2016（H28)年度　東京大学　理科前期　入学試験　物理解説

（物理，化学，生物，地学から２科目受験）（配点120点）（150分）

第１問

<解答>

Ⅰ

(1)

衝突の反発係数 $1=\dfrac{|v_1'-v_2'|}{|v_1-v_2|}=\dfrac{|v_1'-v_2'|}{|-v-v|}=\dfrac{v_1'-v_2'}{2v}$，$\therefore\ v_1'-v_2'=2v$　（答）

(2)

運動量保存の法則により，$-mv+Mv=mv_1'+Mv_2'$

$v_1'=\dfrac{-m+3M}{m+M}v$，$v_2'=\dfrac{-3m+M}{m+M}v$　（答）

上式の分母分子をMで除して，$M\gg m$であるから，$\dfrac{m}{M}\fallingdotseq 0$として

$v_1'=\dfrac{-m/M+3}{m/M+1}v=3v$，$v_2'=\dfrac{-3m/M+1}{m/M+1}v=v$

小球２に衝突直前の小球１について，エネルギー保存の法則により，$mgh=\dfrac{1}{2}mv^2$,

衝突直後の小球１について，エネルギー保存の法則により $\dfrac{1}{2}m(3v)^2=mgH$,

したがって，$\dfrac{H}{h}=\dfrac{(3v)^2}{v^2}=9$，$\therefore\ H=9h$，$H$ はh の9 倍　（答）

Ⅱ

(1)

小球１の床からの高さをy_1 とすれば，小球１と２の重心の高さは$y_G=\dfrac{my_1}{m+3m}=\dfrac{y_1}{4}$

$v_1=\dfrac{dy_1}{dt}$，$V=\dfrac{dy_G}{dt}=\dfrac{1}{4}\dfrac{dy_1}{dt}$，したがって$V=\dfrac{1}{4}v_1$　（答）

(2)

糸に張力が発生した前後において，運動量保存の法則により，$mv_1=mu_1+3mu_2$　①

張力が発生した前後で力学的エネルギーが保存されることから，$\dfrac{1}{2}mv_1{}^2=\dfrac{1}{2}mu_1{}^2+\dfrac{3}{2}mu_2{}^2$　②

①，②から$u_1=-\dfrac{1}{2}v_1$，$u_2=\dfrac{1}{2}v_1$　（答）

(3)

上昇していた小球１が小球２の浮き上がる瞬間に下降を始めるので，該当するグラフはイかエ。糸に張力が発生した前後において運動量が保存されるということは，重心の速度が変化しないということだから，該当するグラフはイ　（答）

III

(1)

ゴムが小球２を引っ張る力$k\Delta l$ が小球２に働く重力 $3mg$ を上回る場合に，小球２は床から浮き上がる。浮き上がる瞬間は $k\Delta l=3mg$だから，$\Delta l=\dfrac{3mg}{k}$　（答）

(2)

ゴムに復元力が働く直前の小球１の運動エネルギーは $\dfrac{1}{2}mv_1{}^2$

小球２浮き上がる直前の小球１の力学的エネルギーは $\dfrac{1}{2}mw^2+mg\Delta l=\dfrac{1}{2}mw^2+\dfrac{3m^2g^2}{k}$

ゴムがΔl 伸びたことによるゴムの弾性エネルギーは $\dfrac{1}{2}k(\Delta l)^2=\dfrac{1}{2}k\times\dfrac{9m^2g^2}{k^2}=\dfrac{9m^2g^2}{2k}$

エネルギー保存の法則により $\dfrac{1}{2}mv_1{}^2=\dfrac{1}{2}mw^2+mg\Delta l+\dfrac{1}{2}k(\Delta l)^2$

$w=\sqrt{v_1{}^2-\dfrac{15mg^2}{k}}$　（答）

$w>0$でなければ浮き上がらないから，$v_1{}^2-\dfrac{15mg^2}{k}>0$，$\therefore\ k>\dfrac{15mg^2}{v_1{}^2}$

したがって $k_C=\dfrac{15mg^2}{v_1{}^2}$　（答）

(3)

小球２が浮き上がった瞬間，ゴムに小球２の重力が加わるからゴムが伸び始める。
ゴムの伸びを問題図１－３のようにx とし，小球１，２の位置をy_1，y_2 とすれば，$y_1-y_2=l+x$

小球１の運動方程式は加速度をa_1 として，$ma_1=-mg-kx$，$a_1=-g-\dfrac{k}{m}x$

小球２の運動方程式は加速度をa_2 として，$3ma_2=-3mg+kx$，$a_2=-g+\dfrac{k}{3m}x$

$a_1-a_2=-\dfrac{4k}{3m}x$，a_1-a_2 は $y_1-y_2=l+x$ の加速度つまり伸びx の加速度だから

x は単振動をし，$x=\sin\omega t$ と表される。$\omega^2=\dfrac{4k}{3m}$，$\omega=2\sqrt{\dfrac{k}{3m}}$

$x=0$ から伸び始めて再び$x=0$ になったときにゴムがたるむから，単振動の周期の半分がたるむまでの時間である。したがって $T=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{3m}{k}}$　（答）

＜解説＞

I

(1)

小球１，２の衝突において，

衝突の反発係数 $1=\dfrac{|v_1{}'-v_2{}'|}{|v_1-v_2|}=\dfrac{|v_1{}'-v_2{}'|}{|-v-v|}=\dfrac{v_1{}'-v_2{}'}{2v}$，$\therefore\ v_1{}'-v_2{}'=2v$

(2)

運動量保存の法則により，$-mv+Mv=mv_1'+Mv_2'$

(1)で求めた関係とから，

$$v_1'=\frac{-m+3M}{m+M}v,\ \ v_2'=\frac{-3m+M}{m+M}v$$

上式の分母分子をMで除して，$M\gg m$であるから，$\frac{m}{M}\fallingdotseq 0$として扱うことができる。

$$v_1'=\frac{-m/M+3}{m/M+1}v=3v,\ \ v_2'=\frac{-3m/M+1}{m/M+1}v=v$$

小球１について，小球２に衝突直前の運動エネルギーと落下開始の重力の位置エネルギーの間に，エネルギーの保存の法則が成り立つ。

同様に，衝突直後の運動エネルギーと最高の高さにおける位置エネルギーとの間にエネルギー保存の法則が成り立つ。

Ⅱ

(1)

小球２は静止している。小球１と２の重心の位置y_Gと小球１と２の位置y_1，y_2の関係を求める。

重心の位置は$y_G=\frac{my_1+3my_2}{m+3m}$，ここで$y_2=0$だから，$y_G=\frac{my_1}{m+3m}=\frac{y_1}{4}$

(2)

糸が張った瞬間，小球２は浮く。その瞬間，小球１は下方に引っ張られて，小球１の速度は下方に向かう。すると糸はたるむ。このような過程をたどる。

(3)

イかウであることは容易にわかる。運動量が保存される過程では，重心の速度は変化しない。

具体的に考えてみよう。重心の座標は$y_G=\frac{my_1+3my_2}{m+3m}=\frac{y_1+3y_2}{4}$

$$\therefore\ \frac{dy_G}{dt}=\frac{1}{4}\frac{dy_1}{dt}+\frac{3}{4}\frac{dy_2}{dt}=\frac{1}{4}v_1=V$$

したがって小球２が浮いた瞬間も重心の速度はその直前と変化しない。該当するのはイ　（答）

Ⅲ

(1)

小球１，２の衝突後，小球１は上昇し，ゴムの自然長lより高くなると，ゴムが伸び始め張力が発生する。その張力が小球２の重力を上回った瞬間に小球２が浮き上がる。

(2)

ゴムに復元力が働く直前と小球２が浮き上がる瞬間における力学エネルギーの保存の法則を考える。復元力が働く直前は小球１の運動エネルギーだけとする。浮き上がる瞬間は小球１はΔl上昇し，重力の加速度による位置エネルギーの増加，ゴムの弾性エネルギーの増加を考慮する。

(3)

この問題は難しい。問題文を読んで，「重心のまわりの単振動」に首をひねった。運動が想像できないのである。重心が単振動するという意味なのか。つまり重心は等加速度運動をしながら，重心と同じ等加速度運動している観測者から見ると，重心は単振動しているということか。すると，重心の運動方程式を記述しなければならない。どうすれば良いか。

一方，求めるものはゴムがたるむまでの時間である。単振動とあるから，恐らく単振動の周期を求める問題に帰着することは，容易に想像がつく。

このような場合は運動の全貌を理解することに努めよう。小球１，２が落下する。小球２が床に衝突して跳ね返った瞬間に小球１と衝突して小球２は床に静止する。小球１は跳ね返って上昇する。ゴムの自然長である高さlまで上昇し，さらに微小量Δl上昇するとゴムの弾性力が働き，小球２が上昇する。小球１の上昇速度の方が小球２の上昇速度より大きいから，ゴムが伸び始める。その結果，小球１には下方に弾性力が働き，小球２には上方に弾性力が働く。すると，小球１は下方に動き，伸びたゴムは縮み始め，元の自然長に戻る。この瞬間，ゴムはたるむことになる。ゴムの伸びが単振動することになるのでは，と思い至る。ばねの場合も，ばねの伸びが単振動するのだから。

このように考えたとき，重心の運動を考える前に，小球１，２の運動方程式を考えることが良い。すると，ゴムの伸びxを含む２つの運動方程式を簡単に書き下すことがきる。この両式を凝視すると，ゴムの伸びxの変化を記述する式が容易に求まることがわかる。それは，xが単振動することを示す式になるではないか。

すなわち，$y_1-y_2=l+x$だから，$\dfrac{d^2}{dt^2}(y_1-y_2)=\dfrac{d^2y_1}{dt^2}-\dfrac{d^2y_2}{dt^2}=a_1-a_2=\dfrac{d^2x}{dt^2}=-\dfrac{4k}{3m}x$

これがわかれば，ゴムの伸び始めの$x=0$から再び$x=0$になるまでの時間は，単振動の半周期ということが容易にわかる。こう考えると，問題文の重心に関する記述にこだわる必要がなくなる。

重心の座標は$y_G=\dfrac{my_1+3my_2}{m+3m}=\dfrac{y_1+3y_2}{4}$

したがって，重心の加速度は$a_G=\dfrac{a_1+3a_2}{4}=-g$となるから，重心は下方へ重力の加速度による等加速度運動をしていることがわかる。

第２問

＜解答＞

Ⅰ

(1)

抵抗の両端の電圧は$V_R=RI=RI_0\sin\omega t$

コイルにかかる電圧の位相は電流の位相より$\pi/2$だけ進み，電圧の最大値はωLI_0だから

$$V_L=\omega LI_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=\omega LI_0\cos\omega t$$

コンデンサーにかかる電圧の位相は電流の位相より$\pi/2$だけ遅れ，電圧の最大値は$\dfrac{I_0}{\omega C}$だから

$$V_C=\frac{I_0}{\omega C}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{I_0}{\omega C}\cos\omega t$$

直列接続だから，$V=V_R+V_L+V_C$

したがって，$V_0\sin(\omega t+\delta)=RI_0\sin\omega t+\omega LI_0\cos\omega t-\dfrac{I_0}{\omega C}\cos\omega t$

$$=I_0\left\{R\sin\omega t+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\cos\omega t\right\}=ZI_0\sin(\omega t+\delta)$$

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2},\ I_0=\frac{V_0}{Z}=\frac{V_0}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$ （答）

$$\tan\delta=\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}$$ （答）

⑵

$\overline{P}$は抵抗器で消費される電力の時間平均に等しいということだから，

$$\overline{P}=\overline{RI^2}=RI_0{}^2\overline{\sin^2\omega t}=\frac{RI_0{}^2}{2}=\frac{RV_0{}^2}{2\left\{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2\right\}}$$ （答）

⑶

⑵で$\overline{P}$が最大値となるのは，$\omega L-\frac{1}{\omega C}=0$のとき。すなわち角周波数$\omega=\frac{1}{\sqrt{CL}}$

すると$(\overline{P})_{max}=P_0=\frac{V_0{}^2}{2R}$，$\therefore\ R=\frac{V_0{}^2}{2P_0}$ （答）

⑷

$$\frac{P_0}{2}=\frac{V_0{}^2}{4R}=\frac{RV_0{}^2}{2\left\{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2\right\}},\quad\therefore\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2=R^2$$

$\omega_2>\omega_1$だから，$\omega_2L-\frac{1}{\omega_2C}=R$，$\frac{\omega_2L}{\omega_1}-\frac{1}{\omega_1\omega_2C}=\frac{R}{\omega_1}$

$\omega_1L-\frac{1}{\omega_1C}=-R$，$\frac{\omega_1L}{\omega_2}-\frac{1}{\omega_1\omega_2C}=-\frac{R}{\omega_2}$

したがって，$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}-\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)L=\left(\frac{1}{\omega_1}+\frac{1}{\omega_2}\right)R$，$(\omega_2-\omega_1)L=R$，$\therefore\ L=\frac{R}{\varDelta\omega}=\frac{V_0{}^2}{2P_0\varDelta\omega}$ （答）

Ⅱ

⑴

円運動の速度に平行な方向に働く力と中性ガスによる抵抗力が釣り合う。

したがって釣り合いの式は　$qE\cos\delta=kv$

円運動の速度に垂直な方向について，円運動の向心力と遠心力が釣り合う。

向心力は$qvB+qE\sin\delta$，遠心力は$mv\omega$，したがって釣り合いの式は $qvB+qE\sin\delta=mv\omega$ （答）

⑵

$$\tan\delta=\frac{mv\omega-qvB}{kv}=\frac{m\omega-qB}{k}$$ （答）

$$v=\frac{qE}{k}\cos\delta=\frac{qE}{\sqrt{k^2+(m\omega-qB)^2}}$$ （答）

⑶

粒子の移動方向に働く電場の力は$qE\cos\delta$，粒子は単位時間にv 移動するので，電場が荷電粒子に対して行う単位時間あたりの仕事は

$$P=qE\cos\delta\times v=kv\times v=kv^2=\frac{k(qE)^2}{k^2+(m\omega-qB)^2}$$ （答）

(4)

(3)から $m\omega-qB=0$ すなわち $\omega=\omega_0=\dfrac{qB}{m}$ ① のとき，P は最大値$P_0=\dfrac{(qE)^2}{k}$ ② をとる。

$\dfrac{P_0}{2}=\dfrac{(qE)^2}{2k}=\dfrac{k(qE)^2}{k^2+(m\omega-qB)^2}$ とおけば，$\therefore (m\omega-qB)^2=k^2$，$\therefore (m\omega-qB)=\pm k$

したがって，$\omega_2=\dfrac{k+qB}{m}$，$\omega_1=\dfrac{qB-k}{m}$，$\varDelta\omega=\omega_2-\omega_1=\dfrac{2k}{m}$ ③

①，②，③からkとqを消去して，$m=\dfrac{2k}{\varDelta\omega}=\dfrac{P_0\varDelta\omega}{2}\left(\dfrac{B}{E\omega_0}\right)^2$ （答）

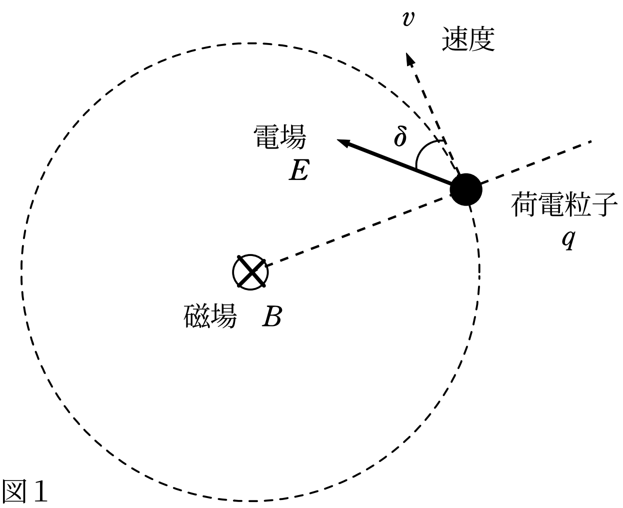

図１

<解説>

Ⅰ

(1)

抵抗，コイル，コンデンサーの直列回路（RLC直列回路）の交流電圧と電流の関係は物理の教科書に記載されている基本事項である。しっかり理解しておこう。

難しい考え方でもあるので，教科書に記載通りの問題である。試験日近くに，ここを勉強していた生徒には，幸運が訪れたと思って良いだろう。

(2)

「交流電源が回路に供給する電力の時間平均は抵抗器で消費される電力の時間平均に等しい」という事実は本問には大ヒントである。これによって，解答のように容易に答えることができる。

このヒントを使わない場合の解答例を示す。

$$P=VI=V_0\sin(\omega t+\delta)\times I_0\sin\omega t=I_0V_0\sin\omega t\sin(\omega t+\delta)$$

$$\overline{\sin\omega t\sin(\omega t+\delta)}=\overline{\sin^2\omega t}\cos\delta+\overline{\sin\omega t\cos\omega t}\sin\delta=\frac{1}{2}\cos\delta$$

$$\cos\delta=\frac{R}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

したがって，$\overline{P}=I_0V_0\overline{\sin\omega t\sin(\omega t+\delta)}=\dfrac{1}{2}I_0V_0\cos\delta=\dfrac{RV_0{}^2}{2\left\{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2\right\}}$　（答）

あるいは

$$P=VI=(RI_0\sin\omega t+\omega LI_0\cos\omega t-\frac{I_0}{\omega C}\cos\omega t+\omega LI_0\cos\omega t-\frac{I_0}{\omega C}\cos\omega t)I_0\sin\omega t$$

$$=RI_0{}^2\sin\omega t\sin\omega t+\omega LI_0{}^2\cos\omega t\sin\omega t-\frac{I_0{}^2}{\omega C}\cos\omega t\sin\omega t$$

$$\overline{P}=\overline{VI}=RI_0{}^2\overline{\sin^2\omega t}+\omega LI_0{}^2\overline{\sin\omega t\cos\omega t}-\frac{I_0{}^2}{\omega C}\overline{\sin\omega t\cos\omega t}=RI_0{}^2\overline{\sin^2\omega t}=\frac{RI_0{}^2}{2}$$

のように解くことができる。すると，コイルとコンデンサーは電力を消費しないことがわかる。

$\overline{\sin\omega t\cos\omega t}=0$だからである。すなわち，コイルやコンデンサーの電流と電圧の波形は位相が$\dfrac{\pi}{2}$ずれるため，時間平均をとると0になる。コイルとコンデンサーが電力を消費しないことは理解しておくこと。

(3)

(2)の表式を見れば，$\overline{P}$が最大値をとる条件は明らかである。$\omega=\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$のとき，$\overline{P}$が最大値をとる，すなわち回路を流れる電流は最大になる。周波数$f_0=\dfrac{\omega_0}{2\pi}$を回路の固有周波数（または固有振動数）といい，電源の周波数が一致すると回路を流れる電流は最大となるので，f_0を共振周波数ということも読者の知るところだろう。

(4)

$\Delta\omega$のように最大値の1/2になる幅のことを半値幅という。ここで示されていることは，電流と周波数の関係の半値幅によって，コイルのインダクタンスを測定する方法でもある。

Ⅱ

(1)

電場は荷電粒子と同じ角速度で回転しているので，粒子の移動方向と電場の方向がなす角は一定のδである。したがって電場は粒子の移動方向とそれに垂直方向に一定の力を及ぼす。

粒子の移動方向と逆方向には中性ガスによる抵抗力が働く（荷電粒子は中性ガス粒子に衝突しながら移動するので，それが抵抗力となる）。磁場は粒子の移動方向と磁場方向がなす平面に垂直方向に力を及ぼすので，それは円運動の向心力となる。

(2)

(1)で得られた釣り合いの式から，vおよび$\tan\delta$を求めれば良い。

(3)

単位時間あたりの仕事は（移動方向に働く力）×（単位時間あたりの移動量＝速さ）である。

(4)

磁場と電場を利用して，粒子の質量を求めることができる。mの表式にはqとkを用いてはならないことに注意する。

第３問
<解答>
Ⅰ
(1)
波長×振動数＝波の速さだから，振動数は $\dfrac{V}{d/2}=\dfrac{2V}{d}$　（答）

同じ波源が領域B にある場合，波長は $\dfrac{V/2}{2V/d}=\dfrac{d}{4}$　（答）

(2)
時間単位をT，長さ単位をLで表せば，v の単位は$[v]=\mathrm{LT^{-1}}$

同様に，$[g]=\mathrm{LT^{-2}}$，$\therefore [g^a]=\mathrm{L^aT^{-2a}}$，$[h^b]=\mathrm{L^b}$，したがって$a+b=1$，$-2a=-1$

$\therefore\ a=\dfrac{1}{2}$，$b=\dfrac{1}{2}$　（答）

領域A の波の速さは領域B の2 倍だから，領域A の水深は領域B の水深の4 倍　（答）

(3)
$\overline{PQ}+\overline{QR}=\sqrt{x^2+(d+y)^2}$　（答）

(4)
$x>0$として，波源から直接伝わる波の距離はx

境界で反射して伝わる波の距離は$\sqrt{x^2+4d^2}$

距離差が波長の整数倍を除いて，半波長のとき弱めあうから，$\sqrt{x^2+4d^2}-x=\left(n+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{d}{2}$　（答）

$\sqrt{x^2+4d^2}=x+\left(n+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{d}{2}$，したがって $x^2+4d^2=x^2+\left(n+\dfrac{1}{2}\right)dx+\left(n+\dfrac{1}{2}\right)^2\dfrac{d^2}{4}$

$\left(n+\dfrac{1}{2}\right)x=\dfrac{d}{4}\left(\dfrac{9}{2}+n\right)\left(\dfrac{7}{2}-n\right)$，$x=\dfrac{d}{2(2n+1)}\left(\dfrac{9}{2}+n\right)\left(\dfrac{7}{2}-n\right)$

$x>0$ を満たすのは，$n=0$，1，２，３である。y 軸に関して対称の点 ($x<0$) においても弱め合う。
したがって，弱め合う点は8 個　（答）

(5)
波長が$d/2$ だから，2 波長進んだ波面が原点O に到達する。このとき，x 軸と交わる最も内側の波面は 3 波長（$3d/2$）進んだ波面である。

したがって，点T のx 座標は $\sqrt{(3d/2)^2-d^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}d$，$\therefore$ T の座標は $\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}d\ ,0\right)$　（答）

S のy 座標は領域B での波長が$d/4$ だから $-\dfrac{d}{4}$，$\therefore$ S の座標は $\left(0\ ,-\dfrac{d}{4}\right)$　（答）

T への入射角をθ'とすれば，屈折の法則により $\dfrac{\sin\theta'}{\sin\theta}=\dfrac{V}{V/2}=2$

$\sin\theta'=\dfrac{\sqrt{5}\,d/2}{3d/2}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$だから，$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{6}$　（答）

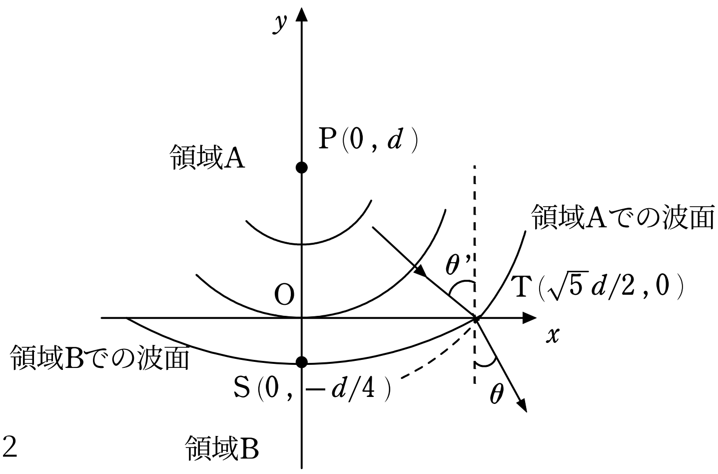

図2

Ⅱ

(1)

反射波の波源が速さu，観測点が速さuで互いに遠ざかりながら，観測される波の振動数は,

ドップラー効果により $f_A'=\dfrac{V-u}{V+u}f=\dfrac{V-u}{V+u}\cdot\dfrac{2V}{d}$ （答）

波源が速さu，観測点が領域B 内を速さwで互いに遠ざかりながら，観測される波の振動数は,

ドップラー効果により $f_B'=\dfrac{V/2-w}{V/2}\cdot\dfrac{V}{V+u}f=\dfrac{V-2w}{V+u}\cdot\dfrac{2V}{d}$ （答）

(2)

求める時間をt とすれば，波は距離 $2Vt$ 伝わり，波源はut 動くので,

$d^2+\left(\dfrac{ut}{2}\right)^2=\left(\dfrac{Vt}{2}\right)^2$が成立する。したがって，$t=\dfrac{2d}{\sqrt{V^2-u^2}}$ （答）

(3)

距離 $2Vt$ 伝わり波源に戻ってきた反射波の位相は$\left(\dfrac{2Vt}{\lambda}\right)2\pi-2n\pi$，ただし $n=0,1,2,...$

時間t 経過した波源の位相は $\dfrac{2\pi t}{T}-2n'\pi=\dfrac{2\pi Vt}{\lambda}-2n'\pi$，ただし$T$ は波の周期，$n'=0,1,2,...$

両者が逆位相になるということは，両者の位相の差がπ になるということだから,

両者の位相差 $\left(\dfrac{2Vt}{\lambda}\right)2\pi-2n\pi-\dfrac{2\pi Vt}{\lambda}+2n'\pi=\dfrac{2\pi Vt}{\lambda}-2\pi(n-n')=\pi$

したがって $m=n-n'$を整数として，$\dfrac{2\pi Vt}{\lambda}=2\pi m+\pi$，$\dfrac{Vt}{\lambda}=\dfrac{4V}{\sqrt{V^2-u^2}}=m+\dfrac{1}{2}$ （答）

$\sqrt{V^2-u^2}=\dfrac{8V}{2m+1}$，$2m+1>0$，$\therefore\ m\geqq 0$

$u^2=V^2\left\{1-\left(\dfrac{8}{2m+1}\right)^2\right\}$，$\therefore\ (2m+1)^2-8>0$，$m\geqq 4$

$u<\dfrac{V}{2}$だから，$1-\left(\dfrac{8}{2m+1}\right)^2<\dfrac{1}{4}$，$-\dfrac{16}{\sqrt{3}}-1<2m<\dfrac{16}{\sqrt{3}}-1$，$\therefore\ -5\leqq m\leqq 4$

以上を満たすのは $m=4$ で，$u=\dfrac{\sqrt{17}}{9}V$ （答）

＜解説＞

Ⅰ

⑴

波の特性を決める三つの要素の間の関係，すなわち 波長×振動数＝波の速さ を理解していること。

同じ波源が領域B にある場合，振動数が同じで速さが 1/2 だから，波長が 1/2 になる。

⑵

ある物理量が別の複数の物理量によって表現される（あるいは関係づけられる）場合，このように単位を比較することによって，表式を具体的に定めることができる。物理量の間の関係性を明確にするために，この方法は非常に有効である。

⑶

境界で反射して点Rに達する距離はx 軸に関してRと対称な点$(x, -y)$とPとの距離に等しい。

⑷

y 軸に関して対称な現象だから，$x>0$の領域の該当する点は，y 軸に関して対称な $x<0$ の領域の点も該当する。

⑸

図２のように，３波長進んだ波面が原点Oから見て最も内側の波面である。点Tに到達する波の入射角はPT がx軸の垂線となす角θ'である。屈折の法則を利用して$\sin\theta$を求めればよい。

Ⅱ

⑴

反射波は反射面に関して波源と対称の位置に波源があるかのように波が伝わってくる。したがって，波源が正方向に移動するということは，反射波の波源（見かけの波源）は負方向に移動していることになる（図３）。したがって，波源と観測点は互いに速さuで遠ざかっていることになる。このような状況でのドップラー効果を考える。

次に領域B 内で観測点が波源から遠ざかることによるドップラー効果と波源が領域A 内で領域 B 内の観測点から遠ざかることによるドップラー効果の２つを考える。

観測点が遠ざかることによるドップラー効果によって，領域Bの波の速さは$V/2$だから，

$f''=\dfrac{V/2-w}{V/2}f'$のように観測される振動数は変化する。しかるに，波源が遠ざかるので境界面での

振動数は，ドップラー効果により$f'=\dfrac{V}{V+u}f$ のように変化する。

ドップラー効果は頻出だから，教科書を熟読して理解すること。

⑵

図４のような波源と反射波の関係になるから，解答の式が成立する。

⑶

「逆位相」の意味を理解することが必要である。逆位相とは，波の位相の差がπを意味する。半波長に相当する差である。解答では，波を位相0で出発したものとして扱っているが，どのような位相で出発しても，戻ってきた反射波と波源の波の位相差をとるのだから，結果は同じことである。

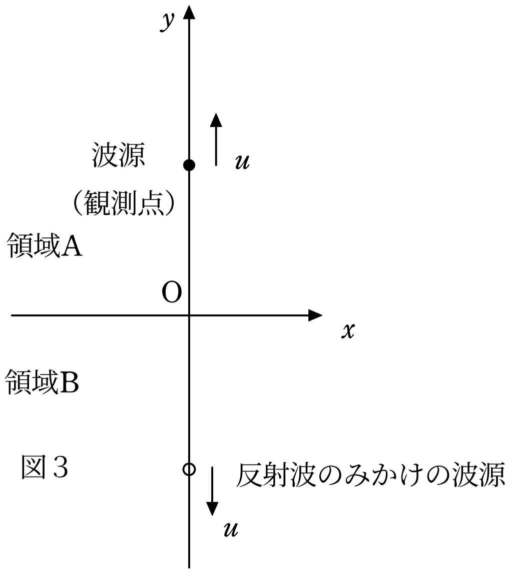

図３

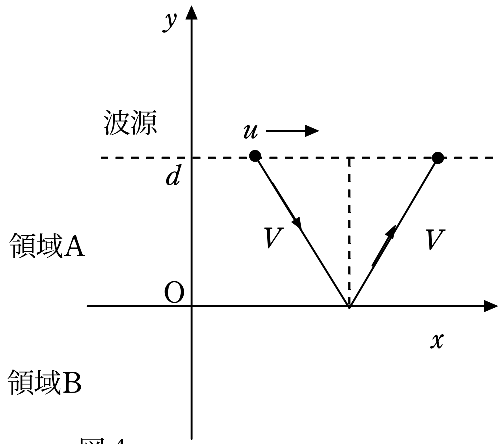

図４

＜総評＞

第１問が力と運動，第２問が電気回路と電磁気，第３問が波動の分野の問題である。いずれも，仮想的な物理環境の下での現象を記述しながら，基礎的事項からやや複雑な事象について問う。設問が進むにつれ難しくなるのだが，多くは基礎的かつ誘導的なもので，難しいのは最終設問くらいである。

したがって大半の基礎的知識，理解，思考力を問う設問を正答することが大事である。例年も同様のことだが，改めて強調しておきたい。したがって，受験勉強ではむやみに難しい参考書に取り組むのではなく，まずは教科書を熟読して的確に理解し，記載の練習問題をしっかり解くことである。

一見，難しそうな設定でも，基本は同じ物理法則の上に成立しているのだから，現象を基本に立ち返って理解するように努めよう。

第１問

Ⅰは物体の衝突の基本的な問題だから，確実に正答したい。

Ⅱは糸の張力によって２つの小球の速度が瞬間的に変化する現象を扱う。運動の過程を描き，小球には同じ糸の張力が反対方向に働くので，運動量保存の法則が成立することを理解しよう。昨年も２つの小球の重心を扱う問題が出題された。重心の概念はしっかり理解しておこう。Ⅲでは糸の代わりにゴムが２つの小球を結んでいる。ゴムの弾性力を考慮するので，やや難しくなった。⑶は重心の記述があるため，かえって難しくなったような気がする。時間がかかるようなら，パスするのもやむをえない。Ⅰ，Ⅱは難易度Ｂ，Ⅲは⑶を除いて難易度Ｂ，⑶は難易度Ａ。

第２問

電気回路と電磁気の問題。いずれも共振現象を扱う。考察の対象となる物理現象を起こす装置には特定の周波数（振動数）になるにつれ，物理現象が急激に大きくなり，最大値をとるという事象がある。これを共振現象とい。これを利用することによって，いろいろ有用な知見を得ることができる。装置に関連する基本的な物理量を測定することも一つである。

ⅠはRLCと交流電源の直列接続に関する交流電気回路の問題である。教科書に記載の交流回路の事項がそのまま使える基本的な問題である。難易度はＢ。

Ⅱは電磁場下での荷電粒子の運動に関する問題。電場と磁場が荷電粒子に及ぼす力を理解していな

ければならない。電場の向きが荷電粒子の回転速度と同じ角速度で回転していることから，電場は荷電粒子の速度方向と一定の角度δをなす。電場により速さが増加すると中性ガスによる抵抗力が大きくなり，電場の力と釣り合うので，荷電粒子は一定の速度となることが，本問題の設定のポイントである。難易度はＢ＋。

第３問

水面波の問題。水面波は「物理基礎」の教科書の「波」の章に実際の波の例として最初に出てくる。水面の深さによって波の速さが異なり，深さの異なる領域の境界で，波の反射や屈折が起きることが説明されている。Ⅰ⑴，⑵，⑶，⑷は基礎的な問題だから，正答したい。⑵で「単位を比較」としているが，「単位」というより「次元」の方が適切である。「次元」は物理量を構成する基本的な物理量のことで，「長さの次元」「時間の次元」などと用いる。難易度はＢ。⑷の後半は$x<0$の場合を忘れないこと。⑸は問題図３－３に図を描いて考えること。「原点から見て最も内側のもの」という表現がわかり難いかも知れない。難易度はＢ＋。

Ⅱはドップラー効果を扱う。ドップラー効果は波の問題として頻出するから的確に理解しておきたい。波源が移動する場合，観測者が移動する場合，それぞれの移動の方向が絡むので，問題を作成しやすい。また，この現象は実際的にも学術的にも応用が広いために重要視されている。⑵は波の速さが異なる領域をまたぐドップラー効果を考えるという点で難しい。全体として難易度はＡ。

160615