2013（H25)年度　東京大学　理科前期　入学試験　物理解説

第１問

＜解答＞

Ⅰ

⑴

エネルギー保存の法則により，

（小球１が距離s 縮んだときのばねの弾性力による位置エネルギー）

＝（衝突直前のばねの位置エネルギー）＋（小球１の運動エネルギー）

したがって，衝突直前の小球１の速さをv_1として，

$\dfrac{ks^2}{2}=\dfrac{kd^2}{2}+\dfrac{m{v_1}^2}{2}$，したがって，$v_1=\sqrt{\dfrac{k(s^2-d^2)}{m}}$　（答）

⑵

衝突前後の運動量保存の法則により，$mv_1=m{v_1}'+m{v_2}'$，したがって，$v_1={v_1}'+{v_2}'$　①

弾性衝突なので，はね返り係数は1だから，$1=\dfrac{|{v_1}'-{v_2}'|}{v_1}$，したがって，$v_1=-{v_1}'+{v_2}'$　②

①，②から衝突直後の速さは，小球１では${v_1}'=0$，小球２では${v_2}'=v_1=\sqrt{\dfrac{k(s^2-d^2)}{m}}$　（答）

⑶

小球１側のばねの縮みはd　（答）

小球２側のばねの縮みs_2 は，$\dfrac{k{s_2}^2}{2}=\dfrac{m{v_2}'^2}{2}=\dfrac{m{v_1}^2}{2}=\dfrac{k(s^2-d^2)}{2}$

したがって，$s_2=\sqrt{s^2-d^2}$　（答）

⑷

$s=\sqrt{2}\,d$とすれば，$s_2=\sqrt{s^2-d^2}=d$，したがって衝突後，小球１，２とも同じ振幅dの単振動をする。再び両球が衝突するのは，$\dfrac{3}{4}$周期後だから，$\dfrac{3}{4}\times T=\dfrac{3}{4}\times 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}=\dfrac{3\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　（答）

Ⅱ

⑴

小球１に働くばねの力はks，静止摩擦力はμmgだから，小球１が動き始めるための条件は，

$ks>\mu mg$，したがって，$s>\dfrac{\mu mg}{k}$　（答）

⑵

小球１が小球２に衝突するまでに移動する距離は$s+d$，このとき摩擦により失うエネルギーは，$\mu' mg\,(s+d\,)$で，ばねの位置エネルギーは$\dfrac{kd^2}{2}$である。

初期のばねの位置エネルギー$\dfrac{ks^2}{2}$は，これらの和より大きい必要がある。

すなわち，$\dfrac{ks^2}{2} \geqq \mu' mg(s+d) + \dfrac{kd^2}{2}$，したがって，$s \geqq d + \dfrac{2\mu' mg}{k}$

小球１が小球２に衝突するためのsの最小値は，$s = d + \dfrac{2\mu' mg}{k}$　（答）

＜解説＞

Ⅰ

⑴

初めに小球１のばねはsだけ縮んだので，ばねの弾性力による位置エネルギーを与えられる。手を放すと，小球は元へ戻ろうとする弾性力により動き始める。したがって，任意の位置において，小球は運動エネルギーとばねの位置エネルギーをもつ。エネルギー保存の法則によって，それらの合計はばねの弾性力による初めの位置エネルギーに等しい。

⑵

衝突後の速さを求める場合，運動量保存の法則とはね返り係数を利用する。弾性衝突でははね返り係数が1であることを知っていなければならない。また，片方が静止している同じ質量の物体の弾性衝突では，衝突後は静止していた物体が同じ速さで動き，動いていた物体が静止する。

⑶

小球１は自然長からd伸びた状態で，速さ0になるのだから，自然長からd 縮む。小球２は与えられた速さによる運動エネルギーと等しいばねの弾性エネルギーになるまで，縮む。当然，そのとき小球２の速さは0で，運動エネルギーは0である。

⑷

小球１，２ともばねによる単振動をすること，単振動の周期は振幅に依存しないことを念頭に考察しよう。

図１に小球の位置を縦軸に時刻tを横軸に示す。小球１は$-\sqrt{2}\,d$の位置で放されると，単振動を始めて，時刻$\dfrac{3T}{8}$で位置dにおいて静止している小球２に衝突する。小球１は速さを失い，初速0の単振動を始める。一方，小球２は衝突によって小球１と同じ速さを得て，単振動を始める。両者の単振動の周期と振幅は同じである。最初の衝突から2度目の衝突までの時間は$\dfrac{9T}{8} - \dfrac{3T}{8} = \dfrac{3T}{4}$である。

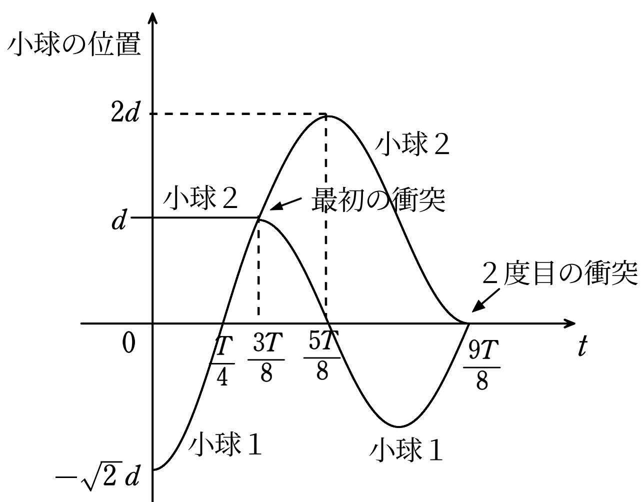

図１

Ⅱ

⑴

摩擦力は物体を動かす力の方向とは逆方向に抗力として働く。したがって，静止摩擦力以上のばねの力が働かないと，小球は動かない。

⑵

小球は摩擦によりエネルギーを失いながら運動を行う。小球１が小球２に衝突する直前，小球１はばねの位置エネルギーをもち，摩擦によってエネルギーを失った。摩擦によって失うエネルギーは移動距離に比例する。

第２問

＜解答＞

Ⅰ

⑴

粒子に働く力はqvBで，その方向は運動の方向と磁場の方向が作る面に垂直である。すなわち，向心力となるので，円運動の式，$\dfrac{mv^2}{r}=qvB$ が成立する。したがって円運動の半径は，$r=\dfrac{mv}{qB}$

円運動の軌道の長さは$r\theta \fallingdotseq d$だから，$\theta \fallingdotseq \dfrac{d}{r}=\dfrac{dqB}{mv}$　（答）

⑵

粒子の入射位置のy座標をy_iとすれば，$B=by_i$だから，$\theta \fallingdotseq \dfrac{dqby_i}{mv}$

$\dfrac{y_i}{f}=\tan\theta \fallingdotseq \theta \fallingdotseq \dfrac{dqby_i}{mrv}$，したがって，$f \fallingdotseq \dfrac{mv}{bdq}$　（答）

⑶

I_1 は正，I_2 は負　（答）

Ⅱ

⑴

Ⅰ⑴から明らかなように，曲げ角は粒子の質量に反比例するから，粒子Qの質量は $2m$　（答）

⑵

粒子Ｐは$x=f$でx軸と交わるから，A_2に入る際のy座標は$-\dfrac{1}{2}y_0$，したがって$-\dfrac{1}{2}$倍

粒子Qは$x=2f$でx軸と交わるように曲がるので，A_2に入る際のy座標は$\dfrac{1}{4}y_0$，したがって$\dfrac{1}{4}$倍

⑶

粒子Pに働く領域A_2の磁場は$-\dfrac{1}{2}kby_0$だから，曲げ角は$-\dfrac{dqkby_0}{2mv}$となる。

また$\theta_0 \fallingdotseq \dfrac{dqby_0}{mv}$だから，$y_0 \fallingdotseq \dfrac{mv\theta_0}{dqb}$

したがって，粒子Pのx軸からの角度は$\theta_0-\dfrac{dqkby_0}{2mv}=\left(1-\dfrac{k}{2}\right)\theta_0$　（答）

粒子Qに働く領域A_2の磁場は$\dfrac{1}{4}kby_0$だから，曲げ角は$\dfrac{dqkby_0}{4mv}≒\dfrac{k\theta_0}{8}$となる。

したがって，粒子Qのx軸からの角度は$\dfrac{1}{2}\theta_0+\dfrac{k\theta_0}{8}=\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{k}{4}\right)\theta_0$　（答）

(4)

粒子Pがx軸と交わる点を$\dfrac{3}{2}f+x_p$とすれば，$x_p\times\left(1-\dfrac{k}{2}\right)\theta_0≒-\dfrac{1}{2}y_0$

粒子Qがx軸と交わる点を$\dfrac{3}{2}f+x_q$とすれば，$x_q\times\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{k}{4}\right)\theta_0≒\dfrac{1}{4}y_0$

$x_p=x_q$として，$1-\dfrac{k}{2}=-\left(1+\dfrac{k}{4}\right)$，したがって$k=8$　（答）

＜解説＞

磁場中を通る荷電粒子の運動に関する問題。

Ⅰ

(1)

荷電粒子が磁場から受ける力，すなわちローレンツ力は磁場の方向と運動方向が作る平面に垂直なので，円運動の向心力となる。すなわち運動方向が少しずつ回転する。dが小さく，粒子のy座標の変化も小さいので，粒子に働く磁場の強さは変わらないとして良い。

(2)

fが粒子のy座標に依存しないことを示せば良い。

(3)

磁極の鉄芯の磁性が図２のようになっていると，$z=0$で → で示したような，yに比例した磁束密度の磁場になろう。

このように鉄芯が磁化するための，電流の向きを考える。円電流の向きと形成される磁場の方向は右ねじの関係にある。

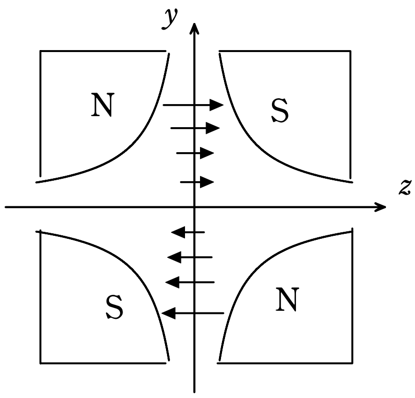

図２

Ⅱ

(1)

磁場が粒子に及ぼす力は質量には関係しない。一方円運動の向心力は質量に比例する。したがって，円運動の半径は質量に比例する。曲げ角は円運動の半径に反比例，すなわち質量に反比例する。曲げ角が$\dfrac{1}{2}$になったということは質量が2倍になったということである。

(2)

図３を参照する。粒子Pはx軸と$x=f$で交わる。粒子Qの曲げ角は$\dfrac{\theta_0}{2}$だから，x軸と$x=2f$で交わるように進む。

(3)

粒子Pが領域A_2に入る位置のy座標は負だから，磁場の向きが正のときと逆になることに注意する。力の方向が逆になるから，曲げ戻される。粒子Qが入る位置のy座標は正だから，さらに曲がる。曲げ角は，Ⅰで求めたように求めれば良い。

(4)

磁場による粒子の曲げ角は微小であるとして扱う。すなわち，問題文にもあるように，$\cos\theta \fallingdotseq 1$，$\sin\theta \fallingdotseq \theta$，$\tan\theta \fallingdotseq \theta$と近似できるような微小な角度ということである。

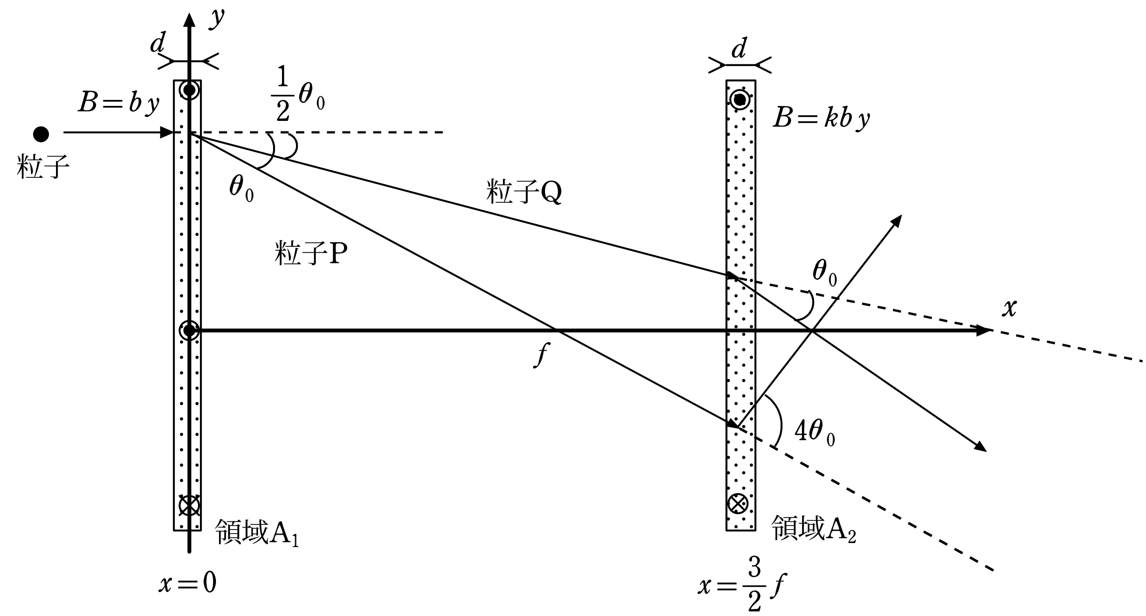

図３（角度θ_0などは誇張して大きく描いてある）

第３問

＜解答＞

Ⅰ

(1)

板の両面を自由端として共振する最も低い振動数がf_0だから，波長をλ_0とすれば，$h_A=\dfrac{\lambda_0}{2}$

しかるに$V_A=f_0\lambda_0$だから，$\dfrac{V_A}{f_0}=\lambda_0=2h_A$，したがって$f_0=\dfrac{V_A}{2h_A}$　（答）

(2)

$n_1 f_0=2.0\times10^6$，$n_2 f_0=3.0\times10^6$，ただしn_1，n_2は正の整数

したがって，$\dfrac{2}{n_1}=\dfrac{3}{n_2}$，したがって，$n_1=2k$，$n_2=3k$とおける。ただし$k$は正の整数

$f_0=\dfrac{2.0\times10^6}{n_1}=\dfrac{10^6}{k}$，しかるに$h_A=\dfrac{V_A}{2f_0}=\dfrac{kV_a}{2\times10^6}$だから，

$k=1$のとき$h_A=\dfrac{5\times10^3}{2\times10^6}=2.5\times10^{-3}$ mと最小値になる。

II

(1)

ア SQ　イ PR　ウ QPS　エ PSR

(2)

図４を参照する。

SP$=d$とすれば，PR$=V_AT$だから，$\sin\theta=\dfrac{V_AT}{d}$

点Sから横波の反射波に下した垂線の足をR’とすれば，縦波がQからSまでにかかる時間Tと横波がPからR’までにかかる時間が等しく，横波の速さは$\dfrac{V_A}{k}$だから，PR’$=\dfrac{V_AT}{k}$。PR’を半径とする円を描けば，SR’は接線になるから，$\sin\theta'=\dfrac{PR'}{d}=\dfrac{V_AT}{dk}=\dfrac{\sin\theta}{k}=\dfrac{\sin\alpha}{k}$　（答）

(3)

図４を参照する。

$\sin\phi=\dfrac{PD_1}{SP}=\dfrac{V_BT}{d}=\dfrac{V_B}{V_A}\sin\theta=\dfrac{V_B}{V_A}\sin\alpha$　（答）

$\sin\phi'=\dfrac{PD_2}{SP}=\dfrac{V_BT}{kd}=\dfrac{V_B}{kV_A}\sin\theta=\dfrac{V_B}{kV_A}\sin\alpha$　（答）

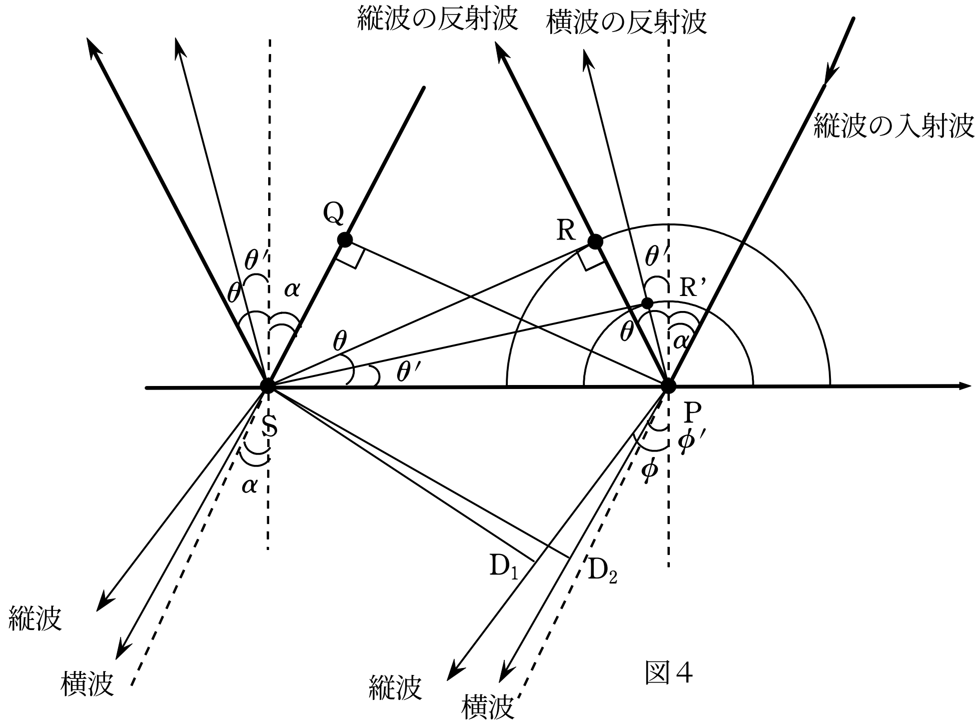

図４

Ⅲ

(1)

縦波の屈折角ϕが90°より大きくなれば，縦波は境界で全反射し，屈折波は存在しない。一方，横波が全反射しないためにはϕ'は90°未満である。

Ⅱ(3)の結果から，$\sin\phi=\dfrac{V_B}{V_A}\sin\alpha$，$\phi$は増加して90°を超えるので，$1<\dfrac{V_B}{V_A}\sin\alpha$

したがって　$\sin\alpha>\dfrac{V_A}{V_B}$

一方，$\phi'<90°$だから，$1>\sin\phi'=\dfrac{V_B}{kV_A}\sin\alpha$，したがって，$\sin\alpha<\dfrac{kV_A}{V_B}$

以上から，$\dfrac{V_A}{V_B}<\sin\alpha<\dfrac{kV_A}{V_B}$　（答）

(2)

OYを縦波が伝搬する時間　$t_1=\dfrac{h_A}{V_A\cos\alpha}$，YXを横波が伝搬する時間　$t_2=\dfrac{kh}{V_B\cos\phi'}$

YOを縦波が伝搬する時間　$t_3=\dfrac{h_A}{V_A\cos\alpha}$

$t=t_1+2t_2+t_3=\dfrac{2h_A}{V_A\cos\alpha}+\dfrac{2kh}{V_B\cos\phi'}$　（答）

＜解説＞

Ⅰ

(1)

共振する最も低い振動数がf_0だから，最も長い波長$\lambda_0=\dfrac{V_A}{f_0}$

このとき，図４のように，板の両面を腹とする定常波が生成されている。

すなわち，$\dfrac{\lambda_0}{2}=h_A$の関係がある。

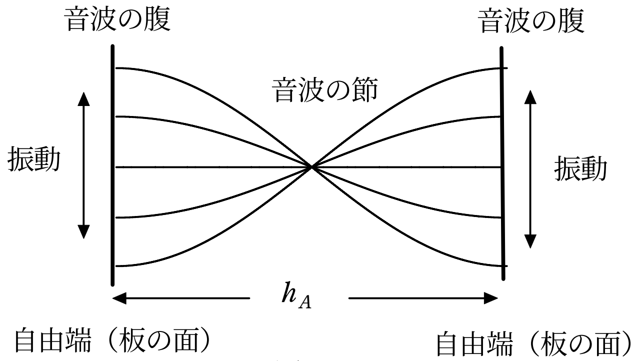

図４

(2)

共振した振動数はf_0の整数倍である。

Ⅱ

⑴

　入射角と反射角が等しくなることを明らかにする設問である。同じ媒質中を伝わるので，入射波と反射波の速さは同じであること，波面は波の進行方向に垂直であること，から求める。

⑵

　問題図に書き込みなどをして考える。図４を参照する。横波についても⑴と同様に，半径kV_ATの素元波を描いて，ホイヘンスの原理に基づいて考えていけば良い。

⑶

　媒体Ｂの中を伝わる屈折波に関する設問である。同様にホイヘンスの原理に基づいて考えれば良い。図４では素元波は表示してない。$V_B > V_A$だから，半径V_BTの円に点Sから引いた接線の接点がD_1である。SD_1が屈折した縦波の波面になる。同様に，横波の速さはkV_Bだから，半径kV_BTの円に点Sから引いた接線の接点がD_2である。SD_2が屈折した横波の波面になる。

Ⅲ

⑴

　屈折角は入射角より大きいから，入射角が大きくなると屈折角は90°に達し，屈折波が存在しなくなる。全反射である。全反射を起こすようになる入射角を臨界角という。教科書にある通り。

⑵

　超音波の経路の長さを速さで除して時間を求めれば良い。ＹからＯへの戻りは，同じ経路をたどるのだから，縦波が伝わる。

＜総評＞

　今年の問題は例年に比して容易になった。特に力と運動に関する第１問は、例年この分野は難しい問題設定だったが，今年に関しては素直な問題となっている。第２問は電磁気だが，これもローレンツ力をしっかり理解していれば大丈夫だろう。磁場が荷電粒子に対して，レンズのような作用をすることを問題にしていることに目新しさがある。

　第３問は超音波の問題。超音波の定常波に関する問題とホイヘンスの原理に基づいて反射波，屈折波などの基本的性質を問う問題である。

第1問

　ばねによる運動と衝突の問題。紛れの少ない、素直な問題で，教科書をしっかり勉強していれば，対応できるだろう。

　Ⅰでは水平面が滑らかで小球と床との間に摩擦がない場合である。ばねの弾性力による運動が単振動であること，弾性衝突でははね返り係数が1であることなど基礎的知識を必要とする。二つの小球の運動の過程を描きながら考えていく。

　Ⅱではあらい水平面で小球との間に摩擦が発生する。動き始めるには，静止摩擦力を上回る力が働かなければならない。

　難易度はⅠ⑴～⑶がＢ－，⑷，ⅡがＢ

第2問

磁場が荷電粒子に及ぼす力による粒子の軌道の曲がりに関する問題。ローレンツ力により粒子は円運動するので，薄い磁場領域を通過すると微小な角度だけ曲がる。磁場の強さが軸からの距離に比例する場合，軸と平行に入射する粒子は入射位置に関わらず，x 軸と同じ点で交わるように曲がる。

これは，このような磁場がレンズのような作用をすることを示している。Ⅰ(1)，(2)が分かれば，後は問題ないだろう。難易度はⅠ(1)，(2)，Ⅱ(3)はＢ，他はＣ。

第3問

Ⅰでは定常波の基本的な性質の理解が必要である。板の両端が自由端であることの意味を理解していること。Ⅱ，Ⅲでは固体媒質中を伝わる縦波，横波の反射，屈折という基本的な振る舞いに関する問題。ホイヘンスの原理についてはよく理解しておく必要がある。

難易度はⅠがＢ，Ⅱ(1)がＣ，(2)(3)がＢ，ⅢがＢ。

130625