

物 理

第1問 次のⅠ，Ⅱの各問に答えよ。

Ⅰ 図1—1のように、なめらかな水平面上で、ばね定数が k のばね2本を向かい合わせに、それぞれ左側および右側の壁に一端を固定し、他方の端に同じ質量 m の小球1および2をそれぞれ取りつけた。ばねが自然長のとき、小球間の距離は d であった。ただし、小球の大きさとばねの質量は無視してよい。

今、図1—2のように、小球1を、ばねが自然長になる位置から、ばねが縮む方向に距離 s だけ動かし($s > d$)、そこで静かに放した。以下の設問に答えよ。

- (1) 小球1は動き始め小球2に衝突した。衝突直前の小球1の速さを求めよ。
- (2) 小球どうしの衝突は弾性衝突であるとして、この衝突直後の小球1と小球2の速さをそれぞれ求めよ。
- (3) この衝突後、再び衝突するまでに、小球1側のばねおよび小球2側のばねは、それぞれ自然長から最大どれだけ縮むか答えよ。
- (4) $s = \sqrt{2}d$ の場合に、最初の衝突から再衝突までの時間を求めよ。

Ⅱ 次に、あらい水平面上に、Ⅰと同じばねと小球を用意した場合を考える。どちらの小球も水平面との間の静止摩擦係数は μ 、動摩擦係数は μ' である。重力加速度の大きさを g として以下の設問に答えよ。

- (1) Ⅰと同じように(図1—2)、小球1を、ばねが自然長になる位置から、ばねが縮む方向に距離 s だけ動かし、そこで静かに放した。小球1が動き始めるために、 s がみたすべき条件を求めよ。
- (2) 小球1が動き始めた後、小球2に衝突するために s がとるべき最小値を求めよ。

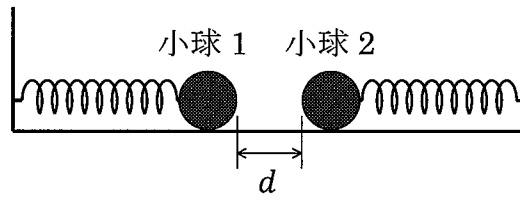


图 1—1

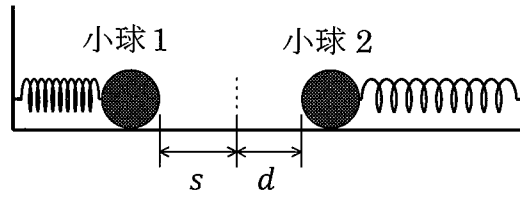


图 1—2

第2問 電荷をもった粒子の運動を磁場により制御することを考える。重力の効果は無視できるものとして、以下の設問に答えよ。ただし、角度の単位はすべてラジアンとする。また、 θ を微小な角度とするとき、 $\cos \theta \doteq 1$ 、 $\sin \theta \doteq \theta$ 、 $\tan \theta \doteq \theta$ と近似してよい。

I 図2—1のように、 $|x| \leq \frac{d}{2}$ の領域 A_1 にのみ、磁束密度が y 座標にゆるやかに依存する磁場が z 軸方向(紙面に垂直、手前向きを正)にかけられている。質量 m 、正の電荷 q をもつ粒子 P を、 x 軸正方向に速さ v で領域 A_1 に入射する。

(1) 領域 A_1 を通過した結果、粒子 P の運動方向が微小な角度だけ曲がり、その x 軸からの角度が θ となった。領域 A_1 内を通過する間、粒子の y 座標の変化は小さく、粒子にはたらく磁束密度 B はその間一定としてよいとする。このときの θ を求めよ。以後、角度の向きは図2—1の矢印の向きを正とする。

(2) 領域 A_1 内の磁束密度が y 座標に比例し、正の定数 b を用いて $B = by$ と表されるとき、粒子 P は入射時の y 座標によらず x 軸上の同じ点 $(x, y) = (f, 0)$ を通過する。このとき f を求めよ。ただし、 d は f に比べて無視できるほど小さいとする。また、領域 A_1 内を通過する間、粒子の y 座標の変化は小さく、粒子にはたらく磁束密度 B はその間一定としてよいとする。

(3) 図2—2(a)のように配置された電磁石の組の点線で囲まれた範囲(拡大図と座標を図2—2(b)に示す)を考える。鉄芯(しん)を適切な形に製作すると、 $z = 0$ の平面内で(2)のような磁場が実現できる。このとき、二つの電磁石に流す電流 I_1 、 I_2 の向きはどうするべきか。それぞれの符号を答えよ。ただし、図中の矢印の向きを正とする。

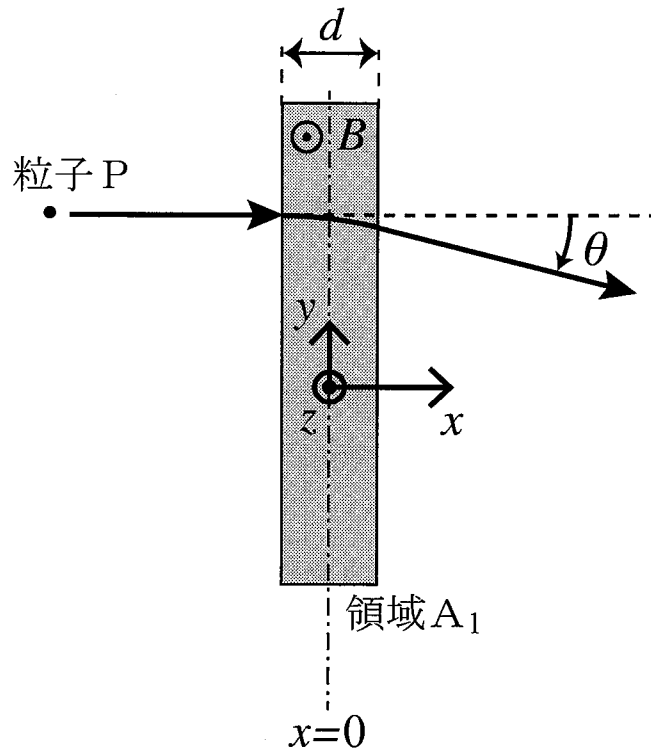


圖 2—1

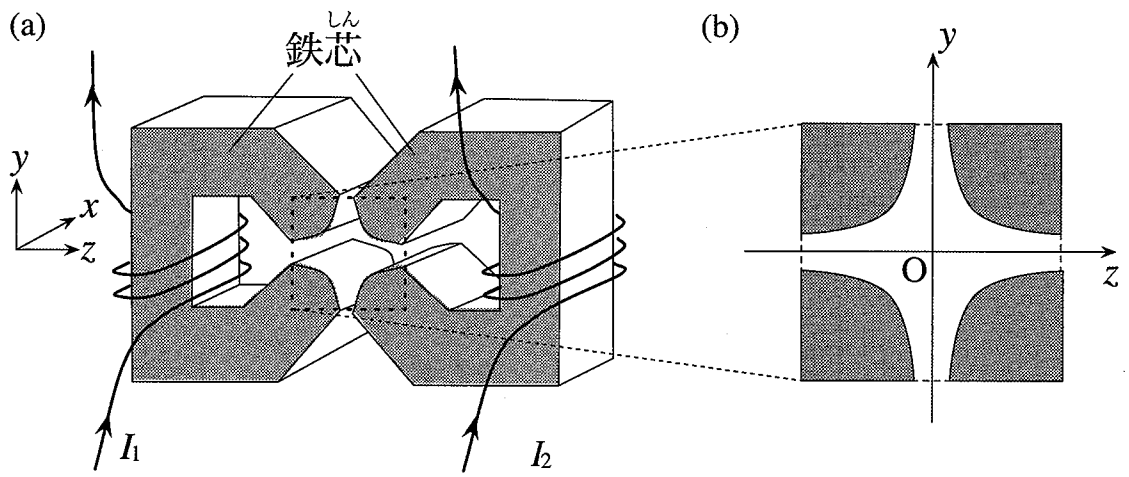


圖 2—2

II 次に、I(2)の領域 A_1 に加えて、図 2—3 のように、 $x = \frac{3}{2}f$ を中心とし幅 d の範囲に、 z 軸方向に磁束密度 kby (k は定数) の磁場がかかっている領域 A_2 を考える。ここで、領域 A_1 と A_2 を両方通過した後の粒子の運動方向の変化は、それぞれの領域で I(1) のように求めた曲げ角の和として計算できるものとし、また d は f に比べて無視できるほど小さいとしてよいとする。粒子 P と、同じ電荷 q をもつ別の粒子 Q とが、 x 軸正方向に速さ v をもって $y = y_0$ で領域 A_1 に別個に入射したところ、粒子 P の運動方向が微小な角度 θ_0 、粒子 Q の運動方向が角度 $\frac{\theta_0}{2}$ だけ曲げられて、それぞれ領域 A_2 に入射した。

- (1) 粒子 Q の質量を求めよ。
- (2) 粒子 P、粒子 Q が領域 A_2 に入る際の y 座標は、それぞれ y_0 の何倍となるか。
- (3) 粒子 P、粒子 Q が領域 A_2 を通過した後の運動方向の x 軸からの角度を、それぞれ k と θ_0 を用いて表せ。
- (4) k の値を調整すると、粒子 P と粒子 Q が $x > \frac{3}{2}f$ で x 軸上の同じ点を通過するようにできる。このときの k の値を求めよ。

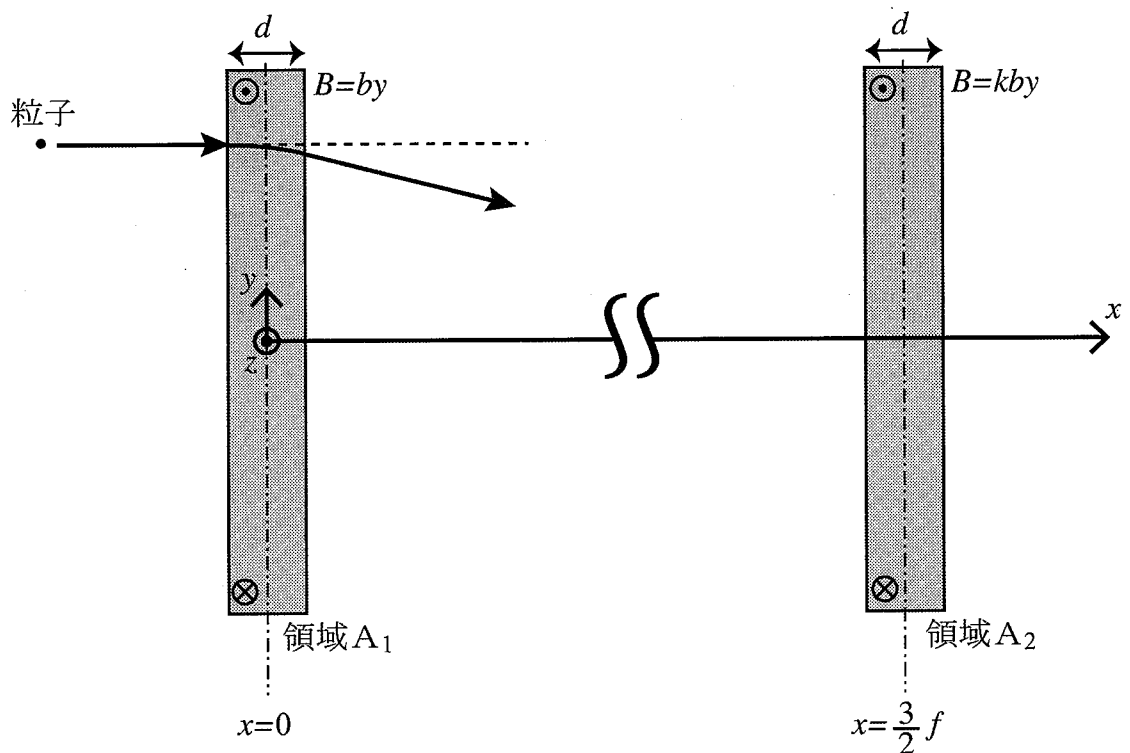


図 2—3

第3問 次のⅠ、Ⅱ、Ⅲの各問に答えよ。なお、角度の単位はラジアンとする。

Ⅰ 図3—1のように、超音波発振器を用いて平面波に近い超音波を板Aに入射する(板中の直線は波面を表す)。振動数を変化させながら縦波の超音波を板面に垂直に入射したところ、振動数が f_0 の整数倍になるときに板が共振した。板Aの厚さを h_A 、板A内を伝わる縦波の超音波の速さを V_A とする。また、板の両面は自由端とする。

(1) f_0 を h_A 、 V_A を用いて表せ。

(2) $V_A = 5.0 \times 10^3 \text{ m/s}$ のとき、振動数 $2.0 \times 10^6 \text{ Hz}$ と $3.0 \times 10^6 \text{ Hz}$ の両方で共振が起こった。 h_A の最小値を求めよ。

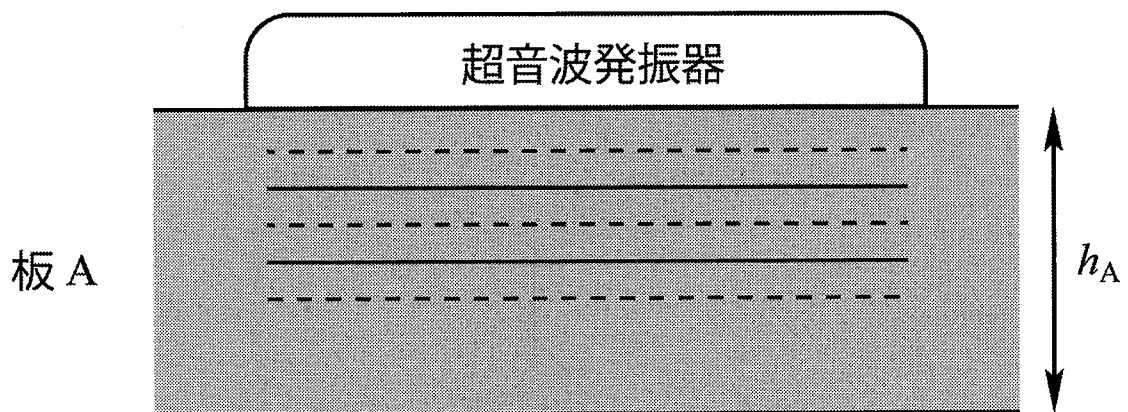


図3—1

II 固体中では縦波と横波の両方が存在する。縦波と横波は速さが異なり、縦波のほうが k 倍 ($k > 1$) 速い。図 3—2 のように板 A と、それとは材質の異なる板 B を貼り合わせ、2 層構造を持つ板を作製した。板 B 内を伝わる縦波の速さを V_B とし、 $\frac{V_B}{k} > V_A$ とする。また、 k の値は物質の種類によらないとする。

板 A の表面上の点 O から、図 3—2 のように板 A 内を角度 α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) で伝わる縦波を入射した。すると、境界面で縦波の反射波、屈折波のみならず、横波の反射波と屈折波も発生した。反射角は、縦波と横波についてそれぞれ θ と θ' であった。屈折角は、縦波と横波についてそれぞれ ϕ と ϕ' であった。

- (1) 縦波の反射角 θ が入射角 α と等しくなることをホイヘンスの原理に基づいて考える。図 3—3 中の記号 P, Q, R, S を用いて、 を埋めよ。

図 3—3 において、PQ に平行な波面を持つ入射波が速さ V_A で進んでいる。波面上の 2 点がそれぞれ P, Q を通過してから時間 T 後、Q を通過した側が境界上の点 S に達したとする。このとき、P から発せられた素元波が時間 T 後になす半円に対して S から引いた接線 RS が反射波の波面となる。 $\triangle PQS$ と $\triangle SRP$ において、 $\angle PQS = \angle SRP = \frac{\pi}{2}$ 、
 ア = イ = $V_A T$ 、 $PS = SP$ (共通) であるから $\triangle PQS$ と $\triangle SRP$ は合同である。また、 $\triangle PQS$ は $\angle PQS$ を直角とする直角三角形であるから、 $\alpha = \angle$ ウ 。同様に、 $\triangle SRP$ は $\angle SRP$ を直角とする直角三角形であるから、 $\theta = \angle$ エ 。ゆえに、 $\alpha = \theta$ である。

- (2) 横波の反射角 θ' について、 $\sin \theta'$ を求めよ。
 (3) 縦波の屈折角 ϕ 、横波の屈折角 ϕ' について、 $\sin \phi$ と $\sin \phi'$ を求めよ。

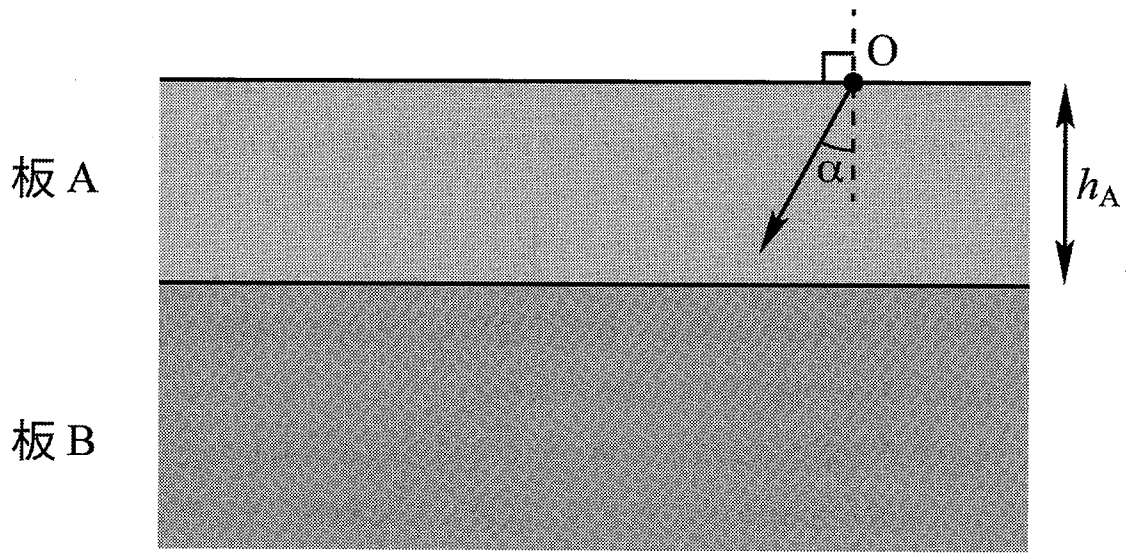


图 3—2

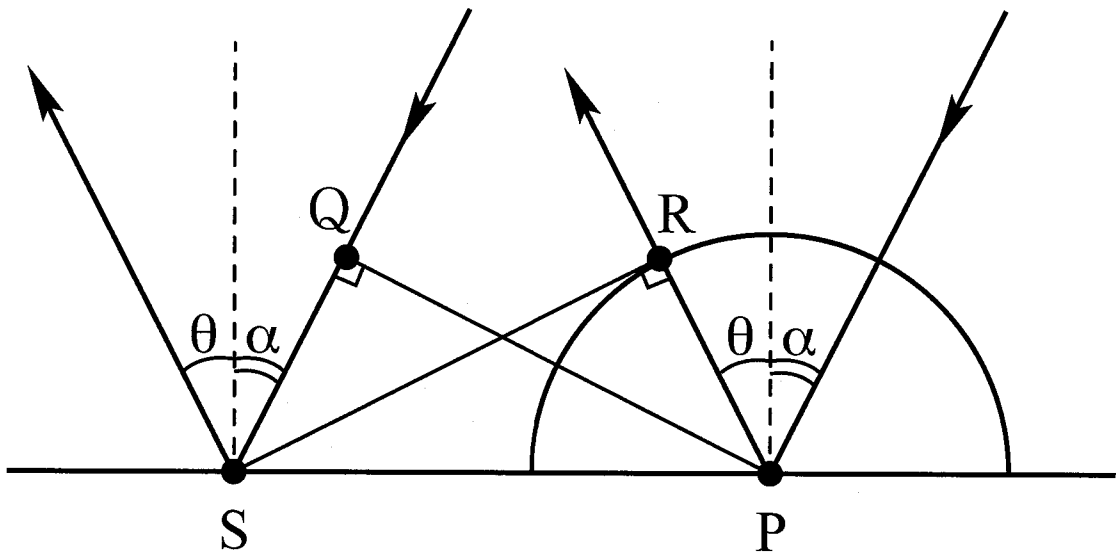


图 3—3

Ⅲ IIで作製した2層構造を持つ板の境界面から深さ h の位置に異物Xが存在している。図3—4のように、Oより超音波を入射してから異物表面での反射波がOに戻ってくるまでの時間を t とする。 t の測定値から h を求める方法を考えよう。

- (1) まず、入射角 α を調整し、板B中を伝わる屈折波が横波だけとなるようにしたい。 $\sin \alpha$ の満たすべき条件を求めよ。
- (2) (1)の条件を満たすある入射角 α でOから縦波を入射したところ、境界上の点Yで横波が屈折角 ϕ' で板B中に入射しXに到達した。その後、同じ経路をたどって反射波がOに戻ってきた。 t を k , h , h_A , V_A , V_B , α , ϕ' を用いて表せ。ただしXの大きさは無視せよ。

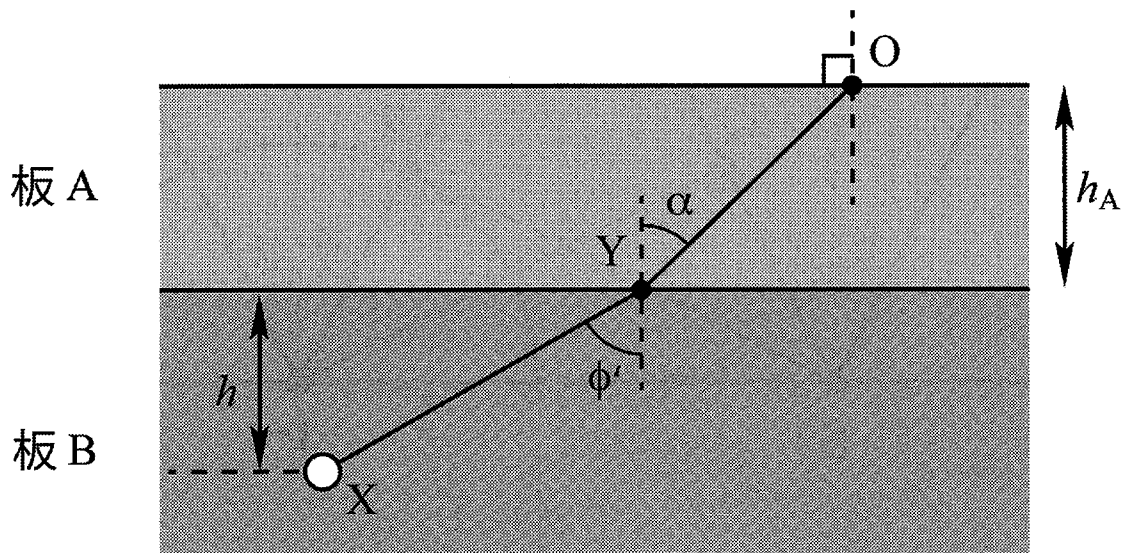


図3—4