（平成 27 年度前期日程）

物　　　　理

120　分

注　意　事　項

1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
2. 本問題は 20 ページ，答案用紙は 3 ページである。
3. 各答案用紙の上の枠内には，**受験番号**を記入し，下の枠内には，受験番号の**下 2 桁**の数字を忘れずに記入すること。
4. 解答はすべて各答案用紙の所定欄に記入すること。
5. 各答案用紙の中で導出過程欄のある設問については，答に加えて導出過程を必ず記入すること。必要があれば，図を用いてもよい。
6. 問題番号 $\boxed{1}$ 等のあとの（50 点）は 150 点満点中の配点である。
7. 問題冊子および答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
8. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は，下記の例にならい，明瞭に記入すること。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

試験問題は，つぎのページより始まります。

1 （50点）

長さ 2ℓ の棒Sの両端におもりAとおもりBを取り付けた回転子Rがある。棒Sの中点は，鉛直でなめらかな壁に釘で固定されており，回転子Rは棒の中点を支点として壁面上をなめらかに回転できるものとする。おもりAの質量を M，おもりBの質量を m，重力加速度の大きさを g とする。ただし，$M > m$ とし，棒と釘は変形せず，おもりAの大きさ，おもりBの大きさ，釘の大きさ，棒の質量，空気抵抗や摩擦は無視できるものとする。図1に示すように，棒Sの中点を原点Oとし，鉛直上向きに z 軸をとる。また，原点OとおもりAを結ぶ線分と鉛直下向きがなす角を θ とし，反時計まわりを正の向きとする。

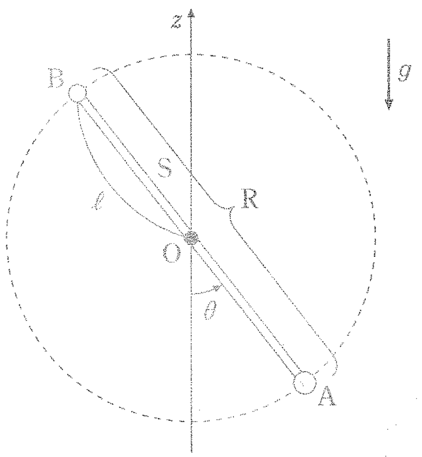

図1

〔A〕 回転子Rを，おもりAとおもりBが z 軸上にない状態で静かに放したところ，周期的な運動を始めた。このときの運動について，回転子Rを，棒SとおもりAとおもりBに分けて考える。

(a) おもりAの速さが v のとき，おもりAが棒Sに及ぼす力を考える。その力について，棒と平行な成分を，g，ℓ，M，m，v，θ のうち必要な記号を用いて表せ。ただし，原点OからおもりAに向かう向きを正の向きとする。

棒Sにはたらく力の合力は0であり，棒Sにはたらく原点Oのまわりの力のモーメントの和も0である(†参考)。以下では，この考えにもとづき議論を進める。

棒Sに対して，釘，おもりA，おもりBが及ぼす力を考える。これらの力について，棒と垂直な成分を，それぞれF_0，F_1，F_2とする。図2に示すようにF_1とF_2は反時計回りを正の向きとし，F_0の正の向きはF_1の正の向きと同じとする。

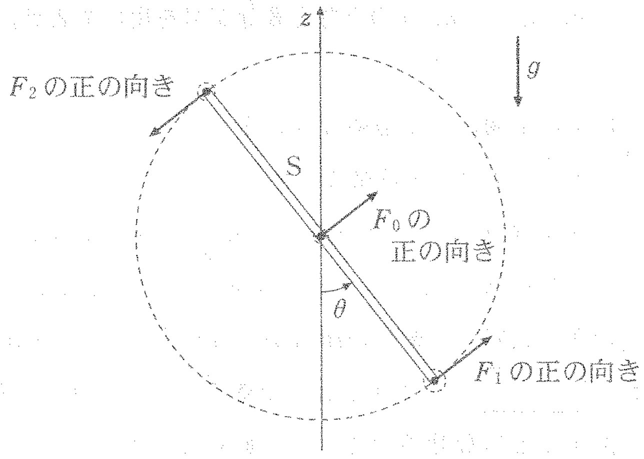

図2

(b) 棒と垂直な方向について，棒Sにはたらく力のつりあいの式を求めよ。また，棒Sにはたらく原点Oのまわりの力のモーメントのつりあいの式を求めよ。それぞれF_0，F_1，F_2，ℓのうち必要な記号を用いて表せ。

(†参考) 棒Sの両端にはおもりがついており，棒Sは無限に速く運動することはない。仮に棒Sにはたらく力の合力が0でない，もしくは，棒Sにはたらく原点Oのまわりの力のモーメントの和が0でないとすると，棒Sの質量は無視できるとしているので，棒Sは無限に速く運動することになり矛盾する。

棒と垂直な方向のおもりAの加速度をaとし，図3に示すように，反時計回りを正の向きとする。以下の(c)，(d)，(e)では，$M = 2m$とする。

(c) 棒と垂直な方向に関するおもりAの運動方程式をF_1を用いて表せ。ただし，F_1の他にa，g，ℓ，m，θのうち必要な記号を用いてよい。同様に，棒と垂直な方向に関するおもりBの運動方程式をF_2を用いて表せ。ただし，F_2の他にa，g，ℓ，m，θのうち必要な記号を用いてよい。

(d) aを，g，ℓ，m，θのうち必要な記号を用いて表せ。

(e) 以下の空欄に入る適切な数式を答えよ。解答にはg，ℓ，mを必要に応じて用いてよい。解答欄には答のみを書くこと。

回転子Rをθが十分小さい状態から静かに放したところ振動を始めた。おもりAの最下点からの円周にそった変位をxとし，反時計回りを正の向きとする。振動の振れが十分小さいとき，$\sin\theta \fallingdotseq \theta$が成りたち，$a = \boxed{\text{(ア)}}\, x$と表すことができる。このとき，おもりAは一直線上を往復するとみなせるので，単振動すると考えてよい。この振動の周期は$\boxed{\text{(イ)}}$となる。

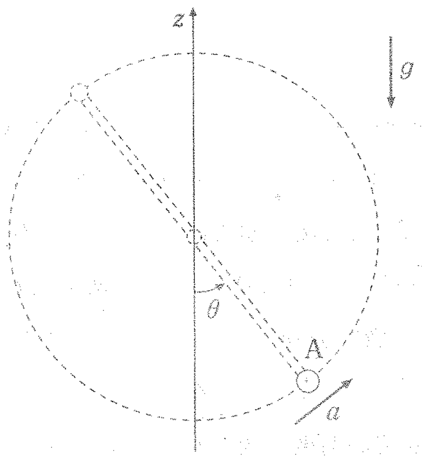

図 3

〔B〕 図4のように，質量mの物体Cが，なめらかな床の上を壁にそって右向きに進んできた。ただし，物体Cの大きさは無視でき，物体Cは直線$z = -\ell$上を運動すると考えてよい。おもりAが反時計回りに運動し，z軸を左から右に通過したとき，物体CがおもりAと衝突した。物体Cの衝突前の速さはu，衝突後の速さはu'であり，衝突後も物体Cは，壁にそって右向きに運動した。おもりAとBの衝突直前の速さはv，衝突直後の速さはv'であり，衝突直後もおもりAとBは，反時計回りに運動した。ただし，$u > v > 0$であり，この衝突において$u - v = v' - u'$が成りたっていた。また，衝突の前後で物体Cと回転子Rの運動エネルギーの和が保存されるものとする。摩擦や空気抵抗は無視でき，おもりA，おもりBは床と衝突しないものとする。なお，おもりA，おもりBの質量はそれぞれM，mである。

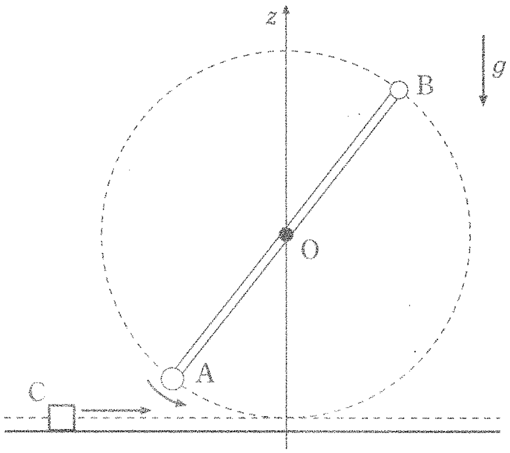

図4

(f) 衝突の前後の運動エネルギー保存の式を記せ。この式を利用して,

$$(M+m)v + mu = (M+m)v' + mu'$$

が成りたつことを示せ。ただし，衝突の前後で物体Cと回転子Rの運動量の和は保存されないことに注意せよ。

以下では，$M = 2m$ とする。

(g) 衝突直後において，回転子R全体の運動量の大きさを，ℓ, m, u, v のうち必要な記号を用いて表せ。また，衝突により釘に与えられた力積の大きさを，ℓ, m, u, v のうち必要な記号を用いて表せ。

(h) 衝突前，回転子Rは周期的な運動をしており，衝突後も周期的な運動をした。衝突前のおもりAの z 座標の最大値は $-\dfrac{1}{2}\ell$ であり，衝突後のおもりAの z 座標の最大値は $\dfrac{1}{8}\ell$ であった。このときの v', u, u' を，それぞれ v を用いて表せ。ただし，物体Cが回転子Rに衝突した後，物体Cは回転子Rに再び衝突することはなかったとする。

（下　書　き　用　紙）

(下　書　き　用　紙)

2 (50 点)

間隔を変えることのできる平板コンデンサーが組み込まれた図1の装置を用いて実験を行う。平板コンデンサーは水平に配置され，下側の極板(下極板)は土台に固定されている。上側の極板(上極板)は質量の無視できる糸によって巻き上げ機につながれ，その高さを変えることができる。上極板は前後左右に揺れることがないよう両側から支えられており，常に水平を保ちながら摩擦なく上下に動く。それぞれの極板の面積をA，上極板の質量をmとする。極板の大きさに比べて極板の間隔は十分に小さく，コンデンサーの端での電場の乱れは無視できるものとする。また，極板内の電荷は常に水平方向に一様に分布するものとする。

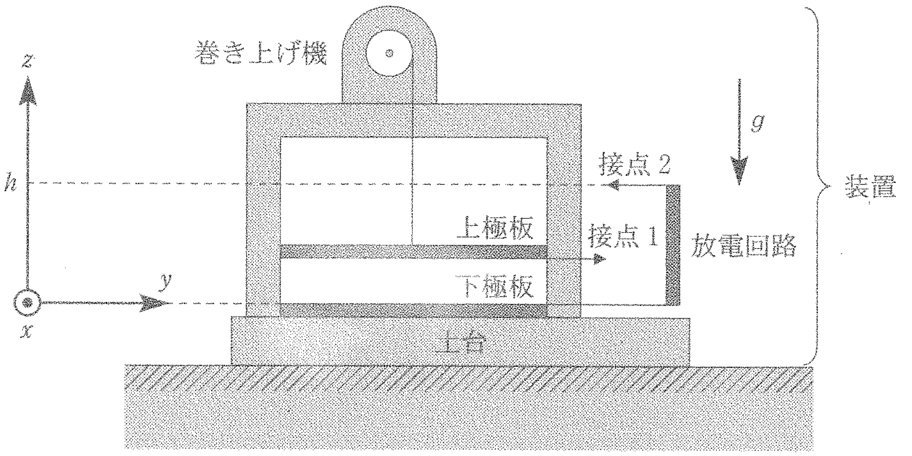

図 1

紙面手前をx軸の正の向き，紙面右方をy軸の正の向きとし，上方をz軸の正の向きにとる。下極板の上面を$z = 0$とし，上極板の位置はその下面のz座標によって表す。極板の表面には厚さの無視できる絶縁膜が貼られており，上極板の位置が$z = 0$であっても二枚の極板が接して電荷が移動することはない。

上極板が$z = h$まで上昇すると，上極板とともに移動する接点1が接点2と接触し，コの字型をした放電回路にコンデンサーが接続されるようになっている。放電回路は$z = 0$および$z = h$の高さに水平に置かれた導線と，鉛直に置かれた0でない抵抗を持つ長さhの細い棒よりなる。接点1および接点1と上極板を

つなぐ導線は上極板の下面の高さに取り付けられており，それらの質量は無視できるものとする。

装置の内外は真空であり，真空の誘電率をε_0，重力加速度の大きさをgとする。重力の向きはz軸の負の向きである。なお，極板，接点，導線，放電回路以外の部分は絶縁体であり，電荷がもれることはないものとする。

〔A〕 まず，装置の土台を動かないように固定して実験を行う。はじめ，上極板は$z=0$の位置に静止しており，上極板に$+Q$，下極板に$-Q(Q>0)$の電荷が与えられている。その後巻き上げ機により上極板を上昇させ，$z=h$の位置で上極板が放電回路に接続されたところで静止させる。上極板の上昇中に糸がたるむことのないよう，加速，減速はゆっくり行うものとする。以下の問(a)から(d)に答えよ。解答にはε_0，A，Q，m，g，z，hのうち必要なものを用いよ。

(a) 上極板の位置がz(ただし$0<z<h$)のとき，極板間の電場の強さEと下極板を基準とした上極板の電位Vを求めよ。

(b) 上極板の位置がz(ただし$0<z<h$)のとき，コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーを求めよ。

(c) 上極板が一定の速度で上昇しているときの糸の張力を求めよ。

(d) 上極板が$z=h$に達し上昇が止まると同時に，上極板は接点を通して放電回路に接続される。そしてコンデンサーが完全に放電する。この放電によって発生するジュール熱を求めよ。

〔B〕 次に，装置をなめらかで水平な床の上に置き，摩擦なく自由に動けるようにした。装置全体の質量はMである。さらに装置を含む空間全体に磁束密度$\vec{B}=(B,\ 0,\ 0)$の一様磁場をx方向にかけた。

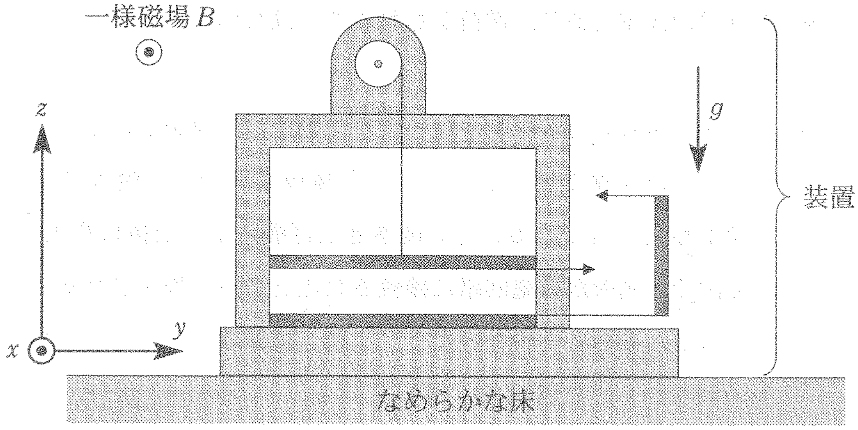

図 2

はじめ，装置全体は静止している。上極板は$z=0$の位置に静止しており，上極板に$+Q$，下極板に$-Q\,(Q>0)$の電荷が与えられている。その後巻き上げ機により上極板を上昇させ，$z=h$の位置で上極板が放電回路に接続されたところで静止させる。上極板の上昇中に糸がたるむことのないよう，加速，減速はゆっくり行うものとする。

今度は磁場中を電荷が移動することによって生じるローレンツ力のため，装置全体がy軸にそった方向に運動する。このローレンツ力の効果は非常に小さく，通常の実験においては無視しても差し支えない。しかしここではこの効果を無視せずに評価し，装置の運動がどの程度になるかを見てみよう。装置の向きは変化しないものとする。

(e)，(f)，(g)にはε_0，A，B，Q，M，m，g，z，hのうち必要なものを用いて答えよ。(h)には数値で答えよ。

(e) 以下の空欄に当てはまる適切な数式を答えよ。解答欄には答のみを書くこと。

上極板の上昇中，微小時間 Δt の間に，上極板の高さ z が Δz 変化し，装置全体の y 方向の速度 v が Δv 変化した。上極板の上昇速度は $\dfrac{\Delta z}{\Delta t}$，装置の y 方向の加速度は $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ であり，それらの比は $\dfrac{\Delta v}{\Delta z} = \boxed{\text{(ア)}}$ である。これが定数であることと，$z = 0$ において $v = 0$ であることを用いると，速度 v は z の関数として $v = \boxed{\text{(イ)}}$ と与えられる。

(f) 上極板が高さ z の位置を一定の速度で上昇しているときの糸の張力は，(c)で求めた磁場が無い場合の値に比べてどれだけ変化するか答えよ。ただし，増加する場合を正とする。

(g) 以下の空欄に当てはまる適切な数式を答えよ。解答欄には答のみを書くこと。

上極板が $z = h$ に達し上極板の上昇が止まると同時に，放電回路を通して放電が始まる。放電中のある微小時間 Δt の間の上極板の電荷の変化を ΔQ(増加する場合を正)，装置の y 方向の速度 v の変化を Δv とすると，その間に放電回路を流れる電流は上向きを正として $\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$ である。このことから，比 $\dfrac{\Delta v}{\Delta Q} = \boxed{\text{(ウ)}}$ は定数である。また，放電が始まった瞬間には装置の y 方向の速度と電荷の比は $\dfrac{v}{Q} = \boxed{\text{(エ)}}$ である。これらのことから，コンデンサーが完全に放電したときの装置の y 方向の速度は $v = \boxed{\text{(オ)}}$ であることがわかる。

(h) 前に述べたように，磁場の影響による装置全体の運動は非常に小さい。このことを具体的に数値を計算して確認しよう。以下の数値を用いて，上極板が $z = h$ に到達した瞬間の，装置の y 方向の速度を有効数字 3 桁で求めよ。単位は m/s で答えること。

$$A = 1.00\,\mathrm{m^2},\ h = 2.00\,\mathrm{cm},\ M = 1.00\,\mathrm{kg},\ m = 100\,\mathrm{g},$$
$$V_h = 1.00\,\mathrm{kV},\ B = 1.00\,\mathrm{T},$$
$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m},\ g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$$

ただし V_h は上極板が $z = h$ に到達した瞬間のコンデンサー両極板間の電位差である。

（下 書 き 用 紙）

（下　書　き　用　紙）

3 (50点)

水面にできる波について考えよう。水平面上に座標軸 x, y および原点Oをとる。また各点での水面の鉛直方向の変位を z で表し，波がない場合を $z = 0$ とする。

〔A〕 いま，図1中の破線の矢印に示されるように，x 軸に対して 30° の向きに進む平面波を考える。図中で，時刻 $t = 0$ における波の山の波面が実線で表されており，その1つは原点を通っている。この波は正弦波で表すことができるものとし，波の振幅の減衰は考えないものとする。波の振幅を A, 周期を T, 波長を λ とする。

(a) 時刻 t での点 $\mathrm{P}(\sqrt{3}\,\lambda,\ \lambda)$ における水面の変位 z_{P} を求めよ。

(b) 時刻 $t = 0$ において点Pを通る波の山の波面は，時間とともに進行する。その山の波面の進行速度の x 成分，y 成分をそれぞれ求めよ。

(c) 時刻 $t = 0$ における y 軸上での波形を描け。なおこの波形は正弦波となる。

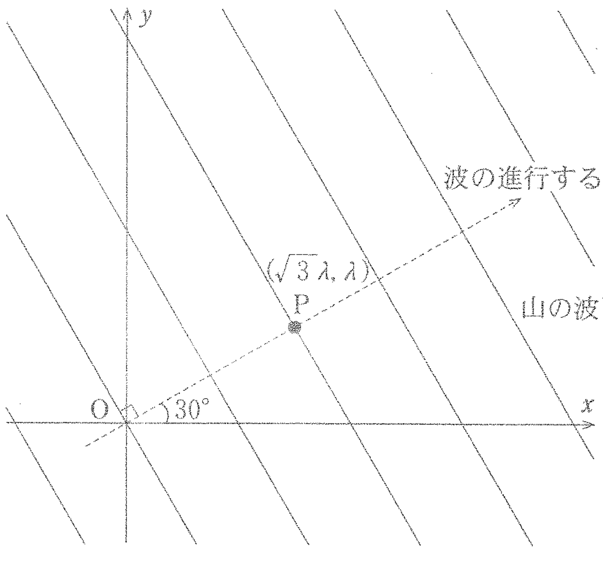

図1

〔B〕 次に，図 2 中の破線の矢印に示されるように，x 軸に対して 30° の向きに進む平面波と，y 軸の正の向きに進む平面波が同時に存在する場合を考える。図中で，時刻 $t=0$ における 2 種類の波の山の波面が実線で表されており，山の波面の 1 つずつが原点を通っている。これらの波は，ともに振幅 A，周期 T，波長 λ の正弦波で表すことができるものとし，波の振幅の減衰は考えないものとする。

(d) 時刻 t での点 $\mathrm{P}(\sqrt{3}\lambda,\ \lambda)$ における水面の変位 z_{P} を求めよ。

(e) 時刻 t での点 $\mathrm{Q}\left(\dfrac{\sqrt{3}\lambda}{2},\ \dfrac{\lambda}{2}\right)$ における水面の変位 z_{Q} を求めよ。

(f) 図 2 に示した時刻 $t=0$ の瞬間，点 P において，2 つの平面波の山が重なって高い山となっている。この高い山は，2 つの波の進行とともに移動する。この高い山の移動を追跡することを考える。時刻 $t=T$ における，この高い山の位置を P′ として，点 P′ の位置を答案用紙に示せ。

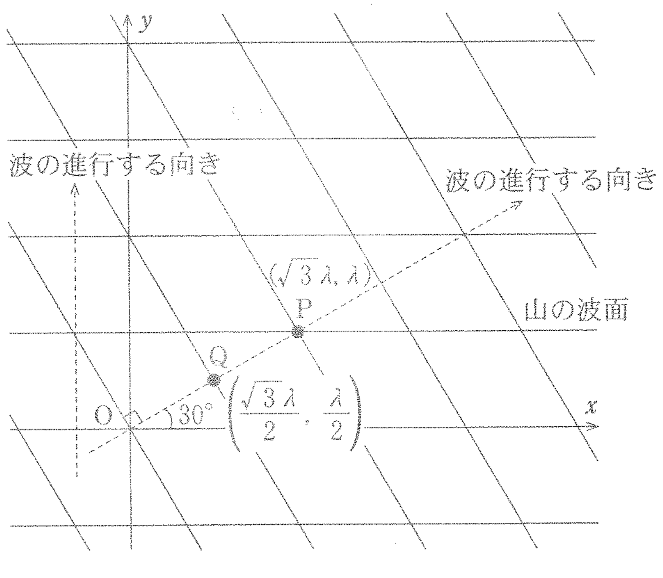

図 2

(g) 時刻 $t=0$ において点Pにある高い山の移動速度の x 成分，y 成分をそれぞれ求めよ。

〔C〕 次に図3のように，y 軸の正の向きに進む平面波と，原点Oを波源とする球面波が同時に存在する場合を考える。図中で，時刻 $t=0$ における2種類の波の山の波面が実線で表されており，山の波面の1つずつが点P$(\sqrt{3}\lambda,\ \lambda)$を通っている。すなわち，点Pにおいては，2つの波の山が重なって高い山となっている。これらの波は，振幅 A，周期 T，波長 λ の正弦波で表すことができるものとし，簡単のため波の振幅の減衰は考えないものとする。

(h) この高い山の移動を追跡することを考える。高い山の移動速度の x 成分，y 成分の時間変化を表すグラフの概形として適当なものを図4中の①～⑩よりそれぞれ選べ。なお同じものを2回選んでも良い。

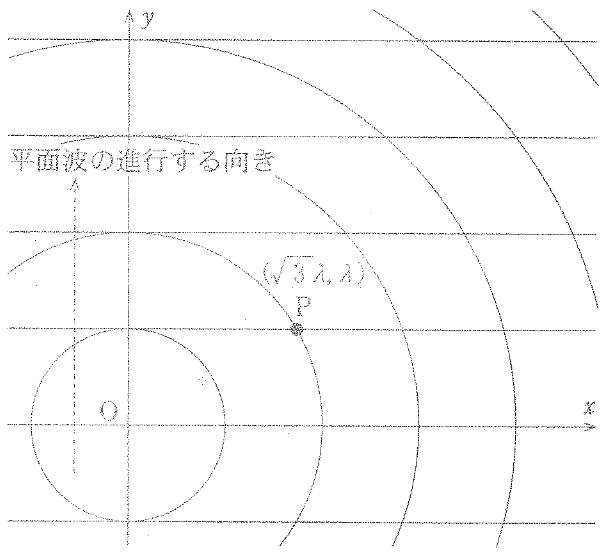

図3

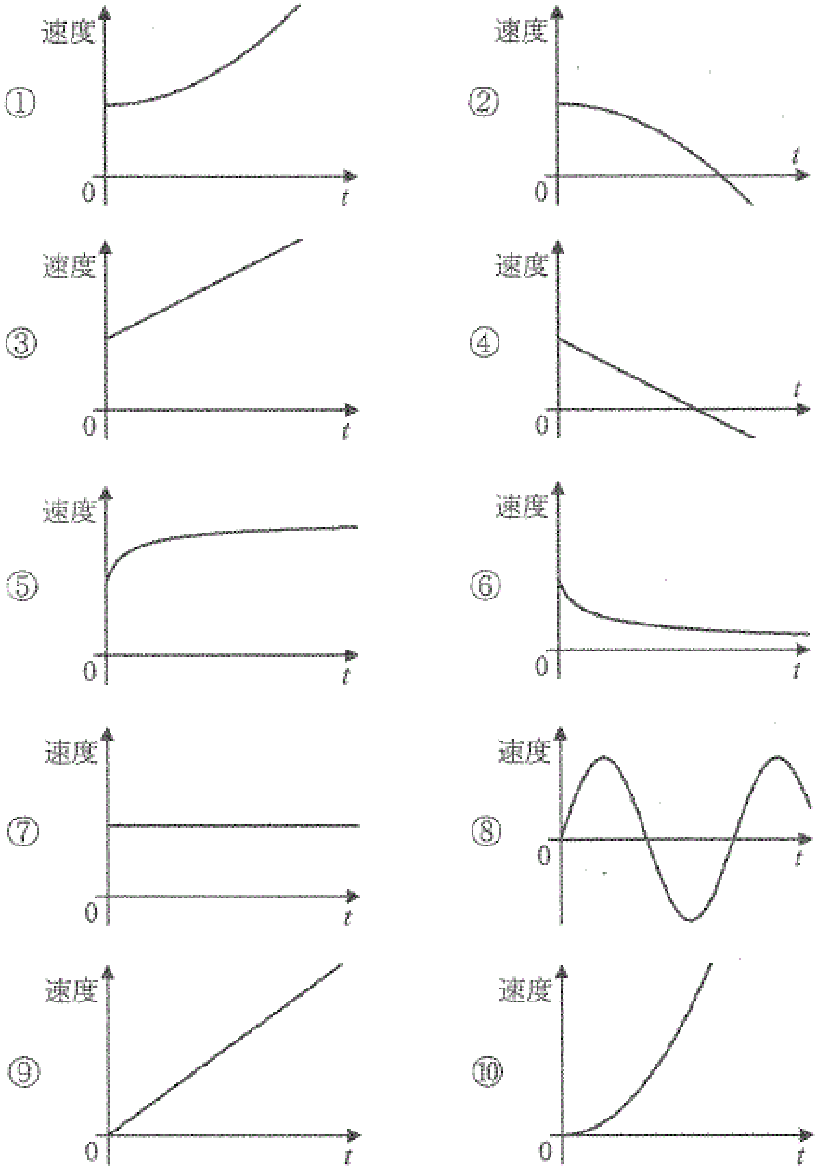
①
速度
0
t
②
速度
0
t
③
速度
0
t
④
速度
0
t
⑤
速度
0
t
⑥
速度
0
t
⑦
速度
0
t
⑧
速度
0
t
⑨
速度
0
t
⑩
速度
0
t

図 4

(i) この高い山の描く軌跡の概形として適当なものを図5中の①～⑥より1つ選べ。

(j) 時刻$t = 0$, $\frac{T}{4}$, $\frac{T}{2}$の3つの瞬間におけるy軸上の波形を答案用紙中に描け。

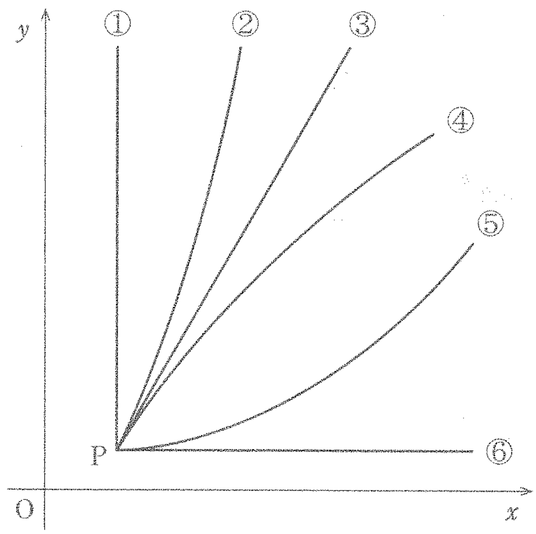

図5

（下　書　き　用　紙）