平成26年度入学試験問題

数　学（文系）

150点満点

≪配点は，学生募集要項に記載のとおり.≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと.
2. 解答冊子は表紙のほかに16ページある.
3. 問題は全部で5題ある（1ページから2ページ）.
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない.
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと．ただし，続き方をはっきり示して計算用ページに解答の続きを書いても良い．この場合に限って計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．それ以外の場合，計算用ページは採点の対象としない.
6. 解答のための下書き，計算などは，計算用ページに書くこと.
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある.
8. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない.
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない.

$\boxed{1}$

(30 点)

$0 \leqq \theta < 90^\circ$ とする．x についての 4 次方程式

$$\{x^2 - 2(\cos\theta)x - \cos\theta + 1\}\{x^2 + 2(\tan\theta)x + 3\} = 0$$

は虚数解を少なくとも 1 つ持つことを示せ．

$\boxed{2}$

(30 点)

t を実数とする．$y = x^3 - x$ のグラフ C へ点 $\mathrm{P}(1, t)$ から接線を引く．

(1)　接線がちょうど 1 本だけ引けるような t の範囲を求めよ．

(2)　t が (1) で求めた範囲を動くとき，$\mathrm{P}(1, t)$ から C へ引いた接線と C で囲まれた部分の面積を $S(t)$ とする．$S(t)$ の取りうる値の範囲を求めよ．

$\boxed{3}$

(30 点)

座標空間における次の 3 つの直線 l, m, n を考える：

l は点 $\mathrm{A}(1, 0, -2)$ を通り，ベクトル $\vec{u} = (2, 1, -1)$ に平行な直線である．
m は点 $\mathrm{B}(1, 2, -3)$ を通り，ベクトル $\vec{v} = (1, -1, 1)$ に平行な直線である．
n は点 $\mathrm{C}(1, -1, 0)$ を通り，ベクトル $\vec{w} = (1, 2, 1)$ に平行な直線である．

P を l 上の点として，P から m, n へ下ろした垂線の足をそれぞれ Q, R とする．このとき，$\mathrm{PQ}^2 + \mathrm{PR}^2$ を最小にするような P と，そのときの $\mathrm{PQ}^2 + \mathrm{PR}^2$ を求めよ．

4 (30 点)

次の式

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 2a_n - 1 \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定められる数列 $\{a_n\}$ を考える．

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

(2) 次の不等式

$$a_n{}^2 - 2a_n > 10^{15}$$

を満たす最小の自然数 n を求めよ．ただし，$0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011$ であることは用いてよい．

5 (30 点)

1 から 20 までの目がふられた正 20 面体のサイコロがあり，それぞれの目が出る確率は等しいものとする．A，B の 2 人がこのサイコロをそれぞれ一回ずつ投げ，大きな目を出した方はその目を得点とし，小さな目を出した方は得点を 0 とする．また同じ目が出た場合は，A，B ともに得点を 0 とする．このとき，A の得点の期待値を求めよ．

問題は，このページで終わりである．