

**1**

(50点)

- (1) 辺の長さが1である正四面体OABCにおいて辺ABの中点をD, 辺OCの中点をEとする. 2つのベクトル $\vec{DE}$ と $\vec{AC}$ との内積を求めよ.
- (2) 1から6までの目がそれぞれ $\frac{1}{6}$ の確率で出るさいころを同時に3個投げるとき, 目の積が10の倍数になる確率を求めよ.

**2** (50点)

(1)  $\log_{10} 3 = 0.4771$  として,  $\sum_{n=0}^{99} 3^n$  の桁数を求めよ.

(2) 実数  $a$  に対して,  $a$  を超えない最大の整数を  $[a]$  で表す. 10000 以下の正の整数  $n$  で  $[\sqrt{n}]$  が  $n$  の約数となるものは何個あるか.

**3**

(50 点)

3 次関数  $y = x^3 - 3x^2 + 2x$  のグラフを  $C$ , 直線  $y = ax$  を  $l$  とする.

- (1)  $C$  と  $l$  が原点以外の共有点をもつような実数  $a$  の範囲を求めよ.
- (2)  $a$  が (1) で求めた範囲内にあるとき,  $C$  と  $l$  によって囲まれる部分の面積を  $S(a)$  とする.  $S(a)$  が最小となる  $a$  の値を求めよ.

**4**

(50点)

 $n$  を正の整数とする. 数列  $\{a_k\}$  を

$$a_1 = \frac{1}{n(n+1)}, \quad a_{k+1} = -\frac{1}{k+n+1} + \frac{n}{k} \sum_{i=1}^k a_i \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める.

- (1)  $a_2$  および  $a_3$  を求めよ.
- (2) 一般項  $a_k$  を求めよ.
- (3)  $b_n = \sum_{k=1}^n \sqrt{a_k}$  とおくととき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \log 2$  を示せ.

5 (50点)

行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  で定まる 1 次変換を  $f$  とする. 原点  $O(0, 0)$  と異なる任意の

2 点  $P, Q$  に対して  $\frac{OP'}{OP} = \frac{OQ'}{OQ}$  が成り立つ. ただし,  $P', Q'$  はそれぞれ  $P, Q$  の  $f$  による像を表す.

(1)  $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$  を示せ.

(2) 1 次変換  $f$  により, 点  $(1, \sqrt{3})$  が点  $(-4, 0)$  に移るとき,  $A$  を求めよ.

**6** (50 点)

$xyz$  空間に 4 点  $P(0, 0, 2)$ ,  $A(0, 2, 0)$ ,  $B(\sqrt{3}, -1, 0)$ ,  $C(-\sqrt{3}, -1, 0)$  をとる.  
四面体  $PABC$  の  $x^2 + y^2 \geq 1$  をみたす部分の体積を求めよ.