

物理問題

< 解答 >

(1) ア $\sqrt{\frac{2E}{m} - 4gr}$ イ $2\sqrt{gr}$ ウ $4mgr$

(2) エ $\frac{1}{16}E$ オ $\frac{9}{16}E$ カ 9 キ $\frac{9}{4}mgr$ ク $\sqrt{2}r$

(3) ケ $F - mg\cos\theta$ コ $E_2 - mgr(1 - \cos\theta)$ サ $\frac{2}{3}$

問 1

二重レールの運動では初期の運動エネルギーがすべて高さ h_2 の位置エネルギーに変換される。
内側レールのない運動では、水平方向の速さによる運動エネルギーが残るので、最高到達点の高さはその分だけ低くなる。

< 解説 >

(1) ア

点Bにおける球の速さを v_B とすれば、エネルギー保存の法則から、

$$E = \frac{1}{2}mv_B^2 + 2mgr, \therefore v_B = \boxed{\text{ア } \sqrt{\frac{2E}{m} - 4gr}}$$

ただし、 $2mgr$ は点A に対する点B における重力の位置エネルギーである。

イ

球は点B を離れると、鉛直方向に加速度 g の落下運動、水平方向に速さ v_B の等速運動をする。

球が点B から台に落下するまでの時間は $t = 2\sqrt{\frac{r}{g}}$

$$\therefore L = v_B t = 2v_B \sqrt{\frac{r}{g}} = 4r, \therefore v_B = \boxed{\text{イ } 2\sqrt{gr}}$$

ウ

イによって、 $E = \frac{1}{2}mv_B^2 + 2mgr = 2mgr + 2mgr = \boxed{\text{ウ } 4mgr}$

(2)

エ, オ

衝突前の球 の速さを v_1 , 衝突後の速さをそれぞれ v_1' , v_2' とする。水平右方向への速さを正とする。

球 と が離れて移動するので、 $v_2' > v_1'$ である。

$$E = \frac{1}{2}mv_1^2, E_1 = \frac{1}{2}mv_1'^2, E_2 = \frac{1}{2}mv_2'^2$$

$$\text{反発係数は } 0.5 = \left| \frac{v_1' - v_2'}{v_1} \right| = \frac{v_2' - v_1'}{v_1} \quad (*)$$

運動量保存の法則により, $mv_1 = mv_1' + mv_2'$, $\therefore v_1 = v_1' + v_2'$ (**)

$$\text{式(*)}, (**)\text{から}, v_1' = \frac{1}{4}v_1, v_2' = \frac{3}{4}v_1$$

$$E_1 = \frac{1}{2}mv_1'^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16}mv_1^2 = \boxed{\text{エ}} \frac{1}{16}E, E_2 = \frac{1}{2}mv_2'^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{16}mv_1^2 = \boxed{\text{オ}} \frac{9}{16}E$$

ここでは, $v_2' > v_1'$ であることに注意すること。

カ

速さが0ということは, 運動エネルギーが重力による位置エネルギーに変化したことだから,

$$mgh_1 = E_1 = \frac{1}{16}E, mgh_2 = E_2 = \frac{9}{16}E, \therefore \frac{h_2}{h_1} = \boxed{\text{カ}} 9$$

キ

ばねを最も縮めて球 を打ち出したときの運動エネルギー E は $U = 4mgr$ だから, 衝突直後の球 の運動エネルギーは

$$E_2 = \frac{9}{16}E = \frac{9}{16} \times 4mgr = \boxed{\text{キ}} \frac{9}{4}mgr$$

ク

球 について, 点Aと点Bにおけるエネルギー保存の法則により, $v_2'_B$ を点Bでの速さとすれば,

$$\frac{9}{4}mgr = \frac{1}{2}mv_2'^2 + 2mgr, v_2'^2 = \frac{1}{2}gr, v_2'_B = \sqrt{\frac{gr}{2}}, \text{したがって球 が落下する位置は,}$$

$$L = v_2'_B t = \sqrt{\frac{gr}{2}} \cdot 2\sqrt{\frac{r}{g}} = \boxed{\text{ク}} \sqrt{2}r$$

(3) ケ

重力の成分 $mg\cos\theta$ が中心方向外向きに働く。したがって, 球 の円運動の方程式は

$$m\frac{v^2}{r} = \boxed{\text{ケ}} F - mg\cos\theta \quad ()$$

コ

点A に対する角度 θ における球 の高さは $r(1 - \cos\theta)$ だから, 力学的エネルギー保存の法則は

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgr(1 - \cos\theta) = E_2, \therefore \frac{1}{2}mv^2 = \boxed{\text{コ}} E_2 - mgr(1 - \cos\theta) \quad () \quad (\text{答})$$

サ

$$(), ()\text{から}v\text{を消去し}, F=0\text{とおけば}, \cos\theta_F = \frac{2}{3}\left(1 - \frac{E_2}{mgr}\right)$$

$$()\text{で}v=0\text{とおけば}, \cos\theta_V = 1 - \frac{E_2}{mgr}$$

$$\text{したがって}, \frac{\cos\theta_F}{\cos\theta_V} = \boxed{\text{サ}} \frac{2}{3} \quad (\text{答})$$

問1

二重レール内の運動で, 高さ h_2 で球 の速さが0 になったとき, エネルギー保存の法則により

$$mgh_2 = E_2, \therefore h_2 = \frac{E_2}{mg}。$$

内側レールがない運動では、斜方投射されるときに球の水平方向の速さ v_x , 最高到達点の高さを h_2' とすれば、エネルギー保存の法則により、

$$mgh_2' + \frac{1}{2}mv_x^2 = E_2, \therefore h_2' = \frac{E_2}{mg} - \frac{v_x^2}{2g} = h_2 - \frac{v_x^2}{2g} < h_2$$

すなわち、前者の運動では、初期の運動エネルギーがすべて位置エネルギーに変換される。後者の運動では、水平方向の速さによる運動エネルギーの分だけ、重力による位置エネルギーが小さいから、放物運動の最高到達点は h_2 よりも低い。

物理問題

< 解答 >

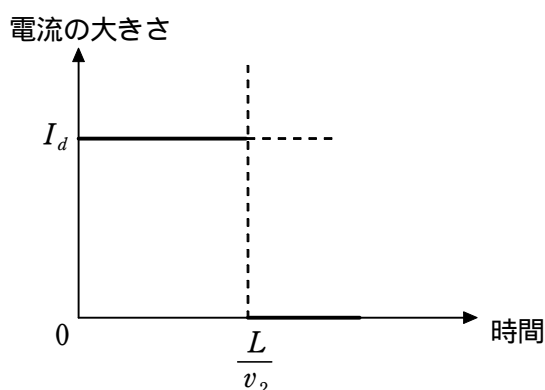
(1)

$$\text{イ } qE_1 \quad \square \frac{qE_1}{k} \quad \text{ハ } qv_1B \quad \text{ニ } y \text{ 軸の正 } \quad \text{ホ } J \quad \text{ヘ } v_1B \quad \text{ト } \omega v_1B \quad \text{チ } d\omega v_1nq \quad \text{リ } dq$$

(2)

$$\text{又 } \frac{\varepsilon S}{L} \quad \text{ル } \frac{L}{v_2t}C \quad \text{ヲ } \frac{L}{L-v_2t}C \quad \text{ワ } \frac{v_2t}{L} \frac{Q-q_1}{C} \quad \text{カ } \frac{L-v_2t}{L} \frac{Q+q_2}{C} \quad \text{ヲ } \frac{qN}{L} \quad \text{タ } 0$$

問 1



< 解説 >

(1)

磁界中におかれた導体に電流を流したとき、ローレンツ力によって生じる事象に関する問題である。物理の教科書には、ホール効果として記載されている。教科書を読み込み、理解していれば正答できる問題である。

イ

強さ E_1 の電界により電子がうける力は $-qE_1$, したがって電界の方向とは逆の x 軸の正の向きに、電子は大きさ $\boxed{\text{イ } qE_1}$ の電気力を受けて進む。

ロ

電子の速さ v に比例した抵抗力 (比例係数 k) を受けるので、電子が受ける力は

$$F = qE_1 - kv$$

電気力と抵抗力がつり合い、電子の速度が一定となったとき、 $F=0$ として、 $v_1 = \boxed{\frac{qE_1}{k}}$ (答)

ハ、ニ、ホ

電子は電流とは反対の x 軸の正の方向に移動するので、電気量 q が x 軸の負の方向に速さ v_1 で移動する。電子は磁界に垂直に移動するので、大きさ $|qv_1B|$ のローレンツ力を x 軸の負の方向から B の方向へ右ねじの向きに、すなわち {ニ: y 軸の正} の向きに受ける。

したがって、電子は面 {ホ: J} に集まり、面 J は負に、向かい合う面 D は正に帯電する。

ヘ、ト

電子に働く力は qE_2 で、これがローレンツ力 qv_1B とつりあうから、 $E_2 = \frac{v_1B}{1}$

面 {ホ: J} と向かい合う面の間に生じる電圧は、両面の間隔が w だから、 $U = wE_2 = \frac{wv_1B}{1}$

チ

電子が一定の速さ v_1 で進むとすると、電子を含む面が単位時間に進む距離が v_1 だから、この中に含まれる電子の数は、 $dwnv_1 \times n$ である。

したがって、単位時間に流れる電気量、すなわち電流は $I = \frac{dwnv_1nq}{1}$

リ

ト、チの関係を用いて、 $B = \frac{U}{wv_1} = \frac{U}{w \frac{I}{dwnq}} = dq \times \frac{nU}{I} = \frac{dq}{1} \times \frac{nU}{I}$

(2) ヌ

コンデンサーの電気容量は誘電率と極板面積に比例し、極板間隔に反比例するから、 $C = \frac{\epsilon S}{L}$

ル、ヲ

コンデンサーの電気容量の式を適用し、コンデンサーの容量 $C_1 = \frac{\epsilon S}{v_2 t} = \frac{L}{v_2 t} \times \frac{\epsilon S}{L} = \frac{L}{v_2 t} C$

の容量 $C_2 = \frac{\epsilon S}{L - v_2 t} = \frac{L}{L - v_2 t} \times \frac{\epsilon S}{L} = \frac{L}{L - v_2 t} C$

ワ、カ

コンデンサーについて、電荷が $(Q - q_1)$ だから、 $V_1 = \frac{Q - q_1}{C_1} = \frac{v_2 t}{L} \frac{Q - q_1}{C}$

コンデンサーについて、電荷が $(Q + q_2)$ だから、 $V_2 = \frac{Q + q_2}{C_2} = \frac{L - v_2 t}{L} \frac{Q + q_2}{C}$

ヨ、タ

$\frac{v_2 t}{L} = r$ とおけば、 $V_1 = r \frac{Q - q_1}{C}$ 、 $V_2 = (1 - r) \frac{Q + q_2}{C}$

したがって、 $CV_1 = r(Q - q_1)$ 、 $CV_2 = (1 - r)(Q + q_2)$

$CV_1 + CV_2 = C(V_1 + V_2) = CV = Q = r(Q - q_1) + (1 - r)(Q + q_2)$

これを整理すると、 $Q = Q + q_2 - r(q_1 + q_2) = Q + q_2 - rqN$ 、 $\therefore q_2 = rqN = \frac{v_2 t}{L} qN = \frac{qN}{L} \times v_2 t$

電子群が面 H に到達した後は、直流電源に接続された回路だから、電流は流れない。□0

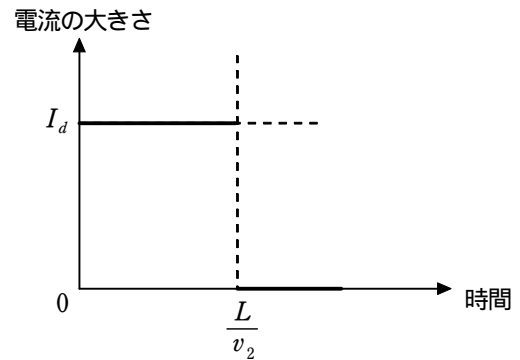
問 1

電子群が移動している間に流れる電流は

$$0 \leq t \leq \frac{L}{v_2} \text{ において, } I_d = \frac{qN}{L} \times v_2$$

電子群が面 H に到達した後は電流は 流れない。

すなわち, $\frac{L}{v_2} < t$ において抵抗を流れる電流は 0



物理問題

< 解答 >

(1) あ $\frac{c}{f}$ い $\frac{c_R}{f}$ う f

(2) え $\frac{c+V}{f}$ お $\frac{c-V}{c+V}f$ か $\frac{c_R(c+V)}{cf}$ き $\frac{c_R+W}{c_R} \frac{c}{c+V}f$

(3) く $U \sin \theta$ け $\frac{c-U \sin \theta}{c}$ こ $2L \tan \theta$ さ $\frac{U}{c}$ し f

(4) す $\frac{\sqrt{c^2 - U^2}}{2f}$ せ

< 解説 >

(1) あ

車が発する振動数 f , 音速 c の音波の波長 λ は, $c = f\lambda$ の関係から, $\lambda = \boxed{\text{あ} \frac{c}{f}}$

い

部屋 R の中では, 音速は c_R だから, 波長は $\lambda_R = \boxed{\text{い} \frac{c_R}{f}}$

う

車からの音波が振動数 f で壁 M を振動させるのだから, 部屋の中の観測者 Q が聞く音波の振動数は, 変化なく $\boxed{\text{う} f}$ である。

(2) え

音源 (車) が x 軸の正の方向に速さ V で移動しているのだから, 音源よりも x 軸の負の方向にいる観測者には, 音波の山の間隔は $\frac{V}{f}$ だけ伸びているように観測される。音波の山の時間間隔 $\frac{1}{f}$ の間に音源が

V だけ遠くへ移動するからである。すなわち, 波長は $\lambda + \frac{V}{f} = \boxed{\text{え} \frac{c+V}{f}}$

お

$\boxed{\text{え}}$ によって, 壁 M に到達した波は M を振動数 $f_M = \frac{c}{c+V} = \frac{c}{c+V}f$ で振動させる。

この音波を速さ V で壁M から遠ざかっている車で聞くと、振動数 $\frac{c-V}{c}f_M = \boxed{\text{お} \frac{c-V}{c+V}f}$ の音波として聞こえる。

静止した車では1秒間に f_M 個の波を聞く。しかし、車は距離 V 遠ざかるので、距離 V の中にある波の数 $\frac{V}{c}f_M$ がまだ車に届かない。すなわち、聞こえる波の数は1秒間に $f_M - \frac{V}{c}f_M = \frac{c-V}{c}f_M$ か、き

壁Mから出る音波の振動数は f_M 、音速は c_R だから、波長は $\lambda_R = \frac{c_R}{f_M} = \boxed{\text{か} \frac{c_R(c+V)}{cf}}$

$\boxed{\text{お}}$ と同様の考え方により、壁M に向かって速さ W で駆け寄る観測者Q が聞く振動数は $f_Q = \frac{c_R+W}{c_R}f_M = \boxed{\text{き} \frac{c_R+W}{c_R} \frac{c}{c+V}f}$

(3) く

車S が移動する速さの音波の進行方向成分は、 $\boxed{\text{く} U\sin\theta}$ け

音源が音波の進む方向に $U\sin\theta$ の速さで移動しているのだから、 $\boxed{\text{え}}$ を参考にとすると、音波の波長は $\lambda_U = \frac{c-U\sin\theta}{f}$ 、したがって空気中に伝わる音波 $\lambda = \frac{c}{f}$ と比べると、 $\frac{\lambda_U}{\lambda} = \frac{c-U\sin\theta}{c}$ 、

したがって $\boxed{\text{け} \frac{c-U\sin\theta}{c}}$ 倍となる。

こ

音波が壁M に反射して再び走路T 上に戻ったとき、走路T 方向に音波が進んだ距離は $2L\tan\theta$ したがって、車S が移動した距離 $L' = \boxed{\text{こ} 2L\tan\theta}$ のとき、反射してきた音波と車とが走路 T 上で出会う。

さ

音波が壁M で反射して走路T に戻るまでに進む距離は $\frac{2L}{\cos\theta}$

音波と車が出会うまでの時間が同じだから、 $\frac{L'}{U} = \frac{2L}{c\cos\theta}$ 、 $\therefore \sin\theta = \boxed{\text{さ} \frac{U}{c}}$

し

図1に示すように、音源(車)が音波の進行方向に移動する速さと音波を聞く運転手D(車)が音源から遠ざかる速さとが同じだから、運転手Dの聞く音波の振動数は変化することなく、 $\boxed{\text{し} f}$ である。言い換えれば、音源と観測者の距離は変化しないからである。

(4) す

車 → 壁M → 車と反射してきた音波が進んだ距離は $\frac{2L}{\cos\theta}$

壁Mで音波は固定端反射するということから、反射音波の位相が π ずれることになる。

したがって、この距離が(波長の整数倍)のとき、運転手が直接聞く車の音波の位相に対して π ずれていることになり、弱めあう。

すなわち、 $\frac{2L}{\cos\theta} = (n+1)\lambda$ 、 $\therefore L = \frac{\cos\theta}{2}(n+1)\lambda = \frac{c\cos\theta}{2f}(n+1)$

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \frac{\sqrt{c^2 - U^2}}{c}, \text{ したがって } \frac{c \cos \theta}{2f} = \frac{\sqrt{c^2 - U^2}}{2f}$$

以上によって, $\frac{\sqrt{c^2 - U^2}}{2f}$, せ $n+1$

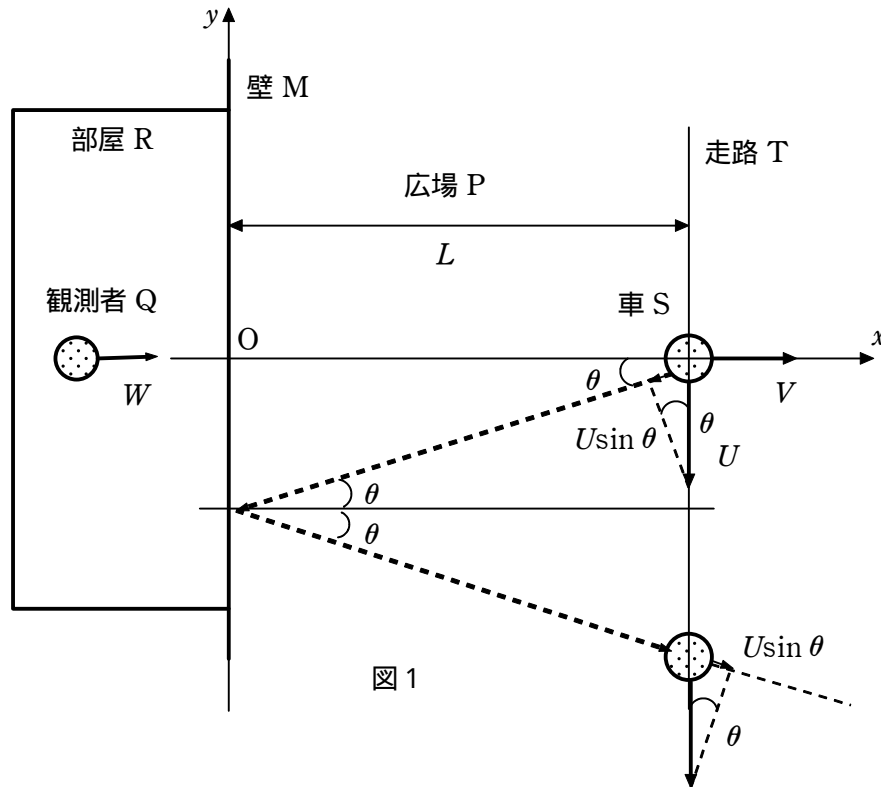


図 1

< 総評 >

例年通り, 文章を読み進みながら, 要所の \square に適切な式または値を求める。また, 文章説明やグラフ記載を求める問いが付加される。下記のように, 力学, 電磁気とも, 昨年に比べ明らかに易化している。波動(音波)の問題は, ドップラー効果を扱う面白い問題設定であり, やや難しい思考が要求される。効果の公式の暗記だけでなく, ドップラー効果の本質を理解していることが必要である。

問題

円弧状二重レールによって, 円運動をする球の運動に関する問題。全体として, 難しい思考の過程を要求する問題ではないので, 標準的な難易度といえる。

(1)では点Bにおけるレールの接線は水平だから, B点から球は水平投射される。したがって水平方向の速さをもつが, 垂直方向には速さ0であることに注意する。難易度はB。

(2)では衝突後, 球の方がより大きな速度をもつことに注意する。そうすれば, 球とは再衝突することはない。難易度はB。

(3)では, 円運動の方程式を考える。球に働く力は, 重力の加速度とレールからの抗力である。これらの合力が円運動の向心力となる。抗力が0ということは, 向心力と中心に向かう重力の成分が等しいということである。難易度はB。

問題

電磁気の問題。基本的なことを理解していれば、解くことができる。京大の問題としては、易しい。

(1)は磁界中に置かれた導体に電流を流したときに働くローレンツ力を利用して磁束密度を測定する原理（ホール効果）に関する。電子は負の電荷をもつことから、電流の方向と電子の進む方向は逆になることを、改めて確認しておこう。ローレンツ力の方向はフレミングの左手の法則によって確認する。難易度 B

(2)は金属極板間に半導体が挿入されたコンデンサーに関する問題。シート状の電子群を注入して、容量が時間変化するコンデンサーの直列接続を考える問題である。シート状の電子群は薄い導体とみなすことができ、シート状の電子群が進むということは、極板間を導体板が移動することになる。すると、容量が変化するコンデンサーを直列接続したことになる。

半導体、シート状の電子群などという、難しそうな言葉に惑わされないように。文章を追いながら、考えていけば、難しい思考を要するものではないことに気づくであろう。難易度 B。

問題

音波の問題。ドップラー効果の的確な理解を問う問題である。音源と観測者が同じ車で移動すること、音波の進行方向への音源と観測者の速さを考えること、など工夫された問題である。

(1)は音波の波長、振動数、速さの関係を問う基本問題だから正答しなければならない。

難易度 C。

(2)は音源や観測者が移動しているときに聞く音波に関する問題で、ドップラー効果の理解を問う。公式を丸暗記していれば、解ける問題ではある。しかし公式の導出を含めて、ドップラー効果を説明することができるようにしたい。難易度 B。

(3)では音源の移動方向と音波の進行方向が異なる場合のドップラー効果の問題である。対象とする音波の方向を求め、音源の移動の速さの音波方向成分によって、ドップラー効果を考える。工夫された面白い問題であり、的確な物理思考力が必要である。難易度 A。

(4)は音波の干渉の問題であり、固定端の反射という条件によって、2つの音波の行路長の差が（波長の整数倍）の場合に弱めあうということを記述している。難易度 B +。

171221