , B , m の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) スwitchを閉じた直後、可動部に生じる加速度 a を、 ρ , d , h , V , B , m の中から必要なものを用いて表せ。
- (c) 可動部の速度が v であるとき、可動部が磁場から受ける力 F を、 ρ , d , h , V , B , m , v の中から必要なものを用いて表せ。
- (d) 十分に時間が経過したとき、可動部は一定の速度 v_0 で動いていた。このとき v_0 を、 ρ , d , h , V , B , m の中から必要なものを用いて表せ。



磁束密度 B の一様な磁場

図2

問(2) スイッチを開いてから、可動部を $x = 0$ に戻した。そして、図 3 のようにスイッチと電池を除く $x \leq L$ の領域に、磁束密度 B の一様な磁場を紙面に対して垂直に裏から表向きにかけた。また、 $x > L$ の領域には、磁束密度 kB ($k > 0$) の一様な磁場を紙面に対して垂直に表から裏向きにかけた。スイッチを閉じたところ、可動部が x 軸の正方向に動き出した。ここで、時間によって変化する可動部の速度を v' とする。可動部が初めて $x = L$ を通過したときの速度は、 $v' = v_1$ であった。可動部が $x > L$ の領域に入ったあと、 x 軸の正方向に進むにつれて、 v' は v_1 より小さくなった。なお、磁場と絶縁板は互いに何ら影響を与えないものとする。

(a) 可動部が初めて $L < x < L + h$ の領域に入り、 x 軸の正方向に動いているとき、導体棒 AB と導体棒 CD がそれぞれ磁場から受ける力 F'_{AB} と F'_{CD} を、 ρ , d , h , V , B , k , v' の中から必要なものを用いてそれぞれ表せ。また、 F'_{AB} と F'_{CD} の大きさは、可動部が x 軸の正方向に進むにつれて、それぞれ大きくなるか、あるいは小さくなるか答えよ。

(b) 可動部が $x = x_1$ ($L < x_1 < L + h$) に到達したとき、 $v' = 0$ になり、その後可動部が x 軸の負方向に動き出したとする。この場合、 k が満たすべき必要条件として適切なものを、以下に示す(ア)~(ウ)の中から 1 つ選び、記号で答えよ。また、その記号を選んだ理由を簡潔に記述せよ。

(ア) $k > 1$ (イ) $k = 1$ (ウ) $k < 1$

(c) 問(2)(b)で可動部が x 軸の負方向に動き出すための条件を満足する場合を考える。可動部が $x = x_1$ から x 軸の負方向に動き出し、 $x \leq L$ の領域に入った。 $x = x_2$ ($0 < x_2 < L$) に到達したとき、 $v' = 0$ になった。その後、可動部は x 軸の正方向に動き出し、 $x = L$ を再び通過したときの v' は v_1 よりも小さくなった。可動部が初めて $x = x_1$ に到達した時刻を $t = 0$ とすると、可動部の x 座標はどのような時間変化をするか、最も適切なものを図 4 の(ア)~(エ)の中から 1 つ選び、記号で答えよ。

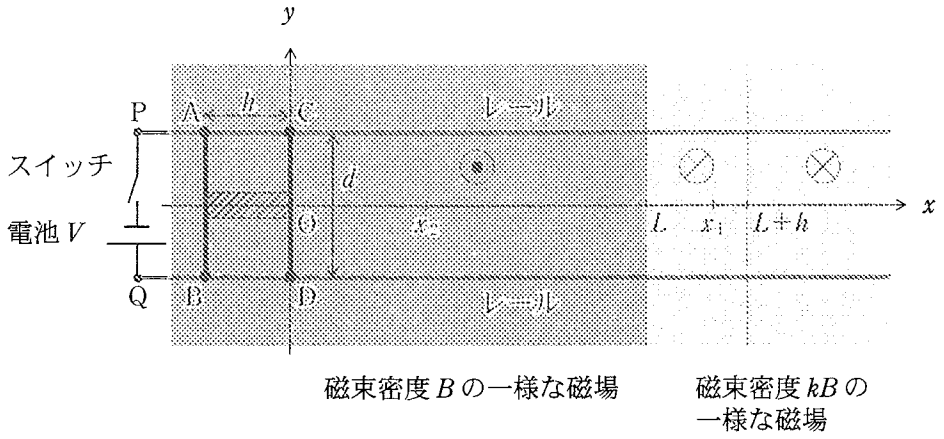


図 3

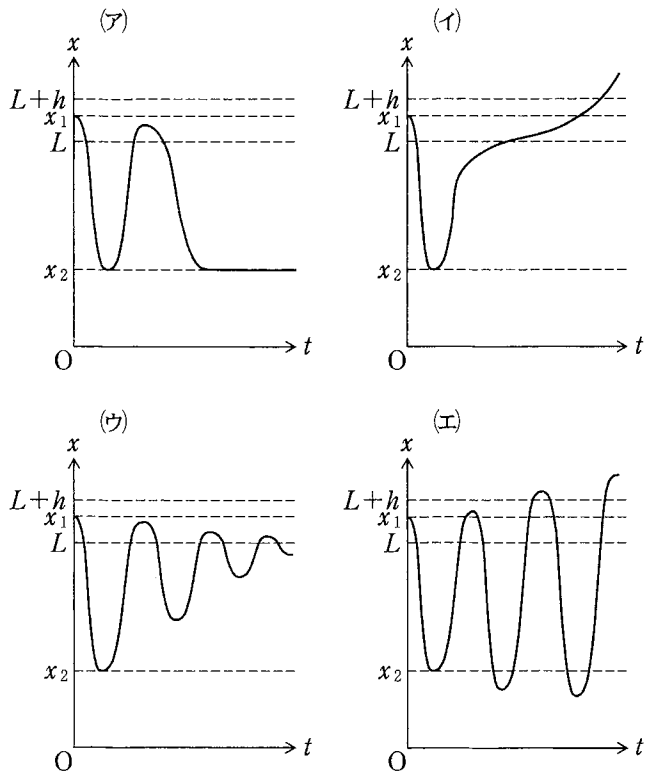


図 4

3 図1に示すように、温度 T_0 の大気中に、一様な断面積 S をもつ長さ $2L$ のシリンダーが水平に置かれている。シリンダー内部は質量 M のピストンで仕切られ、ピストンの左側には 1 mol の単原子分子理想気体(気体 A)が、右側には 2 mol の単原子分子理想気体(気体 B)が閉じ込められている。気体定数は R とする。

ピストンは水平になめらかに動くことができる。シリンダーの壁とピストンの厚みは無視でき、シリンダーとピストンの熱容量もともに無視できるものとする。シリンダーの長さ比べてピストンの直径は十分小さいとして以下の問いに答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も記せ。

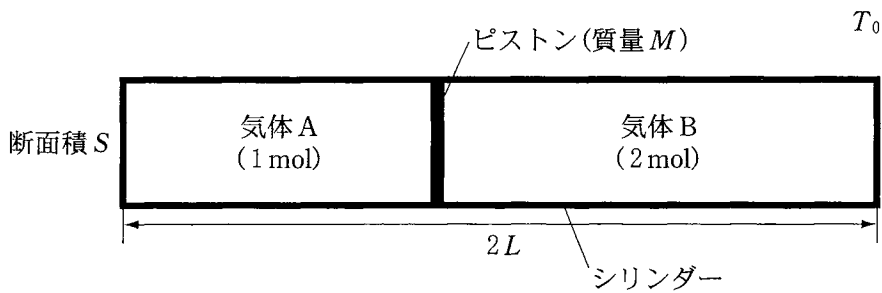


図 1

問(1) シリンダーとピストンは熱伝導の良い物質でできており、気体 A と気体 B が大気と熱平衡状態になったとき、ピストンは静止し、気体 A と気体 B の圧力はともに p_0 になった。この状態を状態 0 とする。

次に図 2 に示すように、状態 0 のシリンダーの左端を鉛直の回転軸に固定し、気体 A と気体 B の温度を T_0 に保ちながらシリンダーをゆっくりと水平面内で回転させた。回転が徐々に加速してシリンダーの角速度が ω_1 に達したとき、ピストンと回転軸の距離は L となった。この状態を状態 1 とする。ここでは気体にかかる遠心力は無視できるものとする。

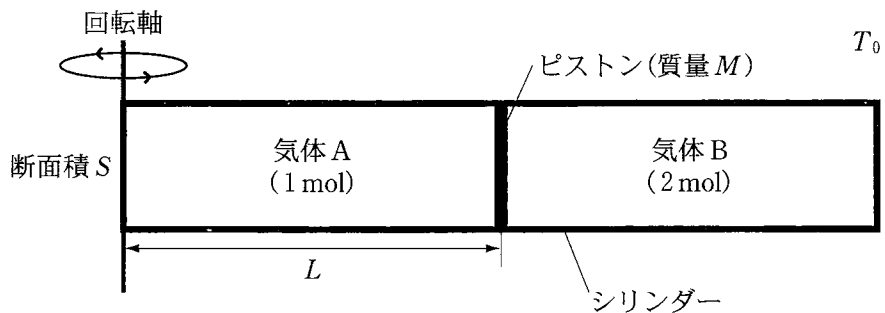


図 2

- 状態 0 における、気体 A の体積 V_{A0} と気体 B の体積 V_{B0} を、 L と S を用いて表せ。
- 状態 1 における、気体 A の圧力 p_{A1} と気体 B の圧力 p_{B1} を、 p_0 を用いて表せ。
- 状態 1 においてピストンにはたらく力のつりあいの式を、 L , S , M , ω_1 , p_{A1} , p_{B1} を用いて表せ。

(d) 状態0から状態1に変わる過程における、気体Aと気体Bの圧力 p および体積 V の変化を示すグラフとして最も適切なものを、図3の(ア)~(カ)の中から1つ選び、記号で答えよ。グラフ中では、状態0を○(白丸)、状態1を●(黒丸)で表し、気体Aの状態変化を太い「実線」、気体Bの状態変化を太い「点線」で示している。

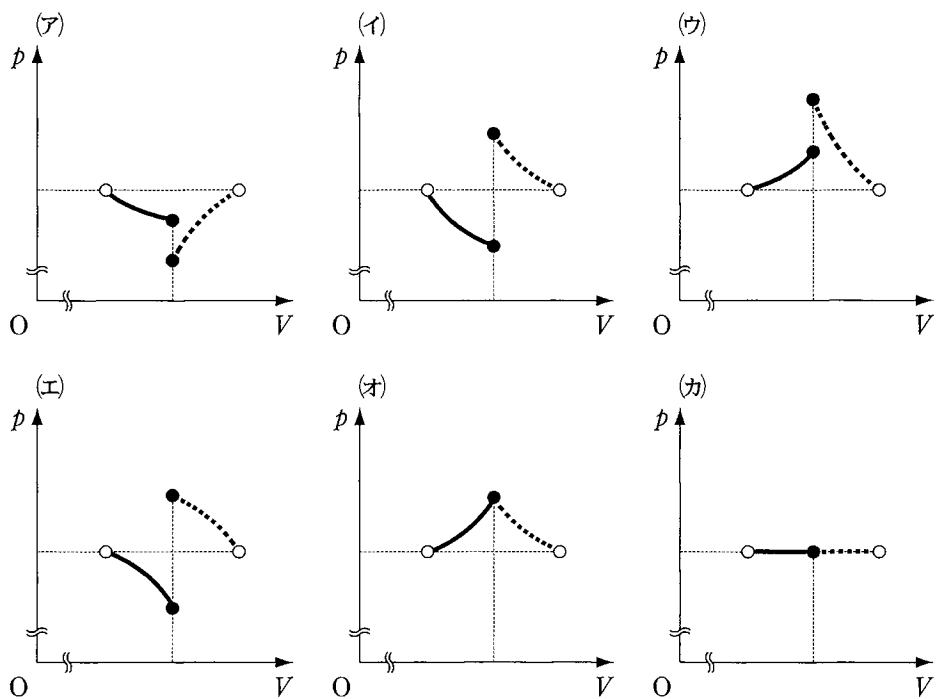


図3

(e) 状態0から状態1に変わる過程における、気体Aと気体Bのなした仕事 W_{A1} と W_{B1} の正負と、仕事の大きさ $|W_{A1}|$ と $|W_{B1}|$ の大小関係を表す記号を、 $>$ 、 $<$ 、 $=$ の中からそれぞれ1つ選び、所定の場所に記入せよ。ただし、気体が外部に仕事をした場合を正の仕事と定義する。

問(2) 図1のシリンダーとピストンが断熱材できていて、これらを介した気体間の熱のやり取りが完全に断されている場合を考える。シリンダーとピストンが静止していたとき、気体Aと気体Bの温度はともに T_0 であった。この状態を状態0'とする。その後、シリンダーの左端を鉛直の回転軸に固定し、水平面内で回転させた。シリンダーの角速度が ω_2 に達したとき、ピストンと回転軸の距離は L となった。このときの状態を状態2として図4に示す。状態2での気体Aと気体Bの(圧力, 温度)をそれぞれ (p_{A2}, T_{A2}) と (p_{B2}, T_{B2}) とする。なお、ここでも気体にかかる遠心力は無視できるものとする。

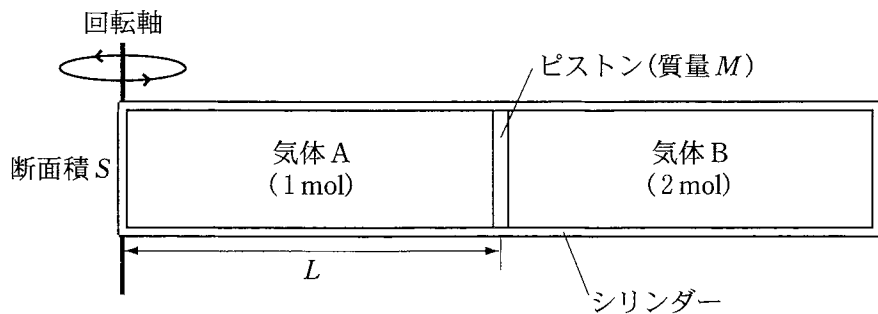


図4

- (a) 問(1)の状態1における気体Aの圧力 p_{A1} 、気体Bの圧力 p_{B1} 、シリンダーの角速度 ω_1 を、状態2における p_{A2} 、 p_{B2} 、 ω_2 と比較する。 p_{A1} と p_{A2} の大小関係、 p_{B1} と p_{B2} の大小関係、 ω_1 と ω_2 の大小関係を表す記号を、 $>$ 、 $<$ 、 $=$ の中からそれぞれ1つ選び、所定の場所に記入せよ。
- (b) 状態0'から状態2に変わる過程においてピストンがなした仕事 W_{P2} を、 R 、 T_0 、 T_{A2} 、 T_{B2} を用いて表せ。
- (c) 状態0'から状態2に変わる過程において、気体A、気体B、ピストンがなした仕事の大きさをそれぞれ $|W_{A2}|$ 、 $|W_{B2}|$ 、 $|W_{P2}|$ とし、問(1)の状態0から状態1に変わる過程で気体A、気体B、ピストンがなした仕事の大きさをそれぞれ $|W_{A1}|$ 、 $|W_{B1}|$ 、 $|W_{P1}|$ としたとき、 $|W_{A1}|$ と $|W_{A2}|$ の大小関係、 $|W_{B1}|$ と $|W_{B2}|$ の大小関係、 $|W_{P1}|$ と $|W_{P2}|$ の大小関係を表す記号を、 $>$ 、 $<$ 、 $=$ の中からそれぞれ1つ選び、所定の場所に記入せよ。