

# 平成 25 年度入学試験問題

## 数 学

### (人文, 教育, 経済, 農学部)

#### 注 意 事 項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は、全部で4ページある。(落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。) 別に解答用紙が4枚ある。
- 3 解答はすべて、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は、各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。
- 5 解答時間は、90分である。
- 6 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は、持ち帰ること。

1 正の実数  $a, b$  に対して、次の連立不等式の表す領域を  $D$  とする。

$$\begin{cases} ax + y \leq 6 \\ 0 \leq x \leq b \\ 0 \leq y \end{cases}$$

次の問いに答えよ。

- (1)  $a = \frac{3}{2}$ ,  $b = 3$  であるとする。点  $P(x, y)$  が領域  $D$  内を動くとき、 $5x + 2y$  の最大値と、そのときの  $x, y$  の値を求めよ。
- (2)  $a = \frac{3}{2}$ ,  $b = 6$  であるとする。点  $P(x, y)$  が領域  $D$  内を動くとき、 $3x + y$  の最大値と、そのときの  $x, y$  の値を求めよ。
- (3)  $a = 5$  であるとする。点  $P(x, y)$  が領域  $D$  内を動くとき、 $4x + y$  の最大値と、そのときの  $x, y$  の値を求めよ。

2 一辺の長さが1の正方形ABCDを考える。点Pは、点B、Cを除いた辺BC上を動くとする。点Pを通り直線APと垂直な直線と辺CDとの交点をQとする。線分BPの長さを $x$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\triangle CPQ$ の面積 $S$ を、 $x$ を用いて表せ。
- (2) 面積 $S$ の最大値と、そのときの $x$ の値を求めよ。
- (3) 線分AQの長さ $L$ の最小値と、そのときの $x$ の値を求めよ。

3 正の整数  $n$  に対して  $a_n = \sqrt{1+n^2} - n$  とおく。次の問いに答えよ。

(1) 不等式  $\frac{1}{2n+1} < a_n < \frac{1}{2n}$  が成り立つことを示せ。

(2) 不等式  $a_n > a_{n+1}$  が成り立つことを示せ。

(3)  $a_n < 0.03$  となる最小の正の整数  $n$  を求めよ。

- 4 1次関数  $f(x) = px + q$  に対して、 $x$  の係数  $p$  と定数項  $q$  を成分にもつベクトル  $(p, q)$  を  $\vec{f}$  とする。つまり、 $\vec{f} = (p, q)$  とする。次の問いに答えよ。

(1) 定積分

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (kx + l)(mx + n) dx$$

を求めよ。ただし、 $k, l, m, n$  は定数である。

(2) 2つの1次関数  $g(x)$  と  $h(x)$  に対して、等式

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} g(x)h(x) dx = \vec{g} \cdot \vec{h}$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\vec{g} \cdot \vec{h}$  はベクトル  $\vec{g}, \vec{h}$  の内積を表す。

(3) 等式

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (2x + 1)^2 dx \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \{g(x)\}^2 dx = \left\{ \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (2x + 1)g(x) dx \right\}^2$$

を満たし、 $g(0) = -2$  であるような1次関数  $g(x)$  を求めよ。