

物理問題

< 解答 >

( 1 )

$$\text{ア } \frac{2kl}{m} \quad \text{イ } -\frac{2kl}{M} \quad \text{ウ } l\sqrt{\frac{2kM}{m(m+M)}} \quad \text{エ } l\sqrt{\frac{2km}{M(m+M)}}$$

( 2 )

$$\text{オ } N+2kd \quad \text{カ } -2kd \quad \text{キ } -v_0\sqrt{\frac{m}{2k}} \sin\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}t\right)$$

$$\text{ク } \pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$$

( 3 )

問 1

台車が壁から離れた後の台車の中心の位置を  $x_1$  , 小球の位置を  $x_2$  とする。

ばねの変位は,  $d = x_2 - x_1$

( 2 ) から,  $Ma_1 = 2kd$  ,  $ma_2 = -2kd$

したがって, 正方向へ加速度  $a_1$  で移動する台車からみた小球の加速度は,

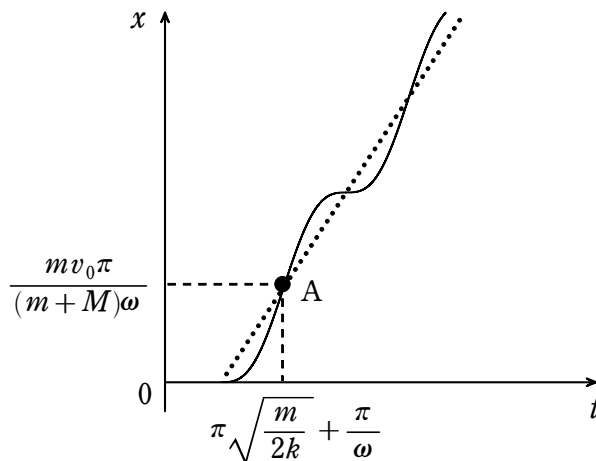
$$a_3 = a_2 - a_1 = -\frac{2kd}{m} - \frac{2kd}{M} = -\frac{2(m+M)kd}{mM}$$

$d = x_2 - x_1$  ということは,  $d$  は小球の台車からみた変位を意味する。加速度が変位に比例し, 逆方向なので復元力が働き,  $d$  は単振動する。すなわち,  $d = d_0 \sin \omega t$  とおけば,

$$\omega^2 d_0 \sin \omega t = 2\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M}\right)kd_0 \sin \omega t, \quad \omega = \sqrt{\frac{2(m+M)k}{mM}}$$

$$\text{ケ } \quad \text{コ } \frac{mv_0 t_1}{M+m} \quad \text{サ } \frac{mv_0}{(m+M)\omega}(\omega t_1 - \sin \omega t_1) \quad \text{シ } \frac{2mv_0}{(m+M)} \quad \text{ス } 0$$

問 2



< 解説 >

( 1 )

ア

2本のばねから  $x$  軸の正方向へそれぞれ  $kl$  の力を受けるので、

小球の加速度は、 $ma=2kl$  から、 $a=\frac{2kl}{m}$

イ

台車の加速度は、 $x$  軸の負方向へそれぞれ  $kl$  の力を受けるので、上と同様に、 $a_D=-\frac{2kl}{M}$

ウ

小球が台車の中央を通過するとき、2本のばねは自然長だから、弾性エネルギーは存在しない。

したがって、エネルギー保存の法則により、 $\frac{1}{2}kl^2 \times 2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2$

ただし、 $v$ 、 $V$  はそれぞれ小球と台車の速さである。

また台車と小球に対する力積は大きさは同じで反対方向だから、運動量保存の法則が成立する。

手を放す直前は、運動量は0だったので、 $0=mv-MV$

から、 $v=\frac{M}{m}V$ 、これを に代入して、 $V^2\left\{\frac{M^2}{m}+M\right\}=2kl^2$

$$V=l\sqrt{\frac{2km}{M(m+M)}}, v=l\sqrt{\frac{2kM}{m(m+M)}}$$

( 2 )

小球に壁の方向（負方向）へ初速  $v_0$  を与え、台車が壁に接触している間、小球の変位  $d$  は負である。

台車は、壁から正方向に垂直抗力、2つのばねからそれぞれ  $-kd$  の力を負方向に受ける。

台車の運動方程式は  $Ma_1 = \text{オ} = N - (-2kd) = N + 2kd$

小球は左右のばねからそれぞれ  $-kd$  の力を正の方向に受けるので、

小球の運動方程式は  $ma_2 = \text{カ} = -2kd$

小球に働く力は復元力だから、単振動をするので、 $d = -d_0 \sin \omega t$  とおくことができる。

ただし、 $d_0$  は単振動の最大振幅である。

$ma_2 = -2kd$  から、 $m\omega^2 d_0 \sin \omega t = 2kd_0 \sin \omega t$  となり、 $\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

小球の速さは、変位  $d$  の時間変化（微分）だから、 $v = -d_0 \omega \cos \omega t$  となり、

$t=0$  で  $v = -v_0 = -d_0 \omega$ 、 $d_0 = \frac{v_0}{\omega} = v_0 \sqrt{\frac{m}{2k}}$

したがって、 $d = \text{キ} = -d_0 \sin \omega t = -v_0 \sqrt{\frac{m}{2k}} \sin \omega t = -v_0 \sqrt{\frac{m}{2k}} \sin\left(\sqrt{\frac{2k}{m}} t\right)$

垂直抗力が0になるときは、小球の変位が再び0になるときだから、

$\omega t = \sqrt{\frac{2k}{m}} t = \pi$ 、 $t = \pi \sqrt{\frac{m}{2k}} = \text{ク}$

(3)

問1

(2)の表現を利用する。ばねの変位は  $d = x_2 - x_1$  であるが、これは同時に台車からみた小球の変位になっていることがポイントである。単振動になるということを示す表現は、「加速度(力)が変位に比例し、変位と逆方向である」ということである。

ケ

台車の重心位置は台車の中心位置だから  $x_1$ 、小球の重心位置は  $x_2$ 、したがって

台車と小球を合せた系の重心位置は、 $x_G = \frac{Mx_1 + mx_2}{M + m}$

台車が動き始めたときの速さを  $V_0$ 、そのときの小球の速さを  $v_s$  とすれば、

運動量保存の法則により、 $mv_0 = MV_0 + mv_s = MV + mv$

重心の速さは から、 $V_G = \frac{MV + mv}{M + m} = \frac{mv_0}{M + m}$

したがって、台車と小球を合せた系の重心は 等速直線運動をする。

コ

台車が壁から離れてからの経過時間を  $t_1$  とすれば、 $x_G = V_G t_1 = \frac{mv_0 t_1}{M + m}$

サ

から、 $Mx_1 + mx_2 = mv_0 t_1$

一方、ばねの変位は  $d = d_0 \sin \omega t_1 = x_2 - x_1$  だから、 $x_2 = d + x_1$  を に代入して、

$x_1 = \frac{m}{m + M}(v_0 t_1 - d) = \frac{m}{m + M}(v_0 t_1 - d_0 \sin \omega t_1) = \frac{mv_0}{(m + M)\omega}(\omega t_1 - \sin \omega t_1)$

ただし、(2)で書いたように、 $d_0 = \frac{v_0}{\omega}$  である。

シ ス

台車の速度は  $x_1$  の時間変化だから、 $x_1$  を時間で微分して、 $V = \frac{dx_1}{dt_1} = \frac{mv_0}{(m + M)\omega}(\omega - \omega \cos \omega t_1)$

速度の最大値は、 $\cos \omega t_1 = -1$  のときに、 $V_{max} = \frac{2mv_0}{(m + M)}$

速度の最小値は、 $\cos \omega t_1 = 1$  のときに、 $V_{min} = 0$

問2

台車と小球を合せた系の重心の  $x$  座標は だから、 $x_G = \frac{mv_0 t_1}{M + m} = \frac{mv_0}{M + m} \left( t - \pi \sqrt{\frac{m}{2k}} \right)$

これを問題図4に破線で描く。

ただし、 $t = \pi \sqrt{\frac{m}{2k}} + t_1$  である。 $\pi \sqrt{\frac{m}{2k}}$  は小球に初速を与えた後、台車が壁から離れるまでの経過時間クである。

台車の中心の  $x$  座標はサで求めたように、 $x_1 = \frac{mv_0}{(m + M)\omega}(\omega t_1 - \sin \omega t_1) = x_G - \frac{mv_0}{(m + M)\omega} \sin \omega t_1$

したがって、直線 $x_G$ から正弦波 $\frac{mv_0}{(m+M)\omega}\sin\omega t_1$ を引いたものになる。

そして、 $\sin\omega t_1=0$ になる $t_1$ において、 $x_G$ と一致する。それらは $t_1=0, \frac{\pi}{\omega}, \frac{2\pi}{\omega}, \frac{3\pi}{\omega}, \dots$ である。

実線で、 $t_1=0, \frac{\pi}{\omega}, \frac{2\pi}{\omega}, \frac{3\pi}{\omega}, \dots$ において $x_G$ と交わるように曲線を描く。

## 物理問題

< 解答 >

(1)

$$\text{イ } \frac{V_0}{I_0} \quad \text{ロ } \frac{V_0 S}{I_0 h} \quad \text{ハ } I_0 \sin \omega_0 t = \frac{\pi}{2} \quad \text{ホ } \frac{I_0}{V_0 \omega_0} \quad \text{ヘ } \frac{h I_0}{\epsilon_0 S V_0 \omega_0} \quad \text{ト } \sqrt{2} I_0$$

問1

問題図4で、抵抗部分を通る電流は周波数の影響を受けない。

一方、容量部分を通る電流の振幅の最大値は周波数に比例するので、周波数が2倍になると、振幅は2倍になる。両者を合わせた電流の位相が $\frac{\pi}{4}$ と変化がないということは、両者の振幅最大値の比に変化がない、ということである。

したがって、抵抗部分を通る電流の振幅は2倍になる。すなわち、抵抗は $\frac{1}{2}$ になり、抵抗は抵抗

率に比例するので、抵抗率は $\frac{1}{2}$ 倍になる。

(2)

$$\text{チ } \frac{Q}{C} \quad \text{リ } 0 \quad \text{ヌ } \frac{V_0}{r} \quad \text{ル } \frac{I_0 V_0}{r I_0 + V_0}$$

問2

キルヒホッフの法則により、コンデンサーの両端の電圧を $V_C$ とすれば、 $V_0 = Ir + V_C$

したがって $V_C = V_0 - Ir$ 、スイッチを閉じた瞬間、すなわち $t=0$ では又から $I = \frac{V_0}{r}$ 、

したがって $V_C = V_0 - Ir = V_0 - V_0 = 0$ 、十分時間が経って電圧が一定に落ち着いた後では、

$$\text{ルから } I = \frac{I_0 V_0}{r I_0 + V_0} \text{、したがって } V_C = V_0 - Ir = V_0 - \frac{r I_0 V_0}{r I_0 + V_0} = \frac{V_0^2}{r I_0 + V_0} \text{、}$$

電流の変化は問題図6だから、電圧の変化は図2のようになる。

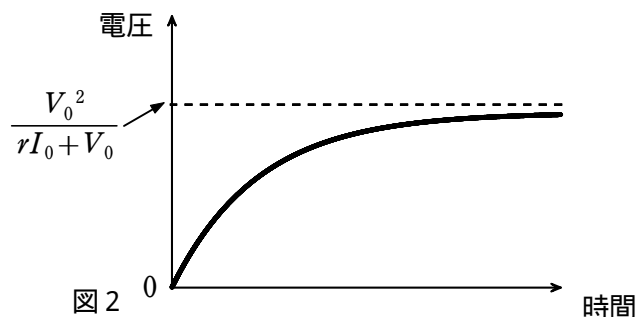


図2

時間

< 解説 >

( 1 )

イ

$$\text{抵抗} = \frac{\text{電圧}}{\text{電流}} \text{だから, } \frac{V_0}{I_0}$$

ロ

$$\text{抵抗} = \text{抵抗率} \times \frac{\text{長さ}}{\text{断面積}} \text{だから, 抵抗率} = \text{抵抗} \times \frac{\text{断面積}}{\text{長さ}} = \frac{V_0 S}{I_0 h}$$

ハ

$$\text{交流電流} = \frac{\text{交流電圧}}{\text{抵抗}} = \frac{I_0 V_0 \sin \omega_0 t}{V_0} = I_0 \sin \omega_0 t$$

ニ

問題図 2 に示すような回路で, コンデンサーのみからなる場合, コンデンサーの両端の電圧の時間変化がコンデンサーに流れる電流に比例するから, 電流は電圧より位相が  $\frac{\pi}{2}$  だけ進む。

$$\text{すなわち, } I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \doteq \frac{dQ}{dt} = \frac{d(CV)}{dt} = C \frac{d(V_0 \sin \omega_0 t)}{dt} = CV_0 \omega_0 \cos \omega_0 t = CV_0 \omega_0 \sin \left( \omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right)$$

ホ, ヘ, ト

問題図 3 の電流は  $I = I_T \sin \left( \omega_0 t + \frac{\pi}{4} \right)$  と表される。また,  $R_0 = \frac{V_0}{I_0}$  とする。

$$\text{問題図 4 の抵抗部分を流れる電流は, } I_r = \frac{V_0 \sin \omega_0 t}{R_0} = I_0 \sin \omega_0 t$$

容量部分に溜まる電荷は,  $Q_c = CV_0 \sin \omega_0 t$  であり, 流れる電流はその時間変化だから,

$$\text{容量部分を流れる電流は, } I_c = \frac{dQ_c}{dt} = CV_0 \omega_0 \cos \omega_0 t$$

$$I = I_r + I_c \text{ だから, } I_T \sin \left( \omega_0 t + \frac{\pi}{4} \right) = I_0 \sin \omega_0 t + CV_0 \omega_0 \cos \omega_0 t = A \sin(\omega_0 t + \alpha)$$

$$\text{ただし, } I_T = A = \sqrt{I_0^2 + (CV_0 \omega_0)^2}, \sin \alpha = \frac{CV_0 \omega_0}{A}, \cos \alpha = \frac{I_0}{A}, \tan \alpha = \frac{CV_0 \omega_0}{I_0} = CR_0 \omega_0$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \text{ だから, } CR_0 \omega_0 = \tan \alpha = 1, C = \frac{1}{R_0 \omega_0} = \frac{I_0}{V_0 \omega_0}, I_T = \sqrt{2} I_0$$

また物質の比誘電率を  $\kappa$  とすれば, 物質の誘電率は,  $\varepsilon = \kappa \varepsilon_0$

$$C = \frac{\varepsilon S}{h} = \frac{\kappa \varepsilon_0 S}{h} \text{ だから, } \kappa = \frac{hC}{\varepsilon_0 S} = \frac{h I_0}{\varepsilon_0 S V_0 \omega_0}$$

問 1

ホ, ヘ, トの計算式からも明らかだが, 解答で示したことを確認しておこう。

, から明らかのように, 抵抗部分と容量部分を流れる電流を合せた電流の位相  $\alpha$  は,

$$\tan \alpha = \frac{\text{容量部分の電流の振幅の最大値}}{\text{抵抗部分の電流の振幅の最大値}} = \frac{CV_0 \omega_0}{I_0} \text{ である。容量部分の振幅の最大値は周波数に比例}$$

するから, 周波数が  $\omega_0$  から  $2\omega_0$  と 2 倍になると振幅は 2 倍になる。したがって,  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  と不変であるには,

抵抗部分の電流の振幅の最大値も2倍になる必要がある。すなわち抵抗は $\frac{1}{2}$ になり，抵抗率は $\frac{1}{2}$ にすればよい。

(2)

チ

$Q=CV$ だから，コンデンサーの両端に現れる電圧は， $V=\frac{Q}{C}$ である。

リ

$Q=0$ だから，上記のように，コンデンサーの両端の電圧は0である。

又

キルヒホッフの法則により， $I=I_1+I_2$

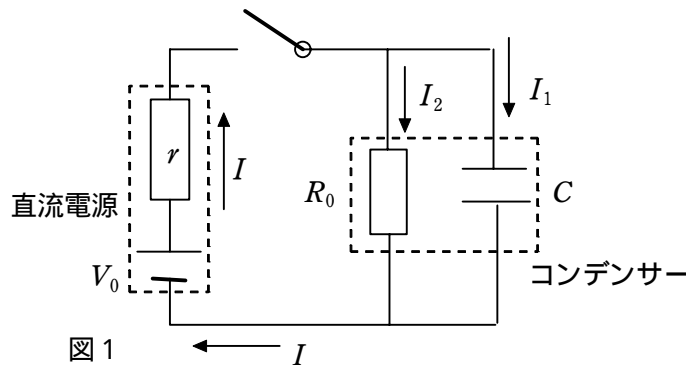
容量の両端の電圧は $I_2R_0$ ，スイッチを閉じた瞬間は両端の電圧は0だから， $I_2=0$

したがって， $I_1=I$ ，しかるに回路1周についてキルヒホッフの法則により， $I=\frac{V_0}{r}$

ル

十分に時間が経過すると，容量には一定の電荷が蓄積され， $I_1=0$ となるから，

$$I_2=I=\frac{V_0}{r+R_0}=\frac{V_0}{r+\frac{V_0}{I_0}}=\frac{I_0V_0}{rI_0+V_0}$$



問2

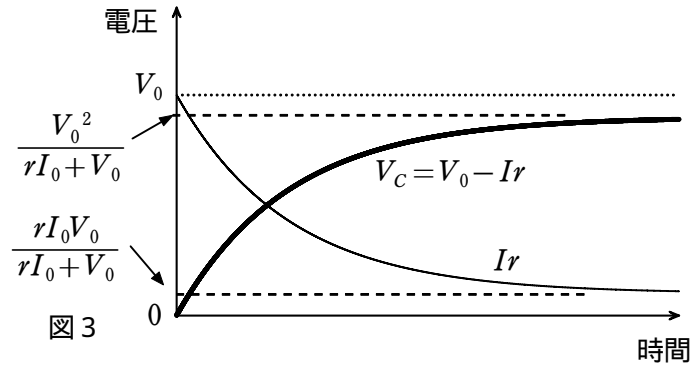
ここでは，又，ルの結果を利用する。キルヒホッフの法則により，コンデンサーの両端の電圧を $V_C$ とすれば， $V_0=Ir+V_C$ ，したがって， $V_C=V_0-Ir$

スイッチを閉じた瞬間，すなわち $t=0$ では，又から $I=\frac{V_0}{r}$ ，したがって $V_C=V_0-Ir=V_0-V_0=0$

十分時間が経って電圧が一定に落ち着いた後では，ルから $I=\frac{I_0V_0}{rI_0+V_0}$ ，

したがって $V_C=V_0-Ir=V_0-\frac{rI_0V_0}{rI_0+V_0}=\frac{V_0^2}{rI_0+V_0}$ ，

電流の時間変化は問題図6だから，電圧の時間変化は図3のようになる。この問題は， $V_C=V_0-Ir$ を導くことで，問題図6に電流変化が描かれているので， $V_C$ の変化を描くことができる。



**物理問題**

< 解答 >

(1)

あ  $2mv_x v_p$    い  $\frac{v_x \Delta t}{2L}$    う  $\frac{v_p \Delta t}{L}$    え  $-\frac{\Delta L}{L} m v_x^2$    お  $\frac{3}{2}$

か  $\frac{1}{k}$    き  $-\frac{2\Delta L}{3kL}$    く  $-\frac{2\Delta L}{3L}$    け  $V^{\frac{5}{3}}$

(2)

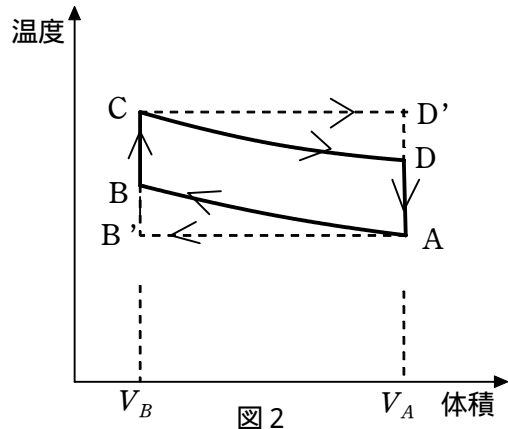
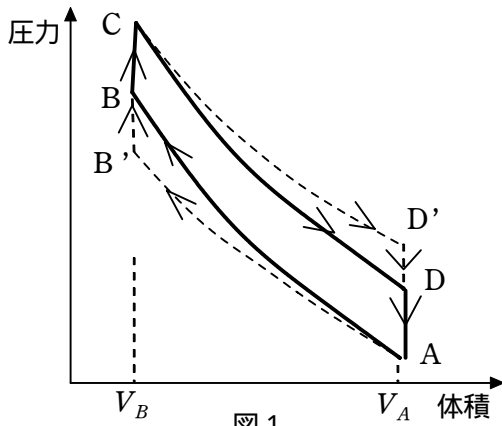
こ  $\frac{3}{2}R(T_C - T_B)$    さ  $\frac{3}{2}R(T_A - T_D)$    し  $1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$    す  $1 - \epsilon^{-\frac{2}{3}}$

(3)

問1

図1に示す。

サイクル が外部にする仕事は実線ABCDが囲む面積に相当する。一方サイクル がする仕事は、破線AB'CD'が囲む面積に相当する。後者の面積の方が明らかに大きいので、サイクル が外部にする仕事の方が大きい。



< 解説 >

(1) あ

$$\text{衝突前の分子の運動エネルギーは } \frac{1}{2} m(\vec{v})^2 = \frac{1}{2} m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

$$\text{衝突後の分子の運動エネルギーは } \frac{1}{2} m(\vec{v}')^2 = \frac{1}{2} m(v_x + \Delta v_x)^2 + \frac{1}{2} m(v_y^2 + v_z^2)$$

$$\text{したがって, } \Delta e = \frac{1}{2} m(\vec{v}')^2 - \frac{1}{2} m(\vec{v})^2 = \frac{1}{2} m(2v_x \Delta v_x) + \frac{1}{2} m(\Delta v_x)^2 \doteq m v_x \Delta v_x = 2m v_x v_p \text{ あ}$$

い

分子が  $\Delta t$  の時間に移動する距離は  $v_x \Delta t$

分子は  $\Delta t$  の時間にシリンダー内を  $n$  回往復する。問題文のようにピストンが移動する距離  $v_p \Delta t$  は  $L$  に比較して十分小さいとすれば、分子がシリンダー内を往復する距離は  $2nL$

$$\text{したがって, } v_x \Delta t = 2nL, \text{ したがって, } n = \frac{v_x \Delta t}{2L}$$

ピストンが移動する距離が無視できない場合、もう少し厳密に扱ってみよう。

$x$  方向の速さは初期の  $v_x$  のままと近似すれば、微小時間  $\Delta t$  に分子が  $x$  方向に移動する距離は、 $v_x \Delta t$   
ピストンの表面を  $k$  回目に飛び出た分子が壁に衝突して再びピストン表面まで戻る時間を

$$\delta_k \text{ とすれば, } \Delta t = \sum_{k=1}^n \delta_k$$

$$k \text{ 回目に分子が往復する距離は, } 2L_k = 2L_{k-1} - v_p \delta_k$$

$$k \text{ 回目に分子が飛び出たときの速さは, } v_x + 2k v_p$$

$$\text{したがって, } (v_x + 2k v_p) \delta_k = 2L_k = 2L_{k-1} - v_p \delta_k$$

$$2L_{k-1} - 2L_k = v_p \delta_k, \text{ したがって } 2L_0 - 2L_n = 2L - 2L_n = v_p \sum_{k=1}^n \delta_k = v_p \Delta t$$

$$2L_k = 2L_{k-1} - v_p \delta_k \text{ から, } 2L_{k-1} - 2L_k = v_p \delta_k, \text{ したがって, } 2L_0 - 2L_k = v_p \sum_{m=1}^k \delta_m$$

$$\text{また } L_0 = L, \text{ 分子の速さの変化は無視するので, } v_x \delta_k = 2L_k = 2L - v_p \sum_{m=1}^k \delta_m$$

$$k=1 \text{ から } k=n \text{ まで和をとると, } v_x \sum_{k=1}^n \delta_k = v_x \Delta t = 2nL - v_p \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^k \delta_m \doteq 2nL - \frac{n \Delta t}{2} v_p$$

$$\text{したがって, } n = \frac{2v_x \Delta t}{4L - v_p \Delta t}$$

問題文のようにピストンが移動する距離  $v_p \Delta t$  は  $L$  に比較して十分小さいとすれば、

$$n = \frac{2v_x \Delta t}{4L - v_p \Delta t} \doteq \frac{v_x \Delta t}{2L}$$

う え

$n$  回の衝突により 1 個の分子のエネルギー増加量は、

$$\Delta e_n = \Delta e \times n = 2m v_x v_p \times \frac{v_x \Delta t}{2L} = \frac{v_p \Delta t}{L} \times m v_x^2$$



$$-dL = v_p dt \text{ だから, } de_n = -\frac{dL}{L} m v_x^2$$

お か

初期状態では,  $v_x = v_y = v_z$  だから, 1 個の分子の運動エネルギーは,  $e = \frac{3}{2} \times m v_x^2$

これは,  $\frac{3}{2} kT$  だから,  $T = \frac{1}{k} \times m v_x^2$

き く

$$e + de_n = \frac{3}{2} k(T + dT) \text{ だから, } dT = \frac{2}{3k} de_n = -\frac{2dL}{3kL} \times m v_x^2$$

$$dT = \frac{2}{3k} de_n = -\frac{2dL}{3kL} \times m v_x^2 = -\frac{2dL}{3L} \times \frac{1}{k} m v_x^2 = -\frac{2dL}{3L} \times T$$

$$\frac{dT}{T} = -\frac{2dL}{3L}$$

さて問題文では, この関係式から, 「 $TV^{\frac{2}{3}} = \text{一定}$  という関係式が得られる」とある。もちろん, このことを説明しなくても, け, を解くことができる。

ここでは,  $\frac{dT}{T} = -\frac{2dL}{3L}$  から  $TV^{\frac{2}{3}} = \text{一定}$  を導いてみよう。

$$\text{左右を積分して, } \int \frac{dT}{T} = -\frac{2}{3} \int \frac{dL}{L} + \text{Const.}$$

$$\log T = -\frac{2}{3} \log L + \text{Const.}, \log TL^{\frac{2}{3}} = \text{Const.}, TL^{\frac{2}{3}} = e^{\text{Const.}} = \text{一定}$$

$V = SL$  で  $S$  は一定だから,  $L^{\frac{2}{3}} \propto V^{\frac{2}{3}}$ , したがって  $TV^{\frac{2}{3}} = \text{一定}$  という関係式が得られる。

け

気体の状態方程式は,  $pV = NRT$ , ただし  $N$  は含まれる気体のモル数,  $R$  は気体定数

$$\text{したがって, } T = \frac{pV}{NR}, \text{ したがって, } \frac{pV}{NR} \times V^{\frac{2}{3}} = pV^{\frac{5}{3}} \times \frac{1}{NR} = \text{一定}$$

$$\text{したがって, } p \times V^{\frac{5}{3}} = NR = \text{一定}$$

(2) こ

$$\text{気体が外部から吸収した熱量は, 状態 B から状態 C への過程で, } C_v (T_C - T_B) = \frac{3}{2} R (T_C - T_B)$$

ただし  $C_v$  は定積モル比熱である。

さ

$$\text{気体が外部に放出した熱量は, 状態 D から状態 A への過程で, } C_v (T_A - T_D) = \frac{3}{2} R (T_A - T_D)$$

し

まず熱効率とは何かを明確にしなければならない。熱効率とは, 熱機関が得た熱量によってした仕事の得た熱量に対する割合である。すなわち, どのくらい効率よく熱量を仕事に変えたかを示す。

$$\text{熱効率} = (\text{気体がした仕事} - \text{気体がされた仕事}) / (\text{気体が得た熱量})$$

$$= (\text{気体が得た熱量} - \text{気体が失った熱量}) / (\text{気体が得た熱量})$$

気体がした仕事は，状態Cから状態Dへの断熱膨張で外部へ仕事をする。

熱力学の第一法則によれば，気体がした仕事は，内部エネルギーを $U_C, U_D$ とすれば

$$W_{CD} = \Delta U_{CD} - Q_{CD} = \Delta U_{CD} = U_D - U_C = \frac{3}{2}RT_D - \frac{3}{2}RT_C, \text{ ただし } Q_{CD} = 0$$

気体がされた仕事は，状態AからBへの断熱圧縮である。同じく熱力学の第一法則により，

$$W_{AB} = \Delta U_{AB} - Q_{AB} = \Delta U_{AB} = U_B - U_A = \frac{3}{2}RT_B - \frac{3}{2}RT_A, \text{ ただし } Q_{AB} = 0$$

ここでは， $W_{CD}$  が負， $W_{AB}$  が正だから，

$$(\text{気体がした仕事} - \text{気体がされた仕事}) = -W_{CD} - W_{AB} = -\frac{3}{2}RT_D + \frac{3}{2}RT_C - \frac{3}{2}RT_B + \frac{3}{2}RT_A$$

気体が得た熱量は だから，

$$\text{熱効率} = \frac{T_C - T_B + T_A - T_D}{T_C - T_B} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$$

一方，(気体が得た熱量 - 気体が失った熱量) =  $\frac{3}{2}R(T_C - T_B) + \frac{3}{2}R(T_A - T_D)$  となるから，

熱効率 = (気体が得た熱量 - 気体が失った熱量) / (気体が得た熱量) から同じ結果を得る。

す

状態AからBへの断熱圧縮では， $TV^{\frac{2}{3}} = \text{一定} = K_1$ とすれば， $T = K_1V^{-\frac{2}{3}}$

したがって， $T_A = K_1V_A^{-\frac{2}{3}}$ ， $T_B = K_1V_B^{-\frac{2}{3}}$

状態CからDへの断熱膨張では， $TV^{\frac{2}{3}} = \text{一定} = K_2$ とすれば， $T = K_2V^{-\frac{2}{3}}$

したがって， $T_C = K_2V_C^{-\frac{2}{3}} = K_2V_B^{-\frac{2}{3}}$ ， $T_D = K_2V_D^{-\frac{2}{3}} = K_2V_A^{-\frac{2}{3}}$

$$\begin{aligned} \text{したがって，熱効率} &= 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{V_D^{-\frac{2}{3}} - V_A^{-\frac{2}{3}}}{V_C^{-\frac{2}{3}} - T_B^{-\frac{2}{3}}} = 1 - \frac{K_2V_A^{-\frac{2}{3}} - K_1V_A^{-\frac{2}{3}}}{K_2V_B^{-\frac{2}{3}} - K_1V_B^{-\frac{2}{3}}} \\ &= 1 - \frac{K_2 - K_1}{K_2 - K_1} \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^{-\frac{2}{3}} = 1 - \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^{-\frac{2}{3}} = 1 - \epsilon^{-\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

### (3) 問1

状態B'から状態Cへは定積変化だから，状態B'の体積は $V_B$ である。断熱圧縮では熱は逃げないので，温度は上昇する。したがって，状態Bの圧力の方が状態B'の圧力よりも大きい。

状態D'から状態Aへは定積変化だから，状態D'の体積は $V_A$ である。断熱膨張では熱は入らないので，膨張により温度は下降する。したがって，状態D'の圧力の方が状態Dの圧力より大きい。

こうした考え方により状態B'，C'の位置を定め図を描く。

### 問2

気体の体積 - 温度のグラフを描く。まず，AからBは断熱圧縮だから，温度は上昇する。BからCは定積で加熱だから，温度は上昇する。CからDは断熱膨張だから，温度は下降する。このように，A，B，C，Dを定めてグラフを描く。AからB'は等温変化だから横軸に平行な直線，CからD'も等温変化だから，横軸に平行な直線である。こうした考え方によりB'，D'の位置を定めグラフを描く。

< 総評 >

昨年同様，問題は力と運動分野，電磁気分野，熱と気体分野に関する。問題の形式等は例年と変わらない。物理実験系とその事象を既述した長文の問題文を読み下しながら，随所に課せられた問題を解いてゆく。限られた時間だから，問題文を読み下しながら，対象となる物理過程の全体像を描き把握しよう。

問題

台車とその上に載っている小球の運動の問題。こういう問題は座標系が2つあって複雑な問題のようで，扱いにくいと感じてしまうだろう。おまけに小球がばねによって台車と接続されている。問題文を読みながら，小球，ばね，台車がどのような運動をしていくのか，全体の運動過程を描こう。

全体としての確かな物理解解と思考力を必要とする骨のおれる問題である。難易度はA。

(1)

台車と小球の運動について運動量保存の法則が成立することの理解がポイントである。難易度B。

(2)

運動方程式は(質量×加速度) = (作用する力)となるように書き下す。この際，正の方向とそれぞれの物理量の正負とを正しく記載することが重要である。また，台車が壁に接している間は，台車は静止しており，この間小球は単振動をしていることを理解する。難易度B。

(3) 問1

台車からみた小球の中心位置がばねの変位に等しいことに着目できるかがポイントである。単振動となる条件を理解していること。また運動量の保存の法則により，重心の運動が等速直線運動となることを導出する。難易度A。

問2

問1ができれば，図は描けるはずだが，問2の結果を的確に理解していることが重要だ。重心のx座標は直線によって表現される。台車の中心位置の座標はその直線から正弦波を差し引いたものになっていることに着眼できれば速い。難易度B。

問題

抵抗機能と容量機能とが並列接続されたコンデンサーを含む回路に関する問題。交流電圧を印加した場合，電流の波形の位相についての理解がポイントである。全体として，難易度はB。

(1)

コンデンサーが容量機能のみならば，電流波形の位相は電圧波形よりも $\frac{\pi}{2}$ 進む。しかし，問題図3のように，位相の進みは $\frac{\pi}{4}$ である。電圧波形より位相が $\frac{\pi}{2}$ 進む電流波形と，電圧波形と同位相となる電流波形とが合わさって，電流波形の位相の進みが $\frac{\pi}{4}$ となる。電圧波形と同位相となる電流波形は抵抗によって発生する。難易度B

問1

ホを求める過程で，電流波形の位相を決める式を求めておけば，導出は難しくなからう。難易度B

(2)

スイッチを閉じた瞬間の電流値又を求めることがやや難しいかも知れない。抵抗部分には電流が流れないことに気づくことがポイントである。その上で、閉回路にキルヒホッフの法則を適用する。難易度 B +。

問2

コンデンサーにかかる電圧は、電池の内部抵抗による電圧降下を差し引いた電圧であることに気がつけば、問題図6の電流変化から、容易に電圧変化を求めることができよう。難易度はB。

問題

理想気体の断熱変化を気体の分子運動および熱機関のサイクルから考える問題である。例年同様に長文を的確に読み込み、物理過程の全貌を描きつつ考えていく。計算に際しては与えられた近似条件を利用する。

(1)

断熱変化における圧力、体積、温度の関係を気体分子の運動によって導く問題である。問題あ、い、う、え、は難易度 B -。お、か、は教科書に記載されている基本的な関係で、しっかり理解しておくこと。き、く、け、ではピストン運動による分子の運動エネルギー変化と温度変化の関係から、断熱変化における状態変化の関係を求める。難易度は A -。

(2)

断熱膨張 - 定積加熱 - 断熱圧縮 - 定積放熱という熱サイクルにおける問題である。熱量と温度の関係を結びつける比熱を理解している必要がある。さ、こ、は難易度 C。熱効率の定義を理解している必要がある。し、は難易度 B。

(3)

熱力学の第一法則の教えるところによれば、断熱圧縮では熱の出入りがないので、圧縮によって気体がされた仕事に等しいだけ、気体の内部エネルギーが増加するので温度が上昇する。すなわち、 $\Delta U = W > 0$ である。 $\Delta U$ は内部エネルギーの変化、 $W$ は気体がされた仕事である。

断熱膨張では、逆に気体が外部にした仕事に等しいだけ、気体の内部エネルギーが減少するので、温度が減少する。 $\Delta U = -W < 0$ である。

このような断熱過程を良く理解しておきたい。教科書をしっかり読み込もう。難易度 B。

141022