

平成 26 年度 入学 試験 問題

数 学 (理系)

200 点満点

《配点は、学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに 16 ページある。
3. 問題は全部で 6 題ある(1 ページから 2 ページ)。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと。ただし、続き方をはっきり示して計算用ページに解答の続きを書いても良い。この場合に限って計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。それ以外の場合、計算用ページは採点の対象としない。
6. 解答のための下書き、計算などは、計算用ページに書くこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

座標空間における次の3つの直線  $l, m, n$  を考える：

$l$  は点  $A(1, 0, -2)$  を通り、ベクトル  $\vec{u} = (2, 1, -1)$  に平行な直線である。

$m$  は点  $B(1, 2, -3)$  を通り、ベクトル  $\vec{v} = (1, -1, 1)$  に平行な直線である。

$n$  は点  $C(1, -1, 0)$  を通り、ベクトル  $\vec{w} = (1, 2, 1)$  に平行な直線である。

$P$  を  $l$  上の点として、 $P$  から  $m, n$  へ下ろした垂線の足をそれぞれ  $Q, R$  とする。このとき、 $PQ^2 + PR^2$  を最小にするような  $P$  と、そのときの  $PQ^2 + PR^2$  を求めよ。

2

(30 点)

2つの粒子が時刻 0 において  $\triangle ABC$  の頂点  $A$  に位置している。これらの粒子は独立に運動し、それぞれ 1 秒ごとに隣の頂点に等確率で移動していくとする。たとえば、ある時刻で点  $C$  にいる粒子は、その 1 秒後には点  $A$  または点  $B$  にそれぞれ  $\frac{1}{2}$  の確率で移動する。この2つの粒子が、時刻 0 の  $n$  秒後に同じ点にいる確率  $p(n)$  を求めよ。

3

(35 点)

$\triangle ABC$  は、条件  $\angle B = 2\angle A$ ,  $BC = 1$  を満たす三角形のうちで面積が最大のものであるとする。このとき、 $\cos \angle B$  を求めよ。

4

(35 点)

実数の定数  $a, b$  に対して、関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 1}$$

で定める。すべての実数  $x$  で不等式

$$f(x) \leq f(x)^3 - 2f(x)^2 + 2$$

が成り立つような点  $(a, b)$  の範囲を図示せよ。

5

(35 点)

自然数  $a, b$  はどちらも 3 で割り切れないが、 $a^3 + b^3$  は 81 で割り切れる。このような  $a, b$  の組  $(a, b)$  のうち、 $a^2 + b^2$  の値を最小にするものと、そのときの  $a^2 + b^2$  の値を求めよ。

6

(35 点)

双曲線  $y = \frac{1}{x}$  の第 1 象限にある部分と、原点  $O$  を中心とする円の第 1 象限にある部分を、それぞれ  $C_1, C_2$  とする。  $C_1$  と  $C_2$  は 2 つの異なる点  $A, B$  で交わり、点  $A$  における  $C_1$  の接線  $l$  と線分  $OA$  のなす角は  $\frac{\pi}{6}$  であるとする。このとき、  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれる図形の面積を求めよ。

**問題は、このページで終わりである。**