

平成 29 年度入学試験問題

数 学

(人文, 教育, 経済, 農, 創生学部)

注 意 事 項

- 1 この問題冊子は, 試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は, 全部で4ページある。(落丁, 乱丁, 印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。) 別に解答用紙が4枚ある。
- 3 解答はすべて, 問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は, 各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。
- 5 解答時間は, 90分である。
- 6 下書きは, 問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は, 持ち帰ること。

1

式の展開に関する次の問いに答えよ。

(1) $(1 + x + y)^6$ の展開式における x^2y^3 の項の係数を求めよ。

(2) $(1 + x + xy)^8$ の展開式における x^5y^3 の項の係数を求めよ。

(3) $(1 + x + xy + xy^2)^{10}$ の展開式における x^8y^{13} の項の係数を求めよ。

2

座標空間内の次のような 4 点 A, B, C, D を考える。 A の座標は $(\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6})$, 3 点 B, C, D は, それぞれ x 軸, y 軸, z 軸上にある。さらに, これらの 4 点は同一平面上にあり, 四角形 $ABCD$ は平行四辺形である。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 3 点 B, C, D の座標を求めよ。
- (2) 平行四辺形 $ABCD$ の面積を求めよ。
- (3) 原点 O から平行四辺形 $ABCD$ を含む平面に垂線 OH を下ろす。
点 H の座標を求めよ。

3

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = \frac{1}{3}, \quad a_{n+1} = \frac{3a_n + 1}{a_n + 3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4, a_5 を求めよ。
- (2) 一般項 a_n を推測して、その結果を数学的帰納法によって証明せよ。
- (3) 不等式 $a_n > 1 - 10^{-18}$ を満たす最小の自然数 n を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

4

座標平面上の放物線 $y = -ax^2 + b$ を C とし、 $P(1, 0)$ 、 $Q(0, 2)$ とする。ただし、 $a > 0$ 、 $0 < b < 2$ とする。放物線 C は、2点 P 、 Q を通る直線に接している。放物線 C と x 軸で囲まれた部分の面積を S とする。次の問いに答えよ。

(1) a を b で表せ。

(2) S を b を用いて表せ。

(3) $\frac{S}{\sqrt{b}}$ が最大になるように b の値を定めよ。

