2012（H24）年度　東京工業大学　入学試験　物理解説

$\boxed{1}$ (50点)

＜解答＞

[A]

(a)

物体の位置エネルギーをB点で0とする。

物体がAにあるときの位置エネルギーは，$Mg(R-R\cos\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}MgR$

物体が角θの位置を運動しているときの位置エネルギーは，$Mg(R-R\cos\theta)$

物体の運動エネルギーは，エネルギー保存の法則により，$\frac{1}{2}Mv^2=\frac{1}{2}MgR-Mg(R-R\cos\theta)$

したがって物体の速さは，$v=\sqrt{2gR\left(\cos\theta-\frac{1}{2}\right)}$　(答)

レールからの垂直抗力をNとすれば，円運動の方程式は，$\frac{Mv^2}{R}=N-Mg\cos\theta$

したがって，$N=\frac{Mv^2}{R}+Mg\cos\theta=Mg(2\cos\theta-1)+Mg\cos\theta=Mg(3\cos\theta-1)$　(答)

(b)

質量Mの物体の衝突前の速さをv，衝突後の速さをv'，質量mの物体の衝突後の速さをv_2'とする。

$\frac{1}{2}Mv^2=\frac{1}{2}MgR$，$v=\sqrt{gR}$　①

運動量保存の法則により，$Mv=Mv'+mv_2'$　②

反発係数は，$e=\frac{|v'-v_2'|}{v}=\frac{v_2'-v'}{v}$　③

②，③から，$v_2'=\frac{(1+e)Mv}{m+M}$

質量mの物体がCから離れるためには，Bにおける運動エネルギーがCにおける位置エネルギーよりも大きいことが必要だから，$\frac{1}{2}mgR<\frac{1}{2}mv_2'^2$，したがって，$\sqrt{gR}<\frac{(1+e)Mv}{m+M}=\frac{(1+e)M}{m+M}\sqrt{gR}$

したがって，$m<eM$　(答)

[B]

(c)

ア 垂直抗力，　イ 遠心力，　ウ 重力　(答)

レール上で物体が静止しているということは，上昇も下降もしないということである。物体には，遠心力が働いて，上昇しようとする。一方，重力が働いて下降しようとする。

物体に働く遠心力　$rM\omega^2=RM\omega^2\sin\theta$，遠心力によるレール面上方への力　$RM\omega^2\sin\theta\cos\theta$

物体に働く重力によるレール面下方への力　$Mg\sin\theta$

上方、下方への力がつりあうので，$RM\omega^2\sin\theta\cos\theta=Mg\sin\theta$

したがって，$\omega^2=\frac{g}{R\cos\theta}$　④，$0<\theta<\frac{\pi}{3}$だから，$\sqrt{\frac{g}{R}}<\omega<\sqrt{\frac{2g}{R}}$

したがって，$\omega_1=\sqrt{\dfrac{g}{R}}$　（答），$\omega_2=\sqrt{\dfrac{2g}{R}}$　（答）

(d)

④から，$\omega_0{}^2=\dfrac{g}{R\cos\theta_0}$，したがって$g=R\omega_0{}^2\cos\theta_0$

レールに沿って上方への力は$MR\omega_0{}^2\sin\theta\cos\theta$，下方への力は$Mg\sin\theta$

したがって，物体に働くレールに沿った力の大きさは，

$|MR\omega_0{}^2\sin\theta\cos\theta-Mg\sin\theta|=|MR\omega_0{}^2\sin\theta\cos\theta-MR\omega_0{}^2\cos\theta_0\sin\theta|$

$=MR\omega_0{}^2\sin\theta|\cos\theta-\cos\theta_0|$　⑤　（答）

(e)

$\sin(\theta_0+\Delta\theta)\fallingdotseq\sin\theta_0+\Delta\theta\cos\theta_0$，$\cos(\theta+\Delta\theta)\fallingdotseq\cos\theta_0-\Delta\theta\sin\theta_0$を用いると，

⑤は，上方への力として，$F=MR\omega_0{}^2\sin\theta(\cos\theta-\cos\theta_0)\fallingdotseq-MR\omega_0{}^2\sin(\theta_0+\Delta\theta)\Delta\theta\sin\theta_0$

$\fallingdotseq-MR\omega_0{}^2\Delta\theta(\sin\theta_0+\Delta\theta\cos\theta_0)\sin\theta_0\fallingdotseq-MR\omega_0{}^2\Delta\theta\sin^2\theta_0=-ks$

ここで，sはレールに沿った単振動の変位で，$s=R\Delta\theta$，$k=M\omega_0{}^2\sin^2\theta_0$

$\Delta\theta>0$すなわち物体を上方へ移動するとFの方向は下方になり，その大きさは変位sに比例するので，物体は単振動する。

物体に働く力Fと加速度αを，$F=M\alpha=-ks$とおけば，$\alpha=-\dfrac{ks}{M}$

$s=a\sin2\pi ft$のように振動数fで単振動するとすれば，$\alpha=-(2\pi f)^2a\sin2\pi ft=-(2\pi f)^2s$

$-(2\pi f)^2s=-\dfrac{ks}{M}$，したがって$f=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{M}}=\dfrac{1}{2\pi}\omega_0\sin\omega_0$

したがって周期は，$T=\dfrac{1}{f}=\dfrac{2\pi}{\omega_0\sin\omega_0}$　（答）

(f)

① 0,　② Mg,　③ $\sqrt{\dfrac{R}{g}}$,　④ $\dfrac{3}{2}R$,　⑤ $\sqrt{2}$,　⑥ $\sqrt{2}$

＜解説＞

[A]

(a)

物体はレール上をなめらかに滑るので，摩擦がなく，エネルギーを失うことはない。エネルギー保存の法則によりAでもっていた位置エネルギーが失われた分，物体は運動エネルギーを得る。

力のつり合いの観点から考えると，レールから受ける垂直抗力Nは，（レールを押す遠心力＋重力のレール面垂直方向成分）に等しい。

遠心力は，$\dfrac{Mv^2}{R}=Mg(2\cos\theta-1)$，重力のレール面垂直方向成分は，$Mg\cos\theta$

したがって垂直抗力は，$N=Mg(2\cos\theta-1)+Mg\cos\theta=Mg(3\cos\theta-1)$　（答）

(b)

エネルギー保存の法則，運動量保存の法則，反発係数などを的確に使いこなすこと。

[B]

(c)

レール上の観測者ということは，レールの回転と一緒に回転しているということである。その観測者から見て，図３で物体に働く力ア，イ，ウがつりあって物体が静止している。ここで，イは遠心力

であるが，レールと一緒に回転する観測者から見て発生している力なので，みかけの力，つまり慣性力である。ア，イ，ウの力を出題したことは，角速度ωを求めるための誘導にもなっている。

物体がレール上に静止しているということは，上方への力と下方への力がつりあっている，ということだ。ωが大きくなる，つまり回転が速くなるとイが大きくなり，レールから飛び出てしまうだろう。回転が遅くなると，レールの最低点Bで停止してしまうだろう。だから，この運動が成り立つωの上限，下限があるということだ。

(d)

(c)の結果を用いて，重力の加速度gを$g=R\omega_0{}^2\cos\theta_0$と表現する。図３でイのレール面方向の成分が上方へ働く力，ウのレール面方向成分が下方へ働く力である。

(e)

つり合いの位置から物体を微小量変位させると，変位方向とは逆方向に変位に比例した力が作用する。したがって，物体は単振動する。ここで，レール面に沿った物体の変位を$s=R\Delta\theta$とおくのがポイントである。

(f)

①レールという拘束からはずれたので，x 軸方向に働く力は存在しない。

②鉛直下方に重力Mg

③レールから離れた時の物体の高さは$R-R\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{R}{2}$，鉛直方向の速度は0，したがって，物体は鉛直方向へは初速0の自由落下運動をする。床に落下するまでの時間は，落下距離と時間の関係$s=\dfrac{1}{2}gt^2$により，$\sqrt{\dfrac{R}{g}}$

④レールから離れた時の物体のy 軸方向の速さは,

$r\omega_2=R\omega_2\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}R\omega_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}R\sqrt{\dfrac{2g}{R}}=\sqrt{\dfrac{3gR}{2}}$

したがって，落下点のy方向のBからの距離は$\sqrt{\dfrac{3gR}{2}}\times\sqrt{\dfrac{R}{g}}=\sqrt{\dfrac{3}{2}}R$

落下点のx方向のBからの距離は，レールから離れた時のx方向の位置と変わらないので，$\dfrac{\sqrt{3}}{2}R$

落下点のBからの距離は$\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}R\right)^2+\left(\sqrt{\dfrac{3}{2}}R\right)^2}=\dfrac{3}{2}R$

⑤ $\tan\phi=$(落下点までのy方向の距離)/(落下点までのx方向の距離)$=\sqrt{\dfrac{3}{2}}R\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}R=\sqrt{2}$

⑥ レールは角速度ω_2で回転しているのだから，物体が床に落下するまでに,

$\phi+\phi'=\omega_2 t=\sqrt{\dfrac{2g}{R}}\times\sqrt{\dfrac{R}{g}}=\sqrt{2}$，したがって，$\phi'=\sqrt{2}-\phi$

$\boxed{2}$(50点)

＜解答＞

[A]

(a)

問題図１の極板A，B間のコンデンサーの電気容量は，AP間のコンデンサーの電気容量とPB間のコンデンサーの電気容量の直列接続と考えることができる。

AP間の電気容量は，$C_A=\dfrac{\varepsilon_0 S}{x}$，BP間の電気容量は$C_B=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d-x}$

したがって，AB間の電気容量は，$\dfrac{1}{C}=\dfrac{1}{C_A}+\dfrac{1}{C_B}$，$C=\dfrac{C_AC_B}{C_A+C_B}=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$　（答）

(b)

図１のように電極A，Bに誘導される電荷をQ_A，Q_Bとする。電極A，Bの金属板Pに対する電位をV_A，V_Bとする。すると，

$Q_A+Q_B=-Q$　①，$-Q_A=C_AV_A$　②，$-Q_B=C_BV_B$　③，$V_A=V_B$　④

②，③を①に代入して，④を考慮すると，$Q_A=-\dfrac{C_A}{C_A+C_B}Q=-\dfrac{d-x}{d}Q$，$Q_B=-\dfrac{x}{d}Q$　（答）

(c)

AP間に蓄えられる静電エネルギーは$-\dfrac{1}{2}Q_AV_A=\dfrac{1}{2}\dfrac{{Q_A}^2}{C_A}$

BP間に蓄えられる静電エネルギーは$-\dfrac{1}{2}Q_BV_B=\dfrac{1}{2}\dfrac{{Q_B}^2}{C_B}$

したがって，静電エネルギー全体は，(a)，(b)の結果を用いて，

$\dfrac{1}{2}\dfrac{{Q_A}^2}{C_A}+\dfrac{1}{2}\dfrac{{Q_B}^2}{C_B}=\dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}x\left(1-\dfrac{x}{d}\right)$　（答）

(d)

(c)で求めた静電エネルギーを$U(x)=\dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}x\left(1-\dfrac{x}{d}\right)$とおく。$x$が$x+\Delta x$に変化するときの$U(x)$の変化は，$\dfrac{dU(x)}{dx}\Delta x=\dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}\left(1-\dfrac{2x}{d}\right)\Delta x$　（答）

静電エネルギーの増加は，力に抗して金属板が移動した仕事によるものだから，静電エネルギーの変化と力の向きは逆方向である。金属板に働く力をFとすれば，

$F\Delta x=-\dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}\left(1-\dfrac{2x}{d}\right)\Delta x$，$F=-\dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}\left(1-\dfrac{2x}{d}\right)$　（答）

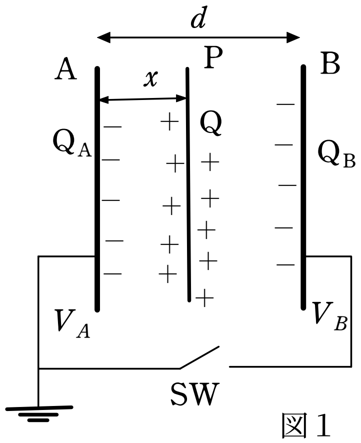

図１

[B]

(e)

金属板Pが電極ABの中間，すなわち$x=\dfrac{d}{2}$にあるときからの変位をsとすれば，

金属板に働くばねによる力は$F_c=-2ks$

一方，静電エネルギーによる力は，$s=x-\dfrac{d}{2}$だから，

$F=-\dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}\left(1-\dfrac{2x}{d}\right)=\dfrac{Q^2}{\varepsilon_0 dS}s=k_qs$，$k_q=\dfrac{Q^2}{\varepsilon_0 dS}$

したがって，金属板に働く力は，$F_m=-(2k-k_q)s=-k's$

この力による運動が単振動であるためには，力の向きと変位の向きが逆であることが必要だから，

$0<k'=(2k-k_q)$，したがって$2k<k_q=\dfrac{Q^2}{\varepsilon_0 dS}$

したがって，$0<Q<\sqrt{2\varepsilon_0 kdS}$　（答）

単振動の角振動数をωとおいて，$s=a\sin\omega t$として，$F_m=m\alpha=-m\omega^2 s$

$-k's=-m\omega^2 s$だから，$\omega=\sqrt{\dfrac{k'}{m}}=\sqrt{\dfrac{1}{m}\left(2k-\dfrac{Q^2}{\varepsilon_0 dS}\right)}$　（答）

(f)

(b)において，$Q_A=-\dfrac{C_A}{C_A+C_B}Q=-\dfrac{d-x}{d}Q$，$Q_B=-\dfrac{x}{d}Q$

$s=x-\dfrac{d}{2}$だから，$x=s+\dfrac{d}{2}$として，$Q_A=\left(\dfrac{s}{d}-\dfrac{1}{2}\right)Q$，$Q_B=-\left(\dfrac{s}{d}+\dfrac{1}{2}\right)Q$

$I=\dfrac{\Delta Q_A}{\Delta t}\left(=-\dfrac{\Delta Q_B}{\Delta t}\right)=\dfrac{\Delta Q_A}{\Delta s}\dfrac{\Delta s}{\Delta t}=\dfrac{Q}{d}(\omega a\cos\omega t)=\dfrac{1}{4}\omega Q\cos\omega t$

したがって，$\omega t=n\pi$のとき，$I_{max}=|I|=\dfrac{1}{4}\omega Q=\dfrac{Q}{4}\sqrt{\dfrac{1}{m}\left(2k-\dfrac{Q^2}{\varepsilon_0 dS}\right)}$　（答）

＜解説＞

[A]

(a)

与えられた極板構造を2つのコンデンサーの直列接続と考えることがポイントである。すると，2つのコンデンサーの容量から直列接続の合成容量を求める問題に帰着する。2つの極板と平行な金属板Pの有無は容量には関係がないことが分かる。

(b)

金属板は正に帯電しているので，電極A，Bは負に帯電する。問題図１の回路でスイッチが閉じた場合は，AB間の電圧は0であることに注意する。すなわち，金属板に対する電極A，Bの電位は等しい。

(c)

AP間，BP間に蓄積された静電エネルギーの和として求める。

(d)

静電エネルギーはxの関数である。したがって，xの変化に伴い変化する。微小変化Δxに対する静電エネルギーの変化は，$\lim_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta U}{\Delta x}=\dfrac{dU}{dx}$と$\Delta x$の積である。

$$\Delta U=U(x+\Delta x)-U(x)=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}(x+\Delta x)\left(1-\frac{x+\Delta x}{d}\right)-\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}x\left(1-\frac{x}{d}\right)=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}\left(1-\frac{2x}{d}\right)\Delta x$$

のように求めることもできる。ここで$(\Delta x)^2$の項は無視した。

[B]

(e)

ばねの力に加え，静電気力が働く条件での運動に関する問題である。静電エネルギーは金属板が極板ABの真ん中（すなわち$x=d/2$）にあるときが一番大きく，変位の向きと力の向きが一致する。ばねの力は変位の向きと力の向きが逆である。単振動の条件は，働く力が変位に比例し向きが逆ということである。

ここでは$x=d/4$で金属板をはなすとあるが，このxの値は答に影響を与えない。

$x=\dfrac{d}{4}$における，ばねによる力は，$F_c=k\times\left(\dfrac{-d}{4}\right)\times 2=\dfrac{-kd}{2}$，ただし向きは$x=\dfrac{d}{2}$へ向かう。

一方，静電エネルギーによる力は$F=-\dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}\left(1-\dfrac{2x}{d}\right)$において，$x=\dfrac{d}{4}$とすれば，$F=-\dfrac{Q^2}{4\varepsilon_0 S}$，ただし向きは$x$が減少する方向へ向かう。すなわち，$F_c$と$F$の向きは逆である。

単振動のためには，$F<F_c$だから，$\dfrac{Q^2}{4\varepsilon_0 S}<\dfrac{kd}{2}$，したがって，$0<Q<\sqrt{2\varepsilon_0 kdS}$　（答）

(f)

極板A（Bも同じ）における電荷は，(b)のように金属板Pの位置xが変化すると，変動する。すなわち，電荷が極板A，B間を流れる。(b)の式から明らかなように，極板A，Bにおけるxの変化に対する電荷の増減は逆である。

問題文にあるように，電流は$I=\dfrac{\Delta q}{\Delta t}$だから，$I=\dfrac{\Delta q}{\Delta t}=\dfrac{\Delta q}{\Delta x}\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$と考える。つまり，電流はPの位置$x$の変化による電荷の変化と位置$x$の変化の速さの積になる。ここで金属板Pは単振動していて，その式が求まっているわけだから，$\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$を求めることができる。

$\boxed{3}$ (50点)

＜解答＞

(a)

x軸の正の向きに空気が最も大きく変位している位置はx_6　（答）

x軸の正の向きに空気が最も速く動いている位置はx_8　（答）

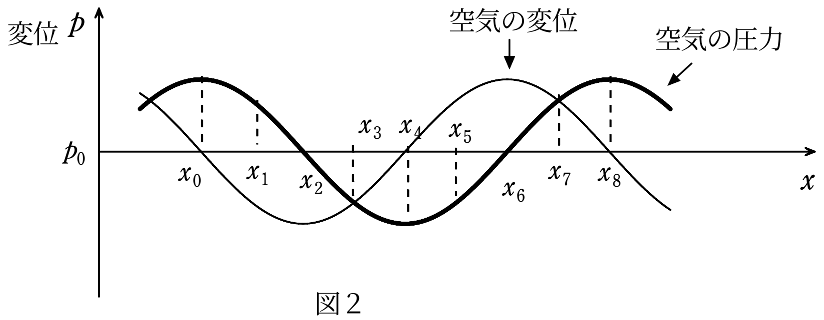

図２

(b)

x軸の正の向きに空気が最も大きく変位している時刻はt_2　（答）

(c)

定常波の腹の位置は音波の波長の1/2の間隔で並ぶので，$d=\lambda/2=\dfrac{c}{2f}$　（答）

(d)

気温が上昇すると，音速が速くなり振動数は一定だから，(c)から分かるようにdは増加する。

[B]

(e)

$$(p_0+\Delta p)(V_0-\Delta V)^{\gamma}=p_0 V_0{}^{\gamma},\ 1+\frac{\Delta p}{p_0}=\left(\frac{V_0}{V_0-\Delta V}\right)^{\gamma}=\left(\frac{V_0-\Delta V}{V_0}\right)^{-\gamma}=\left(1-\frac{\Delta V}{V_0}\right)^{-\gamma}\fallingdotseq 1+\frac{\gamma\Delta V}{V_0}$$

したがって，$\dfrac{\Delta p}{\Delta V}=\dfrac{\gamma p_0}{V_0}$，$K=\left(\dfrac{\Delta p}{\Delta V}\right)V_0=\gamma p_0$　（答）

(f)

長さL，質量M，時間T，とすれば，

cの次元は$[\mathrm{LT^{-1}}]$，Kの次元は$[\mathrm{L^{-1}MT^{-2}}]$，ρの次元は$[\mathrm{L^{-3}M}]$

すると，$[\mathrm{LT^{-1}}]=[\mathrm{L^{-1}MT^{-2}}]^{\alpha}[\mathrm{L^{-3}M}]^{\beta}$

$-\alpha-3\beta=1$，$\alpha+\beta=0$，$2\alpha=1$，したがって，$\alpha=\dfrac{1}{2}$，$\beta=-\dfrac{1}{2}$　（答）

(g)

温度T_0，nモルの気体の状態方程式は，$p_0V_0=nRT_0$，また密度は$\rho=\dfrac{nM}{V_0}$

$$c=K^{\frac{1}{2}}\rho^{-\frac{1}{2}}=(\gamma p_0)^{\frac{1}{2}}\rho^{-\frac{1}{2}}=\gamma^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{p_0}{\rho}}=\gamma^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{p_0V_0}{nM}}=\gamma^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{p_0V_0}{nM}}=\gamma^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{RT_0}{M}}$$

絶対温度T_0を摂氏温度θに変換して，$T_0=273+\theta$とすれば，$\dfrac{1}{273}$は1より十分小さいとして，

$$\sqrt{T_0}=(273+\theta)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{273}\left(1+\frac{\theta}{273}\right)^{\frac{1}{2}}\fallingdotseq\sqrt{273}\left(1+\frac{1}{2}\frac{\theta}{273}\right)$$

$$c=\gamma^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{R}{M}}\sqrt{273}\left(1+\frac{\theta}{546}\right),$$

したがって$c_0=\sqrt{\dfrac{273\gamma R}{M}}$　（答），$a=\dfrac{1}{546}=1.8\times10^{-3}$　（答）

＜解説＞

[A]

空気中の音波に関する問題である。音波は縦波，すなわち媒体の粗密波である。

(a)

空気中を伝搬する音波における空気の圧力，変位について理解すること。空気の圧力（密度）を微分したものが空気の変位である。

図２を参照する。空気の圧力（密度）が最も高いのはx_8である。したがって，x_4からx_8にかけて，空気が正の方向へ変位して，x_8の圧力が最高になる。このとき空気が最も大きく変位するのはx_6である。空気の変位はx_4から徐々に大きくなり，x_6で最大になり，徐々に小さくなりx_8で0になり，変位が負の方向になる。このように空気が変位するので，x_4で空気の圧力が最も低く（最も疎に）なり，x_8で空気の圧力が最も高く（最も密に）なる。

音波はx軸の正の向きに進行する。最も圧力の高い位置が正の方向へ移動するから，空気が最も速く正の方向へ動いている位置はx_8である。

図２で太線は空気の圧力である。音波は疎密波だから，圧力の高い所が空気が密な部分，低い所が疎な部分である。この圧力の波と空気の変位の波（のような表現）の関係は，やや理解しにくいところがあるかも知れない。圧力の高い所は両側から空気が押してくるので，空気の変位が0であり，圧力の低い所は両側へ空気が広がろうとしているので，変位が0となると考えると良い。

(b)

圧力が高いときから低くなるにつれ，空気が正の方向へ変位するので，最も正の方向へ変位が大きい時刻はt_2である。

(c)

このとき，スピーカーと反射板の間で定常波が発生している。圧力が時間とともに変わらず常にp_0

となっている点は定常波の節である。定常波の節と節の間隔は元の進行波の波長の1/2である。

(d)

実験によれば，常温付近の温度t℃の乾燥した空気中を伝わる音波の速さと温度の関係は，次式で表される。

$V=331.5+0.6t$　[m/s]

むろん，このことは教科書に記載されている。

[B]

(e)

ここでは$pV^{\gamma}=$一定だから，$(p_0+\Delta p)(V_0-\Delta V)^{\gamma}=p_0{V_0}^{\gamma}$を計算すれば良い。微小量$h$に対する近似式$(1+h)^n\fallingdotseq 1+nh$を利用する。

(f)

国際単位系（SI）で物理量の基本単位は，長さ（m），質量（kg），時間（s），電流（A），温度（K），物質量（mol），光度（cd）と定めている。すべての物理量の単位はこれらの基本単位の組合せで決まる。

速さcの単位は$(\mathrm{ms^{-1}})$次元は$[\mathrm{LT^{-1}}]$，Kの単位は$(\mathrm{Nm^{-2}})=(\mathrm{kgms^{-2}m^{-2}})=(\mathrm{kgm^{-1}s^{-2}})$次元は$[\mathrm{L^{-1}M\,T^{-2}}]$，密度$\rho$の単位は$(\mathrm{kgm^{-3}})$次元は$[\mathrm{L^{-3}M}]$

したがって，$(\mathrm{ms^{-1}})=(\mathrm{kgm^{-1}s^{-2}})^{\alpha}(\mathrm{kgm^{-3}})^{\beta}$ だから,

$\alpha+\beta=0$，$-\alpha-3\beta=1$，$2\alpha=1$，したがって，$\alpha=\dfrac{1}{2}$，$\beta=-\dfrac{1}{2}$　（答）

(g)

(f)の結果，$c=K^{\frac{1}{2}}\rho^{-\frac{1}{2}}=(\gamma p_0)^{\frac{1}{2}}\rho^{-\frac{1}{2}}$が与えれるのだから,

$\rho=\dfrac{nM}{V_0}$，$p_0V_0=nRT_0$，$T_0=273+\theta$とおけば，残るは式の変換だけである。

(d)で記載した音速の式によれば，ここで得られる値は$0.6\div331.5=1.8\times10^{-3}$となって一致する。

<総評>

力学，電気，音波と気体の3分野からの問題である。どれも仮想的な実験による現象について，基礎的な知識や理解から，難しい思考を要する問いまで，誘導的な構成になっている。他の主要大学と同じように，問題は長文だから，的確に読み込むことが必要である。

$\boxed{1}$

物体が滑る円弧型レールに回転を加えることによって，生じる現象を問題にしている。

[A] (a)では円弧型レールを滑ることにより，円運動をしていることに注意する。すると，向心力が働く。円運動の方程式を理解していなければならない。(b)では運動量保存の法則と反発係数とから物体（質量m）の速度が決まる。難易度はＢ－

[B] (c)物体が静止して見えるということは，物体に働く力がつりあって，その合力が0ということである。滑らかな円弧型レール上で物体が静止して見えるのだから，重力以外の力が作用して静止している。ここでは，ア，イ，ウと図示されているので，分かり易い。ここで，イは円運動している観測者からすると働いているように見えるので，見かけの力である。

(d)レールに沿った力の発生は重力と遠心力のレール面方向成分によるものである。物体が静止していることから，(c)の結果により重力加速度gの表式を求めることができる。難易度はＢ

(e)ここでは，$\omega=\omega_0$，$\theta=\theta_0$で静止している物体のθをわずかに変化させると，レール上を単振動す

る。$s=R\Delta\theta$とレール面に沿った変位sを導入するのがポイントである。単振動とはどのようなものか，単振動の振動数や周期などを含め，教科書に記載の基本事項を的確に理解していなければならない。難易度はA－

(f)レールから物体が離れた直後，物体にはレールからの拘束が働かなくなるので，図４でx軸方向に働く力は存在しない。鉛直下方の力は当然重力である。鉛直下方へは初速0の自由落下運動をする。また，y軸方向へは角速度ω_2の円運動の速度$r\omega_2$で飛び出す。難易度はA－

2

コンデンサーの容量と電荷にばねによる単振動を絡ませた問題である。問題の設定が少々現実離れしている感があるが，試験問題のための思考実験だからやむを得ないとするか。

[A]コンデンサーの基本を的確に理解していれば，難しくはない。(a)でコンデンサーの中間に金属板を入れると，電場がどうなるか，などと物理の基本を考えだすと，難しくなる。　ここは，2つのコンデンサーAPとBPの直列接続の合成容量を求めると考えて扱う。(a)，(b)，(c)をそのようにすると，うまく解答できる。(d)は静電エネルギーをxで微分すると簡単になる。難易度B

[B]ばねによって，金属板を支えるので，ばねによる単振動が加わる。金属板には静電気力による力が働くから，単振動するための条件が課せられる。電流が流れる理由を理解することが，解答に至る基本である。金属板が移動すると，両コンデンサーの容量が変化するから，電荷が移動することが電流が流れる理由である。金属板が単振動するので，電流も正弦波状の変化をする。難易度はA－。

3

音波から気体の状態方程式を含む問題で，基礎的な理解力を必要とする。[A](a)，(b)は音波の基礎なのだが，存外難しいのではないか。縦波の性質，空気の疎密，空気の変位，空気の速さなどの物理を的確に理解しておくこと。難易度はB

[B]では，音波の伝搬を微小区間の断熱圧縮と断熱膨張の繰り返しとして扱う方法を示し，結果として，音速が温度の上昇とともに大きくなることを導く。(f)は単位の次元の一致によって，べき乗の数値を求める。基本的な物理の理解を問う問題でもある。それにしても，われわれが住む宇宙の森羅万象がたった７つの物理量によって表現されるとは驚きである。複雑にみえる現象が実はある基本的な関係によって生起しているということを示しているのであろう。難易度はB

130125