2014（H26)年度　東京大学　理科前期　入学試験　物理解説

第１問

＜解答＞

(1)

小球に，斜面に沿って下方に働く力は，重力の斜面方向成分だから，$mg\sin\theta$

斜面上方に働くばねの力は，kx_0

小球が静止しているので，両者はつりあっている。

したがって，$mg\sin\theta=kx_0$，したがって，$x_0=\dfrac{mg\sin\theta}{k}$　（答）

(2)

エネルギー保存の法則により，小球が斜面の上端に達したときにもつ位置エネルギーと運動エネルギーの和がばねの弾性エネルギーに等しい。

すなわち，$\dfrac{1}{2}kx^2=\dfrac{1}{2}mv^2+mgx\sin\theta$，$\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{1}{2}kx^2-mgx\sin\theta$　①

小球が斜面から飛び出すためには，$0<v$だから，$\dfrac{1}{2}kx^2-mgx\sin\theta>0$

$\dfrac{1}{2}kx^2-mgx\sin\theta=\dfrac{1}{2}kx\left(x-\dfrac{2mg\sin\theta}{k}\right)>0$，したがって$x>\dfrac{2mg\sin\theta}{k}$　（答）

(3)

小球の運動方程式は，加速度をαとし，$X=-x$を自然長のときの点Aからの変位（伸びる方向を正とする）とすれば，$m\alpha=-kX-mg\sin\theta=-k(X+x_0)$

$X'=X+x_0$とすれば，$m\alpha=-kX'$となり，X'は振幅$2x_0$の単振動をする。$X'=0$すなわち，$X=-x_0$が振動の中心である。

$X'=2x_0\cos\omega t$とおけるから，$\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$，したがって周期は$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

$X'=-2x_0$から0までは$\dfrac{T}{4}$，$X'=0$からx_0までは$\dfrac{T}{12}$だから，$X'=-2x_0$からx_0までは$\dfrac{T}{3}=\dfrac{2\pi}{3}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

すなわち，$x=3x_0$のとき，小球が動き出してから点Aに達するまでの時間は$\dfrac{2\pi}{3}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　（答）

(4)

①から，$v=\sqrt{\dfrac{kx^2}{m}-2gx\sin\theta}$　（答）

v はθ が小さくなるにつれ大きくなるので，s が最大となるθ は45°より小さい。

(5)

vの水平方向成分をv_s，鉛直方向成分をv_v，小球が落下するまでの時間をt_sとすれば,

$s=v_s t_s$，$v_s=v\cos\theta$，$v_v=v\sin\theta$，

また鉛直方向の速さが0になる時間は$\dfrac{1}{2}t_s$だから$v_v-\dfrac{1}{2}t_s g=0$，$\therefore\ t_s=\dfrac{2v_v}{g}$

したがって，$s=v_s t_s=\dfrac{2v_s v_v}{g}=\dfrac{2}{g}v^2\sin\theta\cos\theta=\left(\dfrac{kx^2}{gm}-2x\sin\theta\right)\sin 2\theta$　　（答）

(6)

$x=\dfrac{2mg}{k}$とすれば，$s=\dfrac{4mg}{k}(1-\sin\theta)\sin 2\theta$

$f(\theta)=(1-\sin\theta)\sin 2\theta$ とおいて，

$f'(\theta)=-\cos\theta\sin 2\theta+2(1-\sin\theta)\cos 2\theta=-2\sin\theta\cos^2\theta+2(1-\sin\theta)(\cos^2\theta-\sin^2\theta)$

$=-2\sin\theta\cos^2\theta+2(\cos^2\theta-\sin^2\theta-\sin\theta\cos^2\theta+\sin^3\theta)$

$=2(\sin\theta-1)(3\sin^2\theta+\sin\theta-1)$

$f'(\theta)=0$とすれば $\sin\theta=\dfrac{-1+\sqrt{13}}{6}\fallingdotseq 0.43$，したがって図１のように$f(\theta)$は変化する。

したがって$\sin\theta\fallingdotseq 0.43$ で$f(\theta)$は最大となる。

したがって表1−1の角度の中でs が最も大きくなるθは25°　（答）

$\sin\theta$	0		$\dfrac{\sqrt{13}-1}{6}$		1
$f'(\theta)$		$+$	0	$-$	
$f(\theta)$		↗		↘	

図１

(7)

sが最大となるθは45°に近づく（答）

＜解説＞

ばねを押し付けた小球の滑らかな斜面上での運動に関する問題。他には重力の加速度の斜面方向成分が働く。斜面の端で小球が飛び出し，重力の加速度の下での運動をする。問題文を読んで，対象となる物理現象の全貌を頭に入れよう。

(1)

静止しているということは，力がつりあっているということである。斜面に沿って小球に働く力を摘出しよう。

(2)

斜面から飛び出すということは，斜面上端Aでの小球の速さが0より大きいということである。斜面上端での速さはエネルギー保存の法則から求めることができる。

(3)

小球が単振動することを理解しなければならない。これは，単に小球をばねにつり下げて静止する位置からさらに変位を与えて，手を離したときの運動と同じである。

上の解答のように，$X=-x$，$X'=X+x_0$とすれば，$m\alpha=-kX'$となって，X'が$X=-x_0$を中心として単振動することがわかる。単振動の周期によって，$X'=-2x_0$から$X'=x_0$までの時間を求めることがポイントである。

(4)

同一のvであれば，投げ出し角θが45°のとき水平距離sが最大となる。このケースではθが小さいほどvが大きくなるのだから，最大のsを与えるθは45°より小さいといえる。

(5)

重力の作用の下での投げ上げ運動を考えれば良い。これは基本的な運動方程式によるものである。

(6)

sは$\sin\theta$の関数となるから，$\sin\theta$の変化に対するsの変化を調べればよい。$\sqrt{13}$の大雑把な値を求めることができること。

(7)

$$s=\left(\frac{kx^2}{mg}-2x\sin\theta\right)\sin2\theta=\frac{kx^2}{mg}\left(1-\frac{2mg\sin\theta}{kx}\right)\sin2\theta$$

$x\geqq\dfrac{2mg}{k}$とすれば，$1\geqq\dfrac{2mg\sin\theta}{kx}$であって，$x$を大きくすれば，$\dfrac{2mg\sin\theta}{kx}$は小さくなって，

$s=\dfrac{kx^2}{mg}\left(1-\dfrac{2mg\sin\theta}{kx}\right)\sin2\theta$は$\dfrac{kx^2}{mg}\sin2\theta$に近づく。

したがって，sが最大となるのは$2\theta=90°$だから，sが最大となるθは45°に近づく。

xを大きくしていくと，vに与えるばねの力が大きくなり，重力の加速度の影響が相対的に小さくなる。したがって，vに与えるθの影響は小さくなるので，sが最大となるθが45°に近づくことは直感的にわかる。このような直感に基づいて答えれば早い。

第２問

＜解答＞

Ⅰ

(1)

太陽電池の両端の電圧$V=\dfrac{Q}{C}$，電荷$Q=It$である。両端の電圧がV_0を超えると電流が低下する。

したがって，$V=V_0$になる時間がt_1，すなわち$t_1=\dfrac{CV_0}{I}=\dfrac{CV_0}{sP_0}$　（答）

(2)

電流は$I=sP_0-\dfrac{1}{r}(V-V_0)$だから，$I=0$になる電圧は$V=V_0+rsP_0$

このときコンデンサーに蓄えられた電荷は，$Q=CV=C(V_0+rsP_0)$　（答）

Ⅱ

(1)

太陽電池の両端の電圧$V=IR\leqq V_0$のとき，抵抗を流れる電流は一定のsP_0となるから，

$R\leqq R_0=\dfrac{V_0}{sP_0}$，すなわち$R_0=\dfrac{V_0}{sP_0}$　（答）

(2)

太陽電池の特性から，$I=sP_0-\dfrac{1}{r}(V-V_0)$，一方$V=IR$だから，

$I = sP_0 - \frac{1}{r}(IR - V_0) = sP_0 - \frac{IR}{r} + \frac{V_0}{r}$，したがって$I = \frac{V}{R} = \frac{1}{r+R}(rsP_0 + V_0)$　（答）

(3)

抵抗で消費される電力$W = I^2R$だから，

$R \leqq R_0 = \frac{V_0}{sP_0}$のとき，$I = sP_0$，$\therefore W = (sP_0)^2 R \leqq (sP_0)^2 R_0 = sP_0V_0$

したがって，$R = R_0$のとき，最大電力sP_0V_0

$R > R_0$のとき，(2)から，$W = I^2R = \frac{R}{(r+R)^2}(rsP_0 + V_0)^2 = \frac{R(sP_0)^2}{(r+R)^2}\left(r + \frac{V_0}{sP_0}\right)^2 = \frac{R(r+R_0)^2(sP_0)^2}{(r+R)^2}$

これはRの増大とともに減少する。したがって，$R \to R_0$で$W \to (sP_0)^2R_0$へと増加する。

以上によって，$R = R_0 = \frac{V_0}{sP_0}$のとき，抵抗で消費される最大電力が$sP_0V_0$

III

(1)

太陽電池１について，$I = \frac{1}{2}sP_0 = sP_0 - \frac{1}{r}(V_1 - V_0)$，したがって$V_1 = \frac{1}{2}rsP_0 + V_0 = \frac{3}{2}V_0$　（答）

太陽電池２について，$I = \frac{1}{2}sP_0 = 2sP_0 - \frac{1}{r}(V_2 - V_0)$，したがって$V_2 = \frac{3}{2}rsP_0 + V_0 = \frac{5}{2}V_0$　（答）

(2)

キルヒホッフの法則により，

$V_1 + V_2 = IR = \frac{1}{2}sP_0R$だから，$4V_0 = 4rsP_0 = \frac{1}{2}sP_0R$，したがって$\frac{R}{r} = 8$　（答）

(3)

アの場合，太陽電池１と２の電流が同じにならないので，ありえない。

ウの場合，太陽電池１の電流が２の電流よりも明らかに小さくなるので，ありえない。

エの場合，(1)の結果から$\frac{R}{r} = 8$でなければならないので，$R = r$では成立しない。

イ　（答）

(4)

イの場合，太陽電池１では$I = sP_0 = \frac{V_0}{r}$だから，太陽電池２では$\frac{V_0}{r} = \frac{1}{r}(3V_0 - V_2)$となって，

$V_2 = 2V_0$，$V_1 = Ir - V_2 = V_0 - 2V_0 = -V_0$

以上によって，$I = \frac{V_0}{r}$，$V_1 = -V_0$，$V_2 = 2V_0$　（答）

＜解説＞

与えられた太陽電池の特性（問題図2－2）を下に，回路の動作を求める問題である。太陽電池は，太陽光のエネルギーを電力に変える電力源として，化石エネルギーや原子力エネルギーを代替する自然エネルギーとして、最も期待の高いものである。世界各国とも，それぞれのエネルギー事情の相異による濃淡はあっても，太陽電池の活用を進めている。

太陽電池の特性がなぜこのように表現されるのか，ということは高校物理の範囲外であるが，半導

体物理学という今日の電子産業の基盤となる学問に含まれる。この問題では，これを前提として回路の動作を考える。ふつうの電池の特性とは異なり，電池両端の電圧が特定の電圧になるまでは，一定の電流を取り出すことができる。その電流は照射光の強度に比例する。負荷抵抗が大きくなって，両端の電圧が特定の電圧を超え始めると，電流は減少することを示している。

Ⅰ

⑴

コンデンサーに次第に電荷が溜まり，両端の電圧が上昇する。両端の電圧がV_0に達したとき，太陽電池の特性により電流が低下し始める。

⑵

コンデンサーに溜まる電荷は電気容量と両端の電圧の積である。両端の電圧は太陽電池の電流が流れ込んでいる限り上昇する。したがって，両端の電圧は，太陽電池からの電流が0になるときが最高値となる。

Ⅱ

⑴

抵抗の両端の電圧がV_0以下であれば，太陽電池の特性により，一定の電流が流れる。両端の電圧は（電流）×（抵抗）だから，抵抗がある抵抗R_0以下ならば，一定の電流が流れることになる。

⑵

$R>R_0$だから，$V>V_0$であり，そのときの電流特性$I=sP_0-\frac{1}{r}(V-V_0)$から求めればよい。

⑶

電力は(電流)^2×抵抗だから，$R\leqq R_0$と$R>R_0$の場合に分けて考えればよい。

Ⅲ

太陽電池が直列に接続されているということは，両電池には同じ電流が流れること，それぞれの電池の電流電圧特性を満足するということである。

⑴

電流が与えられたのだから，それぞれの電池の電流電圧特性から，それぞれの電圧を求めればよい。$I=\frac{1}{2}sP_0\leqq sP_0$，$2sP_0$だから，$V_1$，$V_2<V_0$は明らかである。

⑵

⑴の結果を活用すればよい。

⑶

アイウエについて，発生しえる状況かどうか，物理的に思考する。その場合，図１のような太陽電池１，２の電流電圧特性図を描いて考えるとよい。

アが不適切なのは明らかであろう。

イのような状態がありえることは図１から明らかである。図１のイ点で定まる電流と電圧であればよい。

ウでは，明らかに電池２の方が電流が大きくなるので，ありえない。

エでは，電流$I\leqq\frac{V_0}{r}$だから，抵抗の両端の電圧は$V_1+V_2\leqq V_0$となるので，条件と矛盾する。ここでは，⑴の条件と同じだから，$r=8R$でなければならない。

(4)

イでは電流が決まるから，太陽電池２の電圧が決まる。

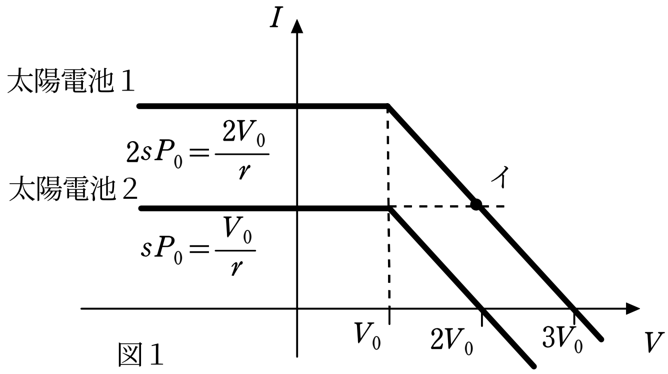

図１

第３問

＜解答＞

Ⅰ

(1)

点Tのz座標はスリットS_0とS_1の中点だから，両スリットと点Tとの距離は等しい。したがって，両スリットからの光は同じ位相なので，強めあい明線となる。

(2)

スリットS_0と点Rとの距離：$L_0=\sqrt{d^2+(0-z_0)^2}=d\sqrt{1+\left(\dfrac{z_0}{d}\right)^2}\fallingdotseq d+\dfrac{{z_0}^2}{2d}$

スリットS1と点Rとの距離:$L_1=\sqrt{d^2+(0-z_1)^2}=d\sqrt{1+\left(\dfrac{z_1}{d}\right)^2}\fallingdotseq d+\dfrac{{z_1}^2}{2d}$

距離の差は波長の整数倍だから，$L_1-L_0=\dfrac{({z_1}^2-{z_0}^2)}{2d}=m\lambda$，ただし$m=1$，２，‥

最初に現われる明線だから$m=1$　として，$d=\dfrac{{z_1}^2-{z_0}^2}{2\lambda}$　（答）

(3)

スリットS_nと点Rとの距離：$L_n=\sqrt{d^2+(0-z_n)^2}=d\sqrt{1+\left(\dfrac{z_n}{d}\right)^2}\fallingdotseq d+\dfrac{{z_n}^2}{2d}$

スリットS_{n+1}と点Rとの距離：$L_{n+1}=\sqrt{d^2+(0-z_{n+1})^2}=d\sqrt{1+\left(\dfrac{z_{n+1}}{d}\right)^2}\fallingdotseq d+\dfrac{{z_{n+1}}^2}{2d}$

(2)の結果によれば，$L_{n+1}-L_n=\dfrac{{z_{n+1}}^2}{2d}-\dfrac{{z_n}^2}{2d}=\lambda$だから，

$\sum_{k=0}^{n}(L_{k+1}-L_k)=\dfrac{{z_{n+1}}^2}{2d}-\dfrac{{z_0}^2}{2d}=(n+1)\lambda$，したがって${z_n}^2=2nd\lambda+{z_0}^2$

$\therefore\ z_n=\sqrt{{z_0}^2+2nd\lambda}$　（答）

(4)

$x=d'$で明線が現れるとすれば，$L_1-L_0=\dfrac{(z_1{}^2-z_0{}^2)}{2d'}=m\lambda$，$m=1$，$2$，$\cdots$

$d'=\dfrac{z_1{}^2-z_0{}^2}{2m\lambda}$，$m=1$のとき$d'=\dfrac{z_1{}^2-z_0{}^2}{2\lambda}=d$だから，$m=2$で$d'=\dfrac{d}{2}$，$m=3$で$d'=\dfrac{d}{3}$

したがって，スクリーンＢをx軸に沿って左右に動かしたとき，$z=0$に明線が現れる２つの位置は，

Rに近い順に，$x=\dfrac{d}{2}$，$\dfrac{d}{3}$　（答）

(5)

ＰからS$_n$を通りR’に達する距離をL_nとすれば，

$$L_n=PS_n+S_nR'=\sqrt{a^2+z_n{}^2}+\sqrt{b^2+z_n{}^2}=a\left\{1+\left(\frac{z_n}{a}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}}+b\left\{1+\left(\frac{z_n}{b}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\fallingdotseq a+\frac{z_n{}^2}{2a}+b+\frac{z_n{}^2}{2b}$$

L_nとL_{n-1}の差が波長に等しいとき，R’に明線が現れるのだから，

$L_n-L_{n-1}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)(z_n{}^2-z_{n-1}{}^2)=\lambda$

したがって，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(L_k-L_{k-1})=L_n-L_0=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)(z_n{}^2-z_0{}^2)=n\lambda$

しかるに(3)の結果から，$\lambda=\dfrac{z_n{}^2-z_0{}^2}{2nd}$だから，

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{d}$，$\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{d}-\dfrac{1}{a}$，したがって$b=\dfrac{ad}{a-d}$　（答）

(6)

ア２　イ２　ウ$\dfrac{1}{2}$

＜解説＞

(1)

両スリットからの光の波が重なりあう。両スリットからの距離の差が波長の整数倍（0を含む）であれば，波は同位相で重なるから強めあう。

(2)

距離の差が波長の１倍になる位置に１次の回折光の明線ができる。

(3)

隣あうスリットとRとの距離の差が波長に等しいとして，数列の一般項を求めるやり方でスリットの位置z_nを求める。

(4)

スクリーンＢをx軸上で動かすことによって，$z=0$の位置が波長の2倍，3倍の距離差になる。そのときに，明線が現われる。

(5)

距離の差が波長に等しいとき明線が現われるという考え方は同じだから，(3)と同様である。(3)の結果を用いて，波長λを消去する。$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{d}$という式を，どこかで見たような，と気づく。凸レンズの実像の式と類似である。並行光線を入射したとき，光が点に結ぶ距離がdだから，dは焦点距離に類似である。

(6)

点R’では光の波が同じ位相で重なるので，光の波の振幅は2倍になる。光の強度は光の波の振幅の2乗に比例するので，R’での光の強度は2倍の2乗倍，すなわち4倍になる。

一方，明線内に単位時間に到達する光のエネルギーは，同じスリットを$z<0$にも対称に配置したのだから，2倍になるはずである。このことから，スリット数を2倍増やすと，明線のz方向の幅は，約$\dfrac{1}{2}$倍になると考えられる。なぜなら，明線の中心R’の強度は4倍で，明線に含まれるエネルギーは2倍だから，明線の幅は約$\dfrac{1}{2}$倍になると考えられる。

このようすは図２のように図示すると考え易い。ここでは，問題図3−4の明線の光強度の分布を模式図的に２等辺三角形で表している。明線のエネルギーは強度分布の面積と考えることができるので，面積が2 倍でR’の強度が4倍ということは，分布の幅が$\dfrac{1}{2}$でなければならないということがわかる。

ここで，得られた事実はスリットの数が増えることによって，光の集中の度合いが高まったということである。

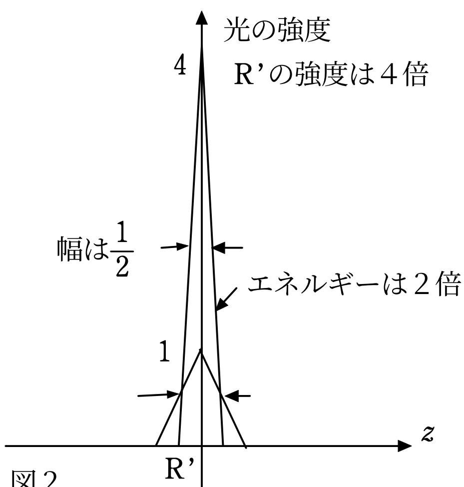

図２

＜総評＞

第１問

昨年も易化したと書いたが，今年はさらに易化したように思う。一定の重力の作用の下での，ばねによる単振動を理解していることが必要である。題意が簡明であり，解答方針に迷うところが少ない。

⑴⑵難易度Ｃ，⑶難易度Ｂ＋，⑷⑸難易度Ｂ－，⑹⑺難易度Ｂ。

第２問

太陽電池の特性を与えた電気回路の問題である。コンデンサーの特性も理解している必要がある。しかし，オームの法則やキルヒホッフの法則といった電気回路の基本と応用の範囲内であるから，難しいものではない。太陽電池という言葉に惑わされず，与えられた電流電圧特性の電池を含む電気回路として扱えばよい。

もちろん，太陽電池は半導体技術や半導体物理学の重要な成果で，自然エネルギー源の一つとして，これからの私たちの生活にとってますます重要なものになろう。大学で大いに学んでほしい。

Ⅰ⑴⑵は難易度Ｂ，Ⅱ⑴⑵は難易度Ｃ，⑶は難易度Ｂ，Ⅲ⑴⑵は難易度Ｂ，⑶⑷は難易度Ａ－。

第３問

教科書にはヤングの実験として記載されている光波の干渉，回折の応用問題である。光波が強めあう光の経路の距離の差と波長の関係，回折光の次数，距離の近似計算，数列の計算などの基本事項の理解が必要である。

⑴は難易度Ｃ，⑵はＢ－，⑶はＢ，⑷は難易度Ｂ＋，⑸は難易度Ａ－，⑹は簡単そうで難しい。振幅，エネルギー，強度などの言葉に混乱して，題意の正確な理解ができなかったりする。難易度A。正答できた受験生は少なかったのではないか。

140801

＜総評＞

今年の問題は例年に比して容易になった。特に力と運動に関する第１問は、例年この分野は難しい問題設定だったが，今年に関しては素直な問題となっている。第２問は電磁気だが，これもローレンツ力をしっかり理解していれば大丈夫だろう。磁場が荷電粒子に対して，レンズのような作用をすることを問題にしていることに目新しさがある。

第３問は超音波の問題。超音波の定常波に関する問題とホイヘンスの原理に基づいて反射波，屈折波などの基本的性質を問う問題である。

第1問

ばねによる運動と衝突の問題。紛れの少ない、素直な問題で，教科書をしっかり勉強していれば，対応できるだろう。

Ⅰでは水平面が滑らかで小球と床との間に摩擦がない場合である。ばねの弾性力による運動が単振動であること，弾性衝突でははね返り係数が1であることなど基礎的知識を必要とする。二つの小球の運動の過程を描きながら考えていく。

Ⅱではあらい水平面で小球との間に摩擦が発生する。動き始めるには，静止摩擦力を上回る力が働かなければならない。

難易度はⅠ⑴～⑶がＢ－，⑷，ⅡがＢ

第2問

磁場が荷電粒子に及ぼす力による粒子の軌道の曲がりに関する問題。ローレンツ力により粒子は円運動するので，薄い磁場領域を通過すると微小な角度だけ曲がる。磁場の強さが軸からの距離に比例する場合，軸と平行に入射する粒子は入射位置に関わらず，x 軸と同じ点で交わるように曲がる。

これは，このような磁場がレンズのような作用をすることを示している。Ⅰ(1)，(2)が分かれば，後は問題ないだろう。難易度はⅠ(1)，(2)，Ⅱ(3)はB，他はC。

第3問

Ⅰでは定常波の基本的な性質の理解が必要である。板の両端が自由端であることの意味を理解していること。Ⅱ，Ⅲでは固体媒質中を伝わる縦波，横波の反射，屈折という基本的な振る舞いに関する問題。ホイヘンスの原理についてはよく理解しておく必要がある。

難易度はⅠがB，Ⅱ(1)がC，(2)(3)がB，ⅢがB。

130625