# 2016（H28)年度　京都大学　入学試験　物理解説

## 物　　理　　　　（３問題　100点）

### 物理問題　Ⅰ

＜解答＞

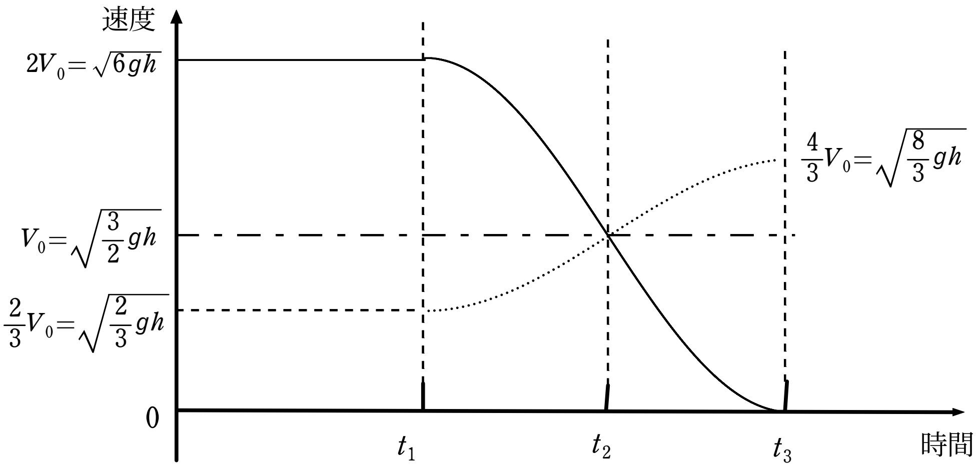
(1)　ア 0　イ $\dfrac{mg}{\cos\theta}$　ウ $mg\tan\theta$　エ $g\tan\theta$　オ　カ $(m+M)g\tan\theta$

(2)　キ $V_0+\sqrt{\dfrac{2M}{m+M}gh}$　ク $V_0-\dfrac{m}{M}\sqrt{\dfrac{2M}{m+M}gh}$

(3)　ケ $V_0$　コ $V_0$　サ $\sqrt{\dfrac{2mgh}{k}}$

(4)　シ $V_0-\sqrt{\dfrac{2M}{m+M}gh}$　ス $\dfrac{1}{\tan\theta}\sqrt{\dfrac{2M}{(m+M)}\dfrac{h}{g}}$　セ $\sqrt{\dfrac{2M}{m+M}gh}$

問１




＜解説＞

(1)

図１を参照する。

台と球は一体として，水平右方向へ等加速度運動をしている。その加速度を$a$として，台に固定した座標系から見ると，球には水平左方向へ慣性力$ma$（見かけの力）が働いている。球は台斜面で静止している。球に作用する重力$mg$と台斜面からの抗力$N_b$の合力が慣性力とつり合う。

したがって，合力の方向は水平右方向だから，水平方向となす角は0である。

球に働く台からの抗力と球が斜面を押す力がつり合うから，$N_b=mg\cos\theta+ma\sin\theta$

球の斜面上方への力と下方への力がつり合うから，$ma\cos\theta=mg\sin\theta$，∴ $ma=mg\tan\theta$

$N_b=mg\cos\theta+mg\sin\theta\tan\theta=\dfrac{mg}{\cos\theta}(\cos^2\theta+\sin^2\theta)=\dfrac{mg}{\cos\theta}$　（イ）

抗力と重力の合力は慣性力に等しいから $mg\tan\theta$　（ウ），加速度は$a=g\tan\theta$　（エ）

台に作用する力は重力，床からの抗力$N_d$，そして水平右方向の糸で引っ張る力 $F$である。

したがって合力は糸が台を引っ張る力 $F=(m+M)a=(m+M)g\tan\theta$　（オ）（カ）

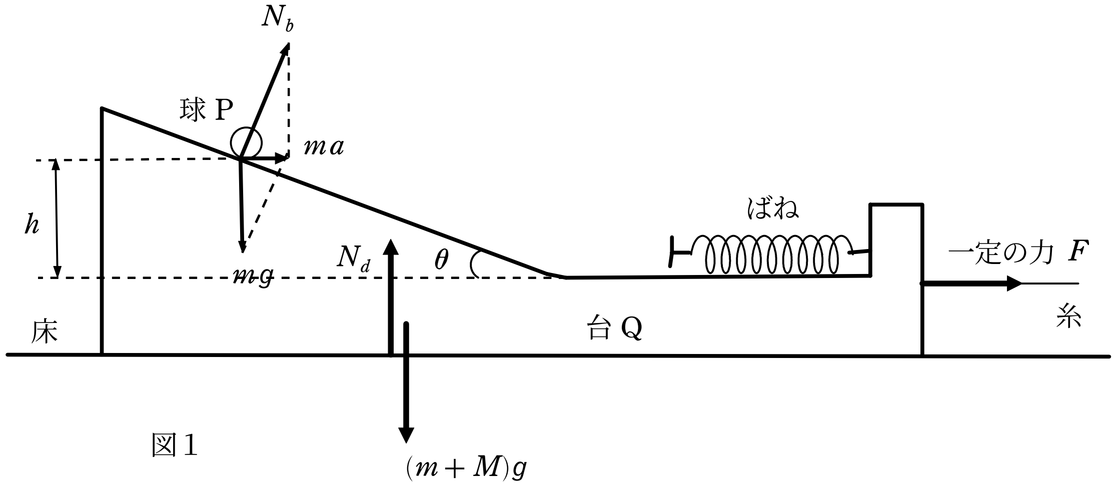


図１

(2)

糸を切った瞬間の系全体の力学的エネルギーは$\frac{1}{2}(m+M){V_0}^2+mgh$

球が水平面に到達した直後の系全体の力学的エネルギーは$\frac{1}{2}m{v_1}^2+\frac{1}{2}M{V_1}^2$

エネルギー保存の法則により $\frac{1}{2}(m+M){V_0}^2+mgh=\frac{1}{2}m{v_1}^2+\frac{1}{2}M{V_1}^2$　①

運動量保存の法則により $(m+M)V_0=mv_1+MV_1$　②

②から$V_1=\frac{m+M}{M}V_0-\frac{m}{M}v_1$　③

③を①に代入して整理すると$(v_1-V_0)^2=\frac{2Mgh}{m+M}$，$v_1=V_0\pm\sqrt{\frac{2M}{m+M}gh}$

球が台斜面を滑り落ちるので，$v_1>V_0$であり，$v_1=V_0+\sqrt{\frac{2M}{m+M}gh}$　（キ）

これを③に代入して，$V_1=V_0-\frac{m}{M}\sqrt{\frac{2M}{m+M}gh}$　（ク）

球が重力により滑り落ちる反作用によって $V_1<V_0$となる。

エネルギー保存の法則が成立することは直ぐに考えることができる。この問題のポイントは運動量保存を示す②式である。球が重力の作用で斜面を押すので，台は滑らかな床の上を動く。この球と台の間に働く力は作用反作用だから，両者の運動量保存の法則が成立する。

$x_P$ を球の水平方向座標，$x_Q$ を台の重心の水平方向座標とすれば,

球と台からなる全体系の重心の座標は$x_G=\frac{mx_P+Mx_Q}{m+M}$，したがって$V_G=\frac{mv+MV}{m+M}$，ただし$v$，$V$はそれぞれ球と台の速度である。$(m+M)V_G=mv+MV$となって，小球と台の運動量の和は重心の運動量と等しい。両者の相互作用による速度の変化は重心の速度に影響しないから，運動量は保存されることがわかる。

②から $m(v_1-V_0)=-M(V_1-V_0)$

$v_1-V_0=v_{1R}$，$V_1-V_0=V_{1R}$とおき

(3)

球がばねを最も縮ませた瞬間は，球は台上で止まったときだから，$v_2=V_2$

運動量保存の法則により，$(m+M)V_2=(m+M)V_0$，$\therefore\ v_2=V_2=V_0$　（ケ），（コ）

エネルギー保存の法則により，$\frac{1}{2}(m+M){V_2}^2+\frac{1}{2}kX^2=\frac{1}{2}(m+M){V_0}^2+mgh$

したがって $\frac{1}{2}kX^2=mgh$，$X=\sqrt{\frac{2mgh}{k}}$　（サ）

(4)

球が離れる瞬間は，ばねが球を押す力が作用していないのだから，ばねが自然長になったとき

台の速度を$V_3$としてエネルギー保存の法則により $\frac{1}{2}m{v_3}^2+\frac{1}{2}M{V_3}^2=\frac{1}{2}(m+M){V_0}^2+mgh$　④

運動量保存の法則により$mv_3+MV_3=(m+M)V_0$　⑤

④，⑤式は①，②式と全く同じである。したがって $v_3=V_0\pm\sqrt{\frac{2M}{m+M}gh}$

$v_3<V_0$だから，$v_3=V_0-\sqrt{\frac{2M}{m+M}gh}$　（シ）

また$V_3=V_0+\frac{m}{M}\sqrt{\frac{2M}{m+M}gh}$

球が床に対して静止していたということは $v_3=V_0-\sqrt{\frac{2M}{m+M}gh}=0$

$\therefore\ V_0=\sqrt{\frac{2M}{m+M}gh}$　（セ）

$V_0=aT$，台を引っ張った加速度 $a=g\tan\theta$だから，$\therefore\ T=\frac{V_0}{a}=\frac{1}{\tan\theta}\sqrt{\frac{2M}{(m+M)}\frac{h}{g}}$　（ス）

問１

（セ）で$M=3m$とおけば，$V_0=\sqrt{\frac{3}{2}gh}$

$t\leqq t_1$（球がばねに到達した時刻）

球の速度は（キ）から$v_1=2V_0=\sqrt{6gh}$

台の速度は（ク）から$V_1=V_0-\frac{1}{3}V_0=\sqrt{\frac{2}{3}gh}$

重心の速度は $V_0=\sqrt{\frac{3}{2}gh}$

$t=t_2$（ばねの縮みが最大となった時刻）

（ケ），（コ）から球も台も速度は$V_0$，重心の速度は変わらず$V_0$

$t=t_3$（球がばねから離れた時刻）

球の速度は床に対して静止していたので $v_3=0$

台の速度は$V_3=V_0+\frac{1}{3}V_0=\sqrt{\frac{8}{3}gh}$，重心の速度は変わらず$V_0$

以上のように考えれば，大雑把にグラフを描くことができよう。

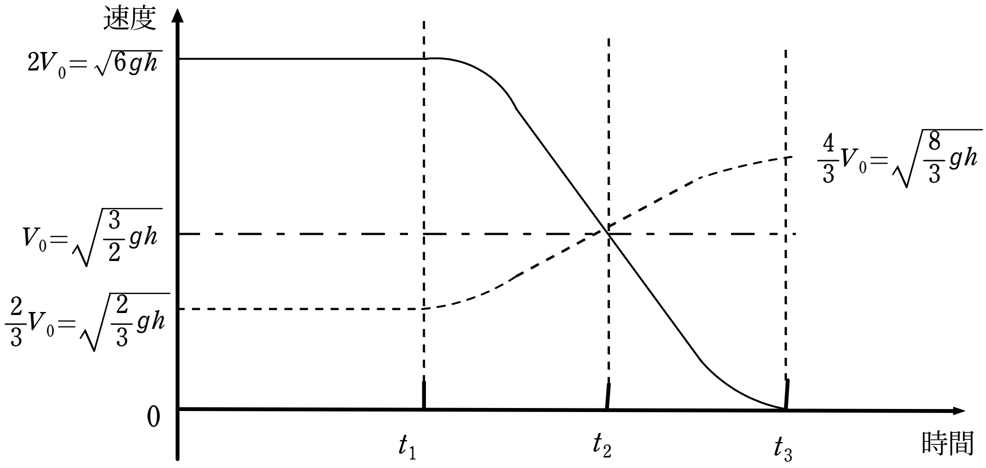
ポイントは $t_2<t<t_3$ における球と台の速度変化のグラフの描き方である。問題文に曲線部分の描

き方について言及がある。単に直線で結ぶのではない，と理解すべきだろう。曲線だから，”滑らかに結ぶ”と考える。直線で結ぶと $t_1$， $t_3$で折れ曲がった折れ線グラフになってしまう。滑らかを意識すれば，自ずと解答のように高い値近傍では上に凸，低い値近傍では下に凸の曲線になり，中間では直線になる。”厳密でなくともよいが”と問題文にあるのだから，この程度でよい。

しかし，ここでは”ばね”ということから，単振動とひらめき，正弦波状のグラフを期待したいところである。

このままでは，いささか物理的ではないので，もう少し考えてみよう。台に固定した座標からすると，球は等速でばねに接近して，ばねを押し始めるので，単振動の動作を始める。そしてエネルギー保存の法則によって定まるばねの弾性エネルギーに到達するまでばねを押し込み速度は0になる。直ぐに，ばねの弾性力によって反対方向に，ばねが自然長になるまで，球は押されて運動する。これも単振動である。一方，台には球に働くばねの力の反作用が働き，床から見ると単振動が加わる。

これらの結果，床から見た球および台の速度は単振動変化をする。解答図では，ソフトの正弦関数のグラフを当てはめて描いた。下のような手書きのグラフで問題ない。




## 物理問題　Ⅱ

＜解答＞

イ $IBl$　ロ $\dfrac{mg-IBl}{M+m}$　ハ $vlB$　ニ $-L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$　ホ $\dfrac{vlB-RI}{L}$　ヘ $\dfrac{mgR}{(lB)^2}$　ト $\dfrac{mg}{lB}$　チ $\dfrac{-IlB}{M}$

リ $\dfrac{vlB}{L}$　ヌ $\dfrac{L}{lB}$　ル $\dfrac{(lB)^2}{L}$　ヲ $\dfrac{2\pi}{lB}\sqrt{LM}$　ワ ①　カ $\sqrt{{v_0}^2+\dfrac{L}{M}{I_0}^2}$　ヨ $\sqrt{\dfrac{M}{L}{v_0}^2+{I_0}^2}$

問１

$$\frac{\Delta E_m}{\Delta t}=\frac{\Delta\left(\frac{1}{2}Mv^2\right)}{\Delta t}+\frac{\Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right)}{\Delta t}-mg\frac{\Delta y}{\Delta t}=Mv\frac{\Delta v}{\Delta t}+mv\frac{\Delta v}{\Delta t}-mgv$$
$$=v(mg-IBl)-mgv=-vlBI\quad（答）$$

$$\frac{\Delta E_C}{\Delta t}=\frac{\Delta\left(\frac{1}{2}LI^2\right)}{\Delta t}=LI\frac{\Delta I}{\Delta t}=I(vlB-RI)\quad（答）$$

$\dfrac{\varDelta E_m}{\varDelta t}+\dfrac{\varDelta E_C}{\varDelta t}=\dfrac{\varDelta(E_m+E_C)}{\varDelta t}=-I^2R$，したがって導体棒とおもりの力学的エネルギーとコイルの電磁エネルギーの和は抵抗に電流が流れて発生するジュール熱となって減少する。

問２

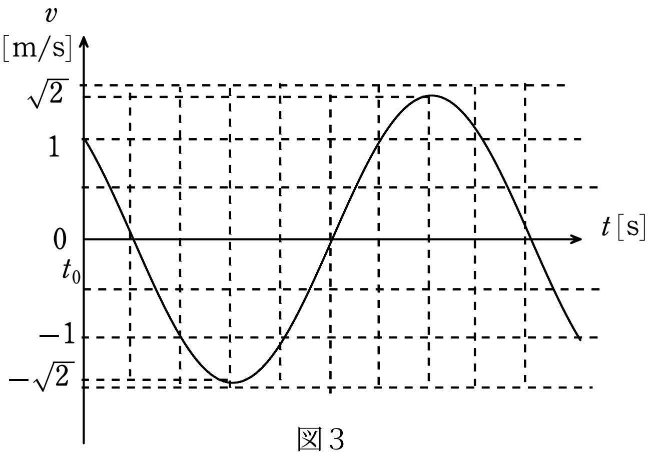



図３

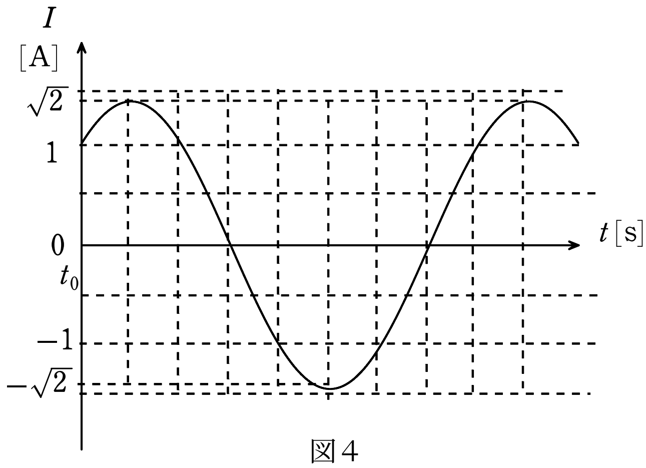



図４

<解説>

磁場が電流に及ぼす力はフレミングの左手の法則により，問題図１の左方向に $IBl$　（イ）

導体棒の運動方程式は $Ma=T-IBl$ ，おもりの運動方程式は $ma=mg-T$

ただし，$a$ は棒とおもりの加速度，$T$ は糸の張力,

したがって$(M+m)a=mg-IBl$,　$\therefore\ a=\dfrac{\varDelta v}{\varDelta t}=\dfrac{mg-IBl}{M+m}$　（ロ）　(1)

導体棒が単位時間あたりに横切る磁束は $vlB$ ，したがって誘導起電力は磁束変化 $-\dfrac{\varDelta\phi}{\varDelta t}=-vlB$

レンツの法則により磁束の変化を妨げる方向に電流が流れるように起電力が働くから，その方向は問題図１の$I$ の方向である。したがって誘導起電力は $vlB$　（ハ）

電流変化 $\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}$ による自己インダクタンス$L$ のコイル両端に発生する起電力は$-L\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}$　（ニ）

キルヒホッフの法則により $vlB-L\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}-RI=0$，したがって$\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}=\dfrac{vlB-RI}{L}$　（ホ）　(2)

(2)から$v$ が大きくなると電流が大きくなる。すると(1)から$v$ の増加が緩くなっていく。すると(2)から電流の増加も緩くなっていく。このようにして，$v$と$I$ は一定の値に近づく。

(1)において，$\dfrac{\varDelta v}{\varDelta t}=0$とすれば，$mg-IBl=0$，(2)において$\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}=0$とすれば$vlB-RI=0$

したがって，$v=v_0=\dfrac{mgR}{(lB)^2}$　（へ），$I=I_0=\dfrac{mg}{lB}$　（ト）

問１

抵抗に電流が流れるとジュール熱が発生する。その分，導体棒とおもりの力学的エネルギーとコイルに蓄えられる電磁エネルギーの和が減少する。下の式がそのことを示している。

$$\frac{\varDelta E_m}{\varDelta t}+\frac{\varDelta E_C}{\varDelta t}=\frac{\varDelta(E_m+E_C)}{\varDelta t}=-I^2R$$

(1)式 $\dfrac{\varDelta v}{\varDelta t}=\dfrac{mg-IBl}{M+m}$において，$mg$と$m$ を除くと $\dfrac{\varDelta v}{\varDelta t}=\dfrac{-IBl}{M}$　（チ）　(3)

(2)式において$R=0$として，$\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}=\dfrac{vlB}{L}$　（リ）　(4)

ここで(4)式から$v=\dfrac{L}{lB}\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}$，これを(3)に適用すると $\dfrac{\varDelta v}{\varDelta t}=\dfrac{L}{lB}\dfrac{\varDelta}{\varDelta t}\left(\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}\right)$を得る。

しかるに$v=\dfrac{\varDelta x}{\varDelta t}$だから，$\dfrac{\varDelta v}{\varDelta t}=\dfrac{\varDelta}{\varDelta t}\left(\dfrac{\varDelta x}{\varDelta t}\right)$，したがって$\dfrac{\varDelta}{\varDelta t}\left(\dfrac{\varDelta x}{\varDelta t}\right)=\dfrac{L}{lB}\dfrac{\varDelta}{\varDelta t}\left(\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}\right)$

そこで $x=\text{ヌ}\times I=\dfrac{L}{lB}\times I$，　$\text{ヌ}=\dfrac{L}{lB}$，$I=\dfrac{lB}{L}x$ を (3) 式に代入して $\dfrac{\varDelta v}{\varDelta t}=-\dfrac{(lB)^2}{LM}x$ を得る。

すなわち(3) 式は問題図２でばね定数を $\dfrac{(lB)^2}{L}$（ル）とする質点$M$ の運動方程式と同じ形になる。

すなわち角振動数 $\omega=\dfrac{lB}{\sqrt{LM}}$ の単振動になる。

したがって$x$ の時間変化は周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{2\pi}{lB}\sqrt{LM}$　（ヲ）の単振動をする。

$x=X_0\sin\omega t$とおけば，$I=\dfrac{lB}{L}x=\dfrac{lB}{L}X_0\sin\omega t$，$v=\dfrac{\varDelta x}{\varDelta t}=\omega X_0\cos\omega t=\omega X_0\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)$

したがって速度の位相は電流の位相より ①$\dfrac{\pi}{2}$ 進んでいる。　（ワ）

$v=v_1\sin\left(\omega t+\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=v_1\cos(\omega t+\alpha)$，$I=I_1\sin(\omega t+\alpha)$とおいて考える。

糸を切断しスイッチを閉じた瞬間の運動エネルギーと電磁エネルギーの和は $\dfrac{1}{2}M{v_0}^2+\dfrac{1}{2}L{I_0}^2$

エネルギー保存の法則により $\dfrac{1}{2}M{v_0}^2+\dfrac{1}{2}L{I_0}^2=\dfrac{1}{2}Mv^2+\dfrac{1}{2}LI^2$

したがって $M{v_0}^2+L{I_0}^2=M{v_1}^2\cos^2(\omega t+\alpha)+L{I_1}^2\sin^2(\omega t+\alpha)$

$\sin^2(\omega t+\alpha)=0$ のとき $\cos^2(\omega t+\alpha)=1$，棒の運動エネルギーが最大となり

$v_1=\sqrt{v_0{}^2+\dfrac{L}{M}I_0{}^2}$　（カ）

$\cos^2(\omega t+\alpha)=0$のとき$\sin^2(\omega t+\alpha)=1$，コイルの電磁エネルギーが最大となり

$I_1=\sqrt{\dfrac{M}{L}v_0{}^2+I_0{}^2}$　（ヨ）

問２

$v_1=\sqrt{v_0{}^2+\dfrac{L}{M}I_0{}^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ [m/s]，$v=v_1\cos\left(\dfrac{2\pi t}{T}+\alpha\right)=\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{2\pi t}{T}+\alpha\right)$

$I_1=\sqrt{\dfrac{M}{L}v_0{}^2+I_0{}^2}=\sqrt{2}$ [A]，$I=\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{2\pi t}{T}+\alpha\right)$

$t=0$ のとき，$v=v_0=1=\sqrt{2}\cos\alpha$，$I=I_0=1=\sqrt{2}\sin\alpha$，$\alpha=\dfrac{\pi}{4}$

以上によって$v$ および$I$ のグラフを描くことができる。

## 物理問題　Ⅲ

＜解答＞

(1)　あ $P_O=P_1-\rho hg$

(2)　い $P_1+2\rho xg$　う $P_1S$　え $\rho gS$　お $\dfrac{3}{2}(2\rho gl+P_1)S$

　か $3\rho gS$　き $\left(\dfrac{5}{2}P_1S+3\rho glS\right)$　く $4\rho gS$

(3)　け $\dfrac{2Q}{5nR}$　こ $\dfrac{2}{5}Q$

(4)　さ $S\rho g\varDelta y$　し $-\dfrac{5P_3}{3V_3}S^2\varDelta y$　す $\dfrac{P_3}{V_3}>\dfrac{3}{5S}\rho g$

問１

初めは$\boxed{\text{す}}$の条件を満たし，ピストンには変位を打ち消す力が働くので安定している。さらに加熱すると気体の体積が膨張し圧力は減少する，すなわち $\dfrac{P_3}{V_3}$ が減少し，$\boxed{\text{す}}$の条件を満たさなくなり，変位 $\varDelta y$ を増加させるようにピストンに力が働き，一気にピストンは上昇して液が溢れ出る。

＜解説＞

(1)　あ

外気圧を$P_O$とすれば，ピストンの位置での左右の両管の圧力は同じだから$P_1=P_O+\rho hg$，

$\therefore\ P_O=P_1-\rho hg$　（答）

(2)　い

気体の圧力を$P_2$とすれば，ピストンの位置での左右の両管の圧力は同じで，図２のように，水面の高さの差は $h+2x$ だから $P_2=P_O+\rho(h+2x)g=P_1-\rho hg+\rho(h+2x)g=P_1+2\rho xg$　（答）

う　え

図１，２を参照する。

（この過程で気体がした仕事）

＝（外気が液面を押す力 に抗してした仕事）＋（液体の重力による位置エネルギーの増加）

外気が液面を押す力 $P_OS=(P_1-\rho hg)S$ に抗して液面が$x$ 上昇したので，した仕事は $P_OSx$

図２の左側管の液面を基準面として位置エネルギーは，基準面以上にある液体の質量は $\rho S(2x+h)$,

その重心の位置は基準面から $\frac{1}{2}(2x+h)$だから，$\rho S(2x+h)g\times\frac{1}{2}(2x+h)$

図１の初期の液体の位置エネルギーは,

左側管の液体が $\rho Sxg\times\frac{1}{2}x$，右側管の液体が $\rho S(x+h)g\times\frac{1}{2}(x+h)$

したがって位置エネルギーの増加は $\rho S(2x+h)g\times\frac{1}{2}(2x+h)-\rho Sxg\times\frac{1}{2}x-\rho S(x+h)g\times\frac{1}{2}(x+h)$

$=\frac{1}{2}\rho Sg\{(2x+h)^2-x^2-(x+h)^2\}=\rho Sg(x^2+hx)$

したがって，気体がした仕事は

$W=P_OSx+\rho Sg(x^2+hx)=(P_1-\rho hg)Sx+\rho Sg(x^2+hx)=P_1S\times x+\rho Sg\times x^2$

う＝$P_1S$　（答），え＝$\rho gS$　（答）

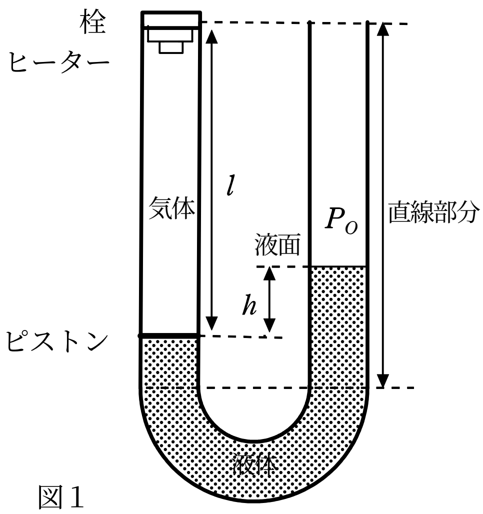


図１

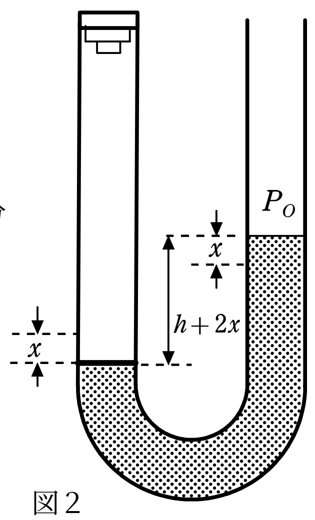


図２

お　か

初期（図１）の気体の状態方程式は $P_1V_1=P_1lS=nRT_1$，$T_1$ は初期の気体の温度

ピストンの高さが$x$ 下がった図２の気体の状態方程式は $P_2(l+x)S=nRT_2$，$T_2$ はそのときの温度

$nRT_2-nRT_1=P_2(l+x)S-P_1lS=P_2lS-P_1lS+P_2xS=2\rho xglS+P_2xS$

$=2\rho xglS+P_1Sx+2\rho gSx^2=(2\rho gl+P_1)Sx+2\rho gSx^2$

内部エネルギーの変化は $\Delta U=\frac{3}{2}nR\Delta T=\frac{3}{2}nR(T_2-T_1)=\frac{3}{2}(2\rho gl+P_1)S\times x+3\rho gS\times x^2$

したがって　お$=\frac{3}{2}(2\rho gl+P_1)S$　（答），　か$=3\rho gS$　（答）

き　く

熱力学の第一法則により，気体に加えた熱量は

$$Q=W+\Delta U=P_1Sx+\rho Sgx^2+\frac{3}{2}(2\rho gl+P_1)Sx+3\rho gSx^2=\frac{5}{2}P_1Sx+3\rho glSx+4\rho gSx^2$$

$$=\left(\frac{5}{2}P_1S+3\rho glS\right)\times x+4\rho gS\times x^2,$$

したがって，き$=\left(\frac{5}{2}P_1S+3\rho glS\right)$　（答），く$=4\rho gS$　（答）

(3)　け　こ

液体は右側管の直線部に存在したまま上昇したので，ピストンにかかる圧力は一定である。したがって，この気体の状態変化の過程は定圧変化であるから，

定圧モル比熱を $C_p=\frac{5}{2}R$ として，$Q=nC_p\Delta T=\frac{5}{2}nR\Delta T$，$\therefore\ \Delta T=\frac{2Q}{5nR}$　け（答）

また気体の内部エネルギーの増加 $\Delta U=\frac{3}{2}nR\Delta T=\frac{3}{5}Q$ だから

熱力学の第一法則 $Q=\Delta U+W$ によって，気体がした仕事 $W=\frac{2}{5}Q$　こ（答）

この問題は，液体が右側管の直線部分に存在したまま上昇したということから，定圧変化に気づき，定圧変化では，定圧モル比熱と温度変化の積が与えられた熱量に等しいという基本知識を活用すれば容易に解答できる。これらの気づきと基本知識がなかったら，解答には煩瑣な思考が必要となる。

決して勧められないが，基本を理解していないと酷いことになるという例として別解を記載しよう（私は慌てて，このように考えてしまったというわけだ）。

図３のようにピストンが$y$ 上昇したとする。外気圧に抗してした仕事は $P_OSy=(P_1-\rho hg)Sy$

ピストンの上下のつり合いから$P_IS=P_I'S=\rho Sbg+P_OS$，$\therefore\ P_I=P_I'=P_1+\rho g(b-h)$

液体が$y$ 上昇したことによる液体の位置エネルギーの増加は $\rho Sbgy$

気体の内部エネルギーの増加は $\Delta U=\frac{3}{2}nR(T_I'-T_I)$

したがって，$Q=\frac{3}{2}nR(T_I'-T_I)+P_OSy+\rho Sbgy=\frac{3}{2}nR\Delta T+(P_1-\rho hg)Sy+\rho Sbgy$

$$T_I'-T_I=\Delta T=\frac{1}{nR}(P_IV_I'-P_IV_I)=\frac{1}{nR}P_I(V_I'-V_I)=\frac{1}{nR}P_ISy=\frac{1}{nR}\{P_1+\rho g(b-h)\}Sy$$

$$Q=\frac{3}{2}nR\Delta T+(P_1-\rho hg)Sy+\rho Sbgy=\frac{3}{2}\{P_1+\rho g(b-h)\}Sy+(P_1-\rho hg)Sy+\rho Sbgy$$

$$=\frac{5}{2}P_1Sy+\frac{5}{2}\rho Sbgy-\frac{5}{2}\rho Shgy=\frac{5}{2}\{P_1+\rho g(b-h)\}Sy=\frac{5}{2}nR\Delta T$$

$\therefore\ \Delta T=\frac{2Q}{5nR}$　（答），気体がした仕事は$(P_1-\rho hg)Sy+\rho Sbgy=\frac{2Q}{5}$　（答）

いかにも煩瑣な計算となる。

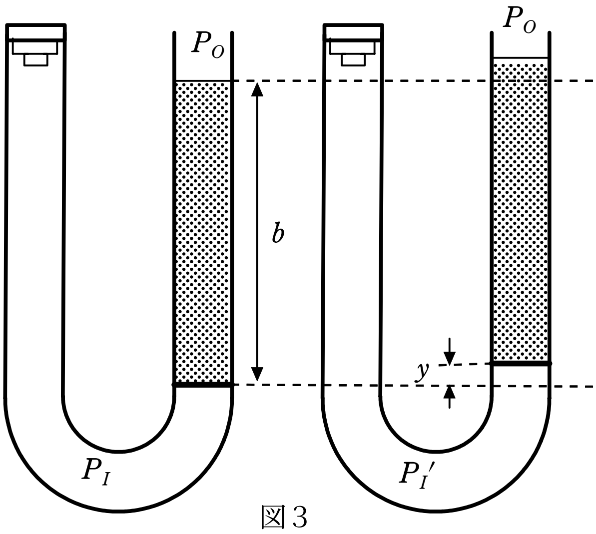



図３

(4)　さ　し

　右側管の液体の長さが $\Delta y$ 減少するので，液体がピストンに及ぼす力は $S\rho g\Delta y$（さ） 減少する。気体が断熱変化により圧力が $\Delta P$，体積が $\Delta V=S\Delta y$ の微小量の変化をしたとき，

$$P_3V_3^{\frac{5}{3}}=(P_3+\Delta P)(V_3+\Delta V)^{\frac{5}{3}}=(P_3+\Delta P)V_3^{\frac{5}{3}}\left(1+\frac{\Delta V}{V_3}\right)^{\frac{5}{3}}\fallingdotseq(P_3+\Delta P)V_3^{\frac{5}{3}}\left(1+\frac{5}{3}\frac{\Delta V}{V_3}\right)$$

$$=P_3V_3^{\frac{5}{3}}+\frac{5\Delta V}{3V_3}P_3V_3^{\frac{5}{3}}+V_3^{\frac{5}{3}}\Delta P+V_3^{\frac{5}{3}}\frac{5\Delta P\Delta V}{3V_3}$$

$$\frac{5\Delta V}{3V_3}P_3V_3^{\frac{5}{3}}+V_3^{\frac{5}{3}}\Delta P+V_3^{\frac{5}{3}}\frac{5\Delta P\Delta V}{3V_3}=0\ ,\ \ \therefore\ \frac{5\Delta V}{3V_3}P_3+\Delta P\left(1+\frac{5\Delta V}{3V_3}\right)=0,$$

ここで $\dfrac{\Delta V}{V_3}\ll\left(\dfrac{\Delta V}{V_3}\right)^2$だから$\dfrac{\Delta V}{V_3}\ll1$

　したがって $\dfrac{5\Delta V}{3V_3}P_3+\Delta P=0$，$\Delta V=S\Delta y$ として $\Delta P=-\dfrac{5P_3}{3V_3}S\Delta y$

　気体がピストンに及ぼす力は $S\Delta P=-\dfrac{5P_3}{3V_3}S^2\Delta y$（し）だけ変化する。

ピストンに働く力の和，すなわち $\boxed{さ}$ と $\boxed{し}$ の和 $S\rho g\Delta y-\dfrac{5P_3}{3V_3}S^2\Delta y<0$のとき，変位を打ち消す力となるから，安定している。その条件は $\dfrac{P_3}{V_3}>\dfrac{3}{5S}\rho g$　（す）

問１

　つり合いの位置からわずかに変位したとき，その変位と反対方向の力が働く場合には，つり合いの位置へ復元するから，安定したつり合いとなる。ところが，変位と同方向に力が働く場合にはさらに変位が増加するから，ますます変位が大きくなる。不安定なつり合いとなる。このことを，この問題に即して記述する。

＜総評＞

Ⅰが力と運動，Ⅱが電磁気，Ⅲが気体と熱の分野の問題である。それぞれ設定された物理事象に工夫があり，一筋縄ではいかない問題である。しかし，教科書の基本知識と概念，物理事象が発生する過程等の理解があれば，設問を追いながら，答えていくことができるであろう。

基礎基本を問う設問は確実に正答し，難解な設問はしっかり問題文を読んで，物理過程を正しく理解することを心がけよう。

問題Ⅰ

「床上を滑らかに動く台の斜面を物体が滑り落ちる」という設定に基づく問題は，バリエーションもいろいろ考えられ，受験問題には適当かも知れない。ここでは，球が斜面を滑り落ちた後，ばねを押し，その後押し戻されて，台上で静止するという運動を扱う。運動の全体像を描きながら，個々の設問に答えていこう。

⑴では台を一定の力で引っ張るとき斜面上の球は滑り落ちることなく静止している，という設定である。静止しているといっても，台に固定した座標系で静止しているということである。床から見ると，球は台と一緒に加速度運動をしている。加速度運動をしている座標系で静止しているので，力のつり合いを考えるとき，球に実際に作用する力とは反対方向の慣性力を考慮する。難易度はＢ＋。

⑵では糸を切って引っ張る力を失くしたとき，台はそのときの速度を初速とした運動を始める。このとき，球に作用していた力がなくなるから，球は重力により斜面を押しながら落ちる。台は床との間に摩擦がないので，斜面を押す力の水平方向成分によって，床上を滑る。球と台の間の作用反作用による運動なので，運動量の保存の法則が成立する。難易度はＡ。

⑶糸を切ったときから，水平方向には外力が働いていない。また床と台，台と球の間に摩擦がない。力学的エネルギーと重心の運動量は保存される。つまり重心速度は変化しない。⑵の糸を切った瞬間に球がもっていた重力の位置エネルギーがばねの弾性エネルギーに変化したとみなせる関係が成立する。難易度はＡ。

⑷ではばねが自然長に戻ったとき，球はばねから離れる。⑵と同様の式が得られるので，その計算結果を利用すれば直ちに求まる。難易度Ｂ。

問１は⑵から⑷の解答結果を反映させればよい。上述のように重心の速度は一定である。難易度Ｂ。

問題Ⅱ

回路を構成する導体棒をおもりによって引っ張り磁界を横切らせて，回路に電流を発生させる装置に関する問題。問題図１と類似の図が教科書の練習問題に記載されているから，幸運と思った受験生がいたかも知れない。むろん同じ問題ではないが，回路構成など様々な変形が考えられるので，前問と同様に受験問題の対象となる装置の構成としては適当なのだろう。

教科書の問題を的確に理解しておれば，本問にも戸惑うことなく対応できるであろう。

重力の作用によっておもりが降下すると導体棒が磁界を横切るので電流が流れる。その電流は導体棒の移動を妨げる電磁力が働くように流れる。この結果，次第に導体棒に働く力は0となり等速で移動するようになる。ここで，おもりを切り離す。すると導体棒には減速力のみが働きやがて停止する。

回路に抵抗が接続されていれば，電流がジュール熱として消費され，電流も流れなくなる。しかし，本問ではコイルが接続されている。コイルでは電力は消費されない。導体棒が減速するにつれ，電流が減少すると，その減少変化に比例した起電力が発生し，やがて逆方向に電流が流れる。すると，導

体棒には逆方向に電磁力が発生し，磁場を横切る。すると今度は電流を減少させるような起電力が働く。このような過程によって電流変化と導体棒の動きが単振動をする。

実際には，回路の抵抗と導体棒とレール間の摩擦により，電流と棒の運動エネルギーはジュール熱と摩擦熱に消費され，電流と導体棒の動作は停止する。本問は抵抗と摩擦のない理想的条件の下での問題である。イ〜問１〜リは難易度Ｂ，ヌ〜問２は難易度Ｂ＋。

問題III

U字管中に理想気体を液体によって閉じ込めた設定の問題。液体が両側に存在する場合と，片側だけに存在する場合とで，取り扱いが変わるから面白い問題となる。気体の状態変化に加え，大気圧，液体の圧力，重力による位置エネルギー等を考慮することが必要となる。

⑵でU字管の両側に液体が存在する場合の重力による位置エネルギーの変化を求めることは，やや難しい。気体の膨張によって，左側管の液体が降下して位置エネルギーが減少し，右側管の液が上昇して位置エネルギーが増加する。このことから，うっかりすると，位置エネルギーは差引き変化なしという結論を出してしまう。図を描いてきちんと計算してみよう。難易度はＢ＋。

⑶の過程を気体の定圧変化であると見抜くことが決め手である。液体が右側管の直線部分に存在する場合の気体の状態変化はピストンにかかる圧力が（大気圧＋液体の圧力）＝一定だから，定圧変化ということになる。すると単原子分子の理想気体の定圧モル比熱を利用して，容易に温度変化を求めることができる。難易度はＢ＋。

⑷ではピストンに働く力とピストンの変位の方向とが逆の場合には，ピストンの位置は安定する。同じであれば，その方向へどんどんピストンは移動し，液が溢れ出ることになる。難易度はＢ。

160721