2017（H29）年度　東京工業大学　入学試験　物理解説

$\boxed{1}$ (50点)　　　　120分

＜解答＞

[A] (a)

円柱の重力と浮力がつり合っている。重力は$\frac{2}{3}\rho SLg$

浮力はアルキメデスの原理により，$\rho SL'g$

$\frac{2}{3}\rho SLg=\rho SL'g$，$\therefore\ L'=\frac{2}{3}L$　（答）

(b)

つり合いの位置からの円柱の変位を z，円柱の質量 $M=\frac{2}{3}\rho SL$とすれば,

円柱の運動方程式は，加速度をaとして，$Ma=-Mg+\rho S(L'-z)g=-\rho Szg$

円柱に働く力は変位z に比例し，逆方向だから，円柱は単振動をする。

$a=-\frac{3g}{2L}z$だから，その単振動の式は $z=z_0\cos\frac{2\pi t}{T}$，$z_0$ は初めに持ち上げた変位

$T=2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$　（答）

[B] (c)

円柱に働く力は重力と浮力だから，円柱の運動方程式は

$Ma=-Mg+\rho SLg=\frac{1}{3}\rho SLg$，$\therefore\ a=\frac{1}{2}g$　（答）

(d)

円柱の上面が液面に到達したときの円柱の移動距離は $s=\frac{5}{3}L-L=\frac{2}{3}L$

この間，円柱は加速度$\frac{1}{2}g$の等加速度運動をする。到達するまでの時間をtとして，

速さは $v=\frac{1}{2}gt$，$s=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}gt^2$ だから，$t=\sqrt{\frac{8L}{3g}}$，$v=\frac{1}{2}g\sqrt{\frac{8L}{3g}}=\sqrt{\frac{2gL}{3}}$　（答）

(e)

上面が液面に達した後の運動方程式は，hを液面からの上面の高さとすれば,

$$Ma=-Mg+\rho(L-h)Sg=-\frac{2}{3}\rho SLg+\rho SLg-\rho hSg$$

$$=\frac{1}{3}\rho SLg-\rho hSg=\left(\frac{1}{3}L-h\right)\rho Sg$$

$h=\frac{1}{3}L$のとき$z=0$として，$z=h-\frac{1}{3}L$とおけば，$Ma=-z\rho Sg=-kz$，$k=\rho Sg$

z は上面の水面からの高さ$h=\frac{1}{3}L$を中心とした単振動をすることがわかる。

円柱の上面が液面にあるときと下面が液面にあるときの力学的エネルギーの保存を考える。

上面が液面のときの単振動している円柱の力学的エネルギーは

運動エネルギー　$\dfrac{1}{2}Mv^2=\dfrac{2}{9}\rho SL^2g$

単振動の弾性エネルギー　$\dfrac{1}{2}kz^2=\dfrac{1}{2}\rho Sg\left(\dfrac{1}{3}L\right)^2$

下面が液面のときの単振動している円柱の力学的エネルギーは

運動エネルギー　$\dfrac{1}{2}Mv'^2=\dfrac{1}{3}\rho SLv'^2$

単振動の弾性エネルギー　$\dfrac{1}{2}kz^2=\dfrac{1}{2}\rho Sg\left(\dfrac{2}{3}L\right)^2$

エネルギー保存の法則により

$$\frac{2}{9}\rho SL^2g+\frac{1}{2}\rho Sg\left(\frac{1}{3}L\right)^2=\frac{1}{3}\rho SLv'^2+\frac{1}{2}\rho Sg\left(\frac{2}{3}L\right)^2$$

$$\frac{1}{3}\rho SLv'^2=\frac{1}{2}\rho Sg\left(\frac{1}{3}L\right)^2,\quad \therefore\ v'=\sqrt{\frac{gL}{6}}$$ （答）

[C] (f)

円柱をx上昇させると，容器の底面積が$2S$だから，液面は円柱に対して$2x$低下する。この分だけ浮力が減少したのだから，糸の張力Tは減少した浮力 $2\rho xSg$ に等しい。

糸の張力の大きさは $2\rho xSg$　（答）

(g)

張力 $T=2\rho xSg$ の糸が微小量Δx 上昇するときにする仕事は，$\Delta W=2\rho xSg\Delta x$。

円柱をつり合いの位置から$\dfrac{1}{2}L'$まで持ち上げるとき，すなわちxが0 から $\dfrac{1}{2}L'=\dfrac{1}{3}L$ まで変化するときの仕事は

$$W=2\rho Sg\int_0^{\frac{1}{3}L}xdx=\rho Sg\Big[x^2\Big]_0^{\frac{1}{3}L}=\frac{\rho SL^2g}{9}$$ （答）

(h)

質量$M=\dfrac{2}{3}\rho SL$の円柱が$\dfrac{L}{3}$上昇したのだから，重力による位置エネルギーの増加は,

$$\Delta E_1=\frac{2}{3}\rho SL\times\frac{L}{3}g=\frac{2\rho SL^2g}{9}$$ （答）

(i)

液体の液面が下がることにより液体は位置エネルギーΔE_2を失った。

エネルギー保存の法則により,

（円柱が上昇して得た重力による位置エネルギー）

＝（糸が円柱を引っ張り上げた仕事）＋（液体が失った重力による位置エネルギー）

失う場合は負だから，$\Delta E_2=\dfrac{\rho SL^2g}{9}-\dfrac{2\rho SL^2g}{9}=-\dfrac{\rho SL^2g}{9}$　（答）

＜解説＞

[A] (a)

円柱が浮かんで静止しているということは，円柱に働く重力と浮力がつり合っているということである。

アルキメデスの原理により，浮力は円柱が排除した液体の重力に等しい。

(b)

運動方程式を立て，円柱が単振動することを明らかにしなければならない。変位zに比例する復元力が働いていることを明らかにすれば良い。

$t=0$で$z=z_0$として，$z=z_0\cos\omega t$とおけば，$a=-\omega^2 z_0\cos\omega t=-\omega^2 z$,

$\omega=\sqrt{\dfrac{3g}{2L}}$，$T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{2L}{3g}}$

[B] (c)

円柱全体が完全に液体中にあるのだから，円柱に働く浮力は一定である。したがって，等加速度運動をする。

(d)

等加速度運動における移動距離と速さを考えれば良い。

(e)

円柱の上面が水面から出たときから，等加速度運動ではなくなる。(b)と同様に単振動になることが想定される。浮力を求めて，運動方程式を考えると，中心が水面から$\dfrac{1}{3}L$の単振動をすることがわかる。これは(b)からも明らかなことである。

そこで，単振動の力学的エネルギー保存の法則を円柱の上面が水面のときと下面が水面のときとの間で適用し，下面が水面のときの円柱の速さを求めることができる。

ここで問題は，この単振動の力学的エネルギーとは何か，ということである。

質量mの物体がばね定数kのばねに取り付けてあり，これが単振動しているとして変位x,速さvとすれば,

力学的エネルギー＝（運動エネルギー）＋（弾性エネルギー）

$$=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$$

ここでも同様に考えれば良い。ただし，実際にはばねの代わりに浮力と重力の差異がばねと等価な弾性体を構成していることになる。

しかし，このような円柱の単振動とばねの力学的エネルギーの保存のことに理解が不足している場合のために，別解を紹介しよう。

以下のような力学的エネルギーの保存を考える。

上面が液面にあるとき

運動エネルギー　$\dfrac{1}{2}Mv^2=\dfrac{2}{9}\rho SL^2 g$

浮力が有している位置エネルギー　E_f

液面に対する円柱の上面の高さをhとすれば，浮力は$\rho(L-h)Sg$，円柱が$h=0$からLまで上昇するときにする仕事がE_fである。微小距離Δh上昇するときの仕事は

$\Delta E_f=\rho(L-h)Sg\Delta h$だから，$E_f=\rho Sg\int_0^L(L-h)dh=\frac{1}{2}\rho SL^2 g$

下面が液面にあるとき

運動エネルギー　$\frac{1}{2}Mv'^2$

重力による位置エネルギー　MgL（上面が液面にあるときに対して）

したがって，力学的エネルギーの保存の法則から，

$$\frac{1}{2}Mv^2+E_f=\frac{2}{9}\rho SL^2 g+\frac{1}{2}\rho SL^2 g=\frac{1}{2}Mv'^2+MgL=\frac{1}{3}\rho SLv'^2+\frac{2}{3}\rho SL^2 g$$

$\therefore v'=\sqrt{\frac{gL}{6}}$　（答）

[C] (f)

円柱が液中にL'沈んで静止している状態から円柱を糸でx上昇させると，水面下の円柱の長さL''とすれば，$L'S=\frac{2}{3}LS=2Sx+L''S$，$L''=\frac{2}{3}L-2x$

すなわち，円柱がx上昇すると，液面は円柱に対して$2x$低下することがわかる。

円柱に働く浮力は $F_f=\rho L''S\,g=\rho\left(\frac{2}{3}L-2x\right)Sg$

糸の張力をTとすれば，円柱のつり合いの式は

$T=Mg-F_f=\frac{2}{3}\rho SLg-\rho\left(\frac{2}{3}L-2x\right)Sg=2\rho xSg$　（答）

(g)

糸で円柱を持ち上げるときの仕事と類似の方法で，仕事あるいはエネルギーを求める場合には，ばねの弾性エネルギーやコンデンサーの静電エネルギーがある。読者は教科書での記述を思い起こすことができるであろう。

ここでは，積分によって仕事を求めた。厳密には，このような求め方は高校物理の範囲外である。しかし，理解の進んだ読者には最もわかり易い方法であろうと思う。ばねの弾性エネルギーやコンデンサーの静電エネルギーを求める場合に，教科書に記載されている図と同様の図１を用いて説明する。

$T(x)=(2\rho Sg)x$なる張力は図１のような直線である。この張力$T(x)$によって，円柱を微小長さΔx持ち上げたときにする仕事は，$T(x)\Delta x$である。したがって，円柱を静止している位置（$x=0$）から下面が液面と一致する位置（$x=L/3$)まで持ち上げたときにする仕事は直線とx軸とが囲む三角形の面積である。

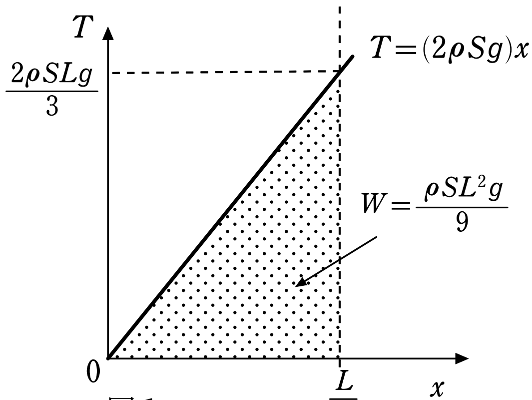

図１

(i)

液体の移動と量から液体の重力による位置エネルギーの変化を考えると，ややこしくなるので，エネルギー保存の法則により考えると速い。

ただし，液体の移動と量とから，重力による位置エネルギーの変化を検討しておくことは物理の思考としては重要であるので，記載しよう。

図２のような図を描いて，起きている事象を正しく把握することが重要である。

(a)の浮いて静止している状態から，円柱を$\frac{1}{2}L'=\frac{L}{3}$だけ持ち上げると，(b)のように液面と円柱下面が一致する。ということは，円柱が排除していた液体のうち，体積$\frac{L}{3}\times S$の液体の位置が$\frac{L}{3}$だけ低下していることになる。

すなわち重力による位置エネルギー$\frac{1}{3}\rho SL\times\frac{L}{3}\times g=\frac{\rho SL^2 g}{9}$を失うことがわかる。

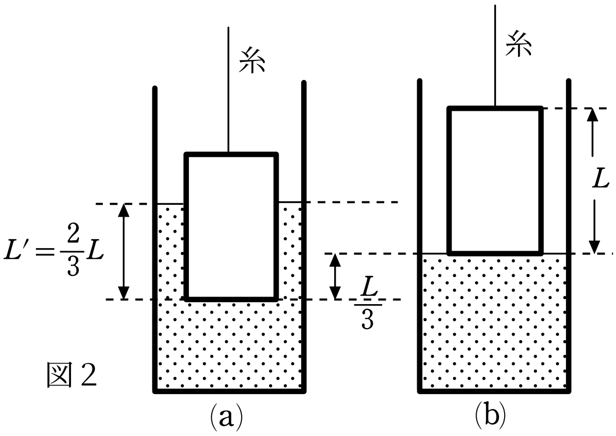

図２

$\boxed{2}$(50点)

＜解答＞

［A］ (a)

棒に流れる電流は$I_1=\frac{E}{2R}$

棒に働く力

水平右方にフレミングの左手の法則による電磁力lI_1B，レール上方成分$lI_1B\cos\theta$

棒に働く重力のレール下方成分 $mg\sin\theta$

棒が静止したということは，これらの力がつり合っていることだから，

$lI_1B\cos\theta=\frac{lEB}{2R}\cos\theta=mg\sin\theta$，$\therefore E=\frac{2mgR}{lB}\tan\theta$ （答）

(b)

S_Bを閉じた直後 キルヒホッフの法則により$I_1=I_2=\frac{E}{3R}$

したがって電磁力のレール上方成分は$lI_1B\cos\theta=\frac{lEB}{3R}\cos\theta=\frac{2}{3}mg\sin\theta$

したがってレールに沿った成分$F_1=mg\sin\theta-\frac{2}{3}mg\sin\theta=\frac{1}{3}mg\sin\theta$（答）

(c)

棒に対して，レール上方に働く電磁力と下方に働く重力のつり合いは

$lI_1B\cos\theta = mg\sin\theta$, $\therefore\ I_1 = \dfrac{mg}{lB}\tan\theta$

棒が磁場を横切って移動するので，回路が含む磁束の変化により誘導起電力 $E_r = v_1 lB\cos\theta$ が発生する。図１に示す回路にキルヒホッフの法則を適用すると，

$RI_1 - E_r - RI_2 = 0$，$RI_2 + R(I_1 + I_2) - E = 0$

したがって，$I_2 = \dfrac{E}{2R} - \dfrac{I_1}{2} = \dfrac{mg}{lB}\tan\theta - \dfrac{mg}{2lB}\tan\theta = \dfrac{mg}{2lB}\tan\theta$　（答）

$E_r = v_1 lB\cos\theta = RI_1 - RI_2 = \dfrac{mg}{2lB}\tan\theta$，$\therefore\ v_1 = \dfrac{mgR\sin\theta}{2(lB\cos\theta)^2}$　（答）

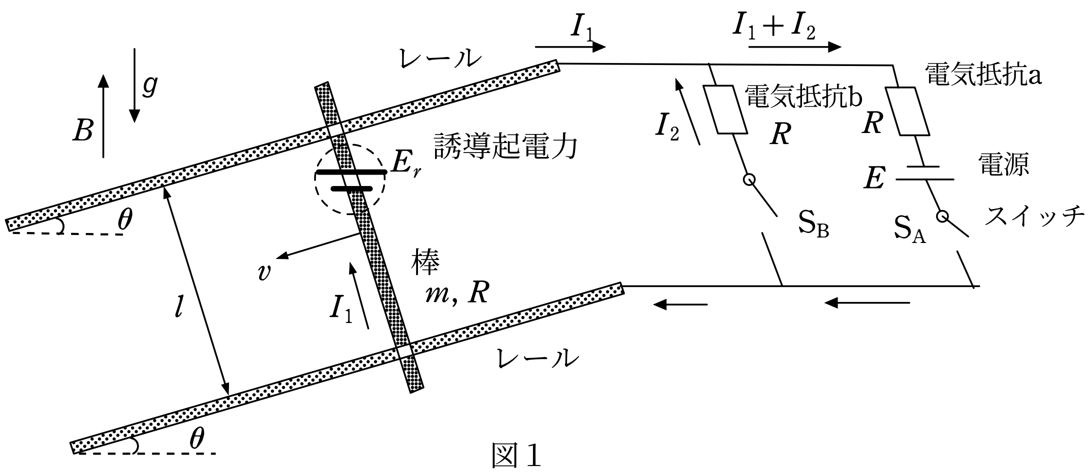

図１

(d)

スイッチS_Aを開いた瞬間，棒と抵抗b の回路に流れる電流はキルヒホッフの法則により，$I_2 = -I_1$，$I_1R - E_r - I_2R = 2I_1R - v_1 lB\cos\theta = 0$，(c)の v_1を用いて，

$\therefore\ I_1 = \dfrac{mgR\sin\theta}{2(lB\cos\theta)^2} \times \dfrac{lB}{2R}\cos\theta = \dfrac{mg}{4lB}\tan\theta$，するとレール上方に働く電磁力は

$lI_1B\cos\theta = \dfrac{mg}{4}\sin\theta$，したがって$F_2 = mg\sin\theta - \dfrac{mg}{4}\sin\theta = \dfrac{3mg}{4}\sin\theta$　（答）

(e)

キルヒホッフの法則により，

$I_2 = -I_1$，$I_1R - E_r - I_2R = 2I_1R - v_2 lB\cos\theta = 0$

レール上方への電磁力と下方への重力がつり合うので，$lI_1B\cos\theta = mg\sin\theta$

$\therefore\ I_1 = \dfrac{mg}{lB}\tan\theta$，$\therefore\ I_2 = -I_1 = -\dfrac{mg}{lB}\tan\theta$　（答）

$\therefore\ v_2 = \dfrac{2I_1R}{lB\cos\theta} = \dfrac{2mgR\sin\theta}{(lB\cos\theta)^2}$　（答）

[B](f)　(サ)　（答）

時刻t_1でスイッチS_Bを閉じたとき，棒はレール下方へ動き始めて，十分時間が経つと，一定の速度v_1になる。このようなグラフは(ケ)，(サ)，(ス)。次に時刻t_2でスイッチS_Aを閉じたとき，(c)，(e)の結果から一定の速度$v_2 = 4v_1$になる。これに該当するのは(サ）のみ。

(g)　(エ)　（答）

　時刻t_0から時刻t_1まで，(a)から$I_1=\dfrac{E}{2R}=I_0$

時刻t_1でスイッチ$\mathrm{S_B}$を閉じたとき，

　(b)によれば$I_1=\dfrac{E}{3R}=\dfrac{2}{3}I_0$に低下，その後(c)によれば徐々に元の電流$I_0$へと上昇。

時刻t_2でスイッチ$\mathrm{S_A}$を開いたとき，

　(d)によれば$I_1=\dfrac{1}{4}I_0$に低下，その後(e)によれば徐々に元の電流I_0へと上昇。

このような変化のグラフは(エ)のみ。

(h)　(ソ)　（答）

　時刻t_0から時刻t_1まで，$\mathrm{S_B}$は開だから$I_2=0$

時刻t_1でスイッチ$\mathrm{S_B}$を閉じたとき，

　(b)によれば$I_2=I_1=\dfrac{E}{3R}=\dfrac{2}{3}I_0$，その後(c)によれば徐々に$I_2=\dfrac{1}{2}I_0$に低下。

時刻t_2でスイッチ$\mathrm{S_A}$を開いたとき，

　(d)によれば$I_2=-\dfrac{1}{4}I_0$に低下，その後(e)によれば徐々に$I_2=-I_0$に低下。

このような変化のグラフは(ソ)のみ。

＜解説＞

[A](a)

棒に働く力は重力と電磁力である。電流が棒に流れるので，フレミングの左手の法則による電磁力が働く。棒が静止しているので，重力と電磁力とがつり合っている。

(b)

S_Bを閉じることにより，棒の電流が減少するので電磁力が減少して，つり合いがくずれる。重力のレール下方成分が電磁力のレール上方成分より大きくなるので，棒は下向きに動き始める。ここでは，電源電圧は(a)で求めた値を使う。

(c)

棒が下向きに動き始めて速度がv_1で変化しなくなったので，等速運動しているということだから，棒に働くレール方向の電磁力と重力がつり合ったということである。

レール上方の電磁力と下方の重力のつり合いは$lI_1B\cos\theta=mg\sin\theta$

一方，棒が磁場を横切って移動するので，回路が含む磁束の変化により誘導起電力$E_r=v_1lB\cos\theta$が発生する。電圧の向きは，図１のように，磁場Bの増加を抑制するように電流が流れる向きである。

図１において棒から抵抗bを回る回路についてキルヒホッフの法則を適用すると，

$RI_1-E_r-RI_2=0$

抵抗bから抵抗aへ回る回路についてキルヒホッフの法則を適用すると，

$RI_2+R(I_1+I_2)-E=0$

これらの式に(a)で求めたEと上式から求めたI_1を用いて，I_2とv_1を求めればよい。

(d)

スイッチS_Aを開いた瞬間，抵抗aおよび電池には電流が流れなくなる。回路は棒と抵抗bからなる。棒はまだ速度v_1で移動しているので，誘導起電力は変わらない。

(e)

棒には下方に加速度が働くので，次第に下降速度が大きくなる。すると，誘導起電力が大きくなるので，棒に働くレール上方への電磁力が大きくなる。その結果，下方への加速度が次第に小さくなり，やがて0になる。つまり，レール下方への重力と上方への電磁力がつり合って，速度v_2の等速運動をするようになる。

抵抗bに流れる電流の符号に注意する。抵抗bには電流I_1が流れるが，I_2の正の方向とは逆向きだから，符号は負になる。

B(f)，(g)，(h)

Aの(a)〜(e)を振り返って，棒の速度，棒に流れる電流，抵抗bに流れる電流の変化をまとめる。そして，該当するグラフを探す。

$\boxed{3}$ (50点)

＜解答＞

[A](a)

ア $-ev_x$　イ v_y　ウ v_z　エ $\dfrac{1}{2}(1-e^2)mv_x{}^2$　オ 温度　カ ①　キ ②　（答）

ピストンの表面はなめらかなので，衝突によって，表面に平行な速度成分は変化せず，垂直な速度成分のみが変化する。

気体分子の衝突前後の運動エネルギー変化は

$$\frac{1}{2}m(v_x{}^2+v_y{}^2+v_z{}^2)-\frac{1}{2}m(e^2v_x{}^2+v_y{}^2+v_z{}^2)=\frac{1}{2}(1-e^2)mv_x{}^2$$

(b)

気体分子とピストンのはねかえりの式は,

$$e=1=\left|\frac{v_x{}'-u'}{v_x-u}\right|=\frac{-v_x{}'+u'}{v_x-u},\quad v_x{}'=(u+u')-v_x$$

気体分子が失う運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}mv_x{}^2-\frac{1}{2}mv_x{}'^2=\frac{1}{2}m[v_x{}^2-\{(u+u')-v_x\}^2]\fallingdotseq 2muv_x$$

エネルギー保存の法則により，これはピストンが得る運動エネルギー，すなわち気体分子がピストンに対してした仕事に相当する。

$w=2muv_x$　（答）

(c)

時刻 t から$t+\varDelta t$ の間にピストンに衝突する気体分子の個数をN_Pとすれば

$\varDelta W=\overline{w}N_P=2mu\overline{v_x}N_P$，ただし$\overline{w}=2mu\overline{v_x}$ は気体分子がする仕事の平均値

ピストンの体積lS中にN個の分子が存在するので，分子数の密度は$\dfrac{N}{lS}$

これらの分子の半分は右方向に平均$\overline{v_x}=\sqrt{\overline{v_x{}^2}}=\sqrt{\dfrac{\overline{v^2}}{3}}$で移動

時間Δtの間にピストンに衝突する右向きの分子の数は体積$\overline{v_x}\Delta t\,S$の中にある分子の数の半分で，$N_P=\dfrac{1}{2}\overline{v_x}\Delta tS\times\dfrac{N}{lS}=\dfrac{\Delta tN}{2l}\sqrt{\dfrac{\overline{v^2}}{3}}$

$\Delta W=2mu\overline{v_x}N_P=\dfrac{mu\overline{v^2}\Delta tN}{3l}$　（答）

(d)

気体がピストンを押す力は$F=pS$，ピストンはΔtの間に$u\Delta t$移動

したがって，この力がする仕事は$Fu\Delta t$，これが気体分子のする仕事に等しい。

$pSu\Delta t=\Delta W=\dfrac{mu\overline{v^2}\Delta tN}{3l}$，$\therefore\ p=\dfrac{m\overline{v^2}N}{3lS}$　（答）

(e)

熱力学の第１法則により，断熱変化だから，$\Delta U+\Delta W=0$，$\Delta U=-\Delta W$

ただし，ΔUは気体の内部エネルギー変化，ΔWは気体がした仕事

容器内の気体の量はnモルだから，$\Delta U=\dfrac{3}{2}nR\Delta T=-\Delta W=-p\Delta V$

気体の状態方程式は$pV=nRT$だから，$\dfrac{\Delta T}{\Delta V}=-\dfrac{2p}{3nR}=-\dfrac{2T}{3V}$

[B](f)

気体Bは断熱変化で体積が減少するので，圧力は増加する。したがって，その体積－圧力曲線は①，②，③のいずれか。気体Bは仕事をされるので，熱力学第１法則により内部エネルギーが増加する。すなわち温度が上昇する。

①，②，③の中で温度上昇するのは①。

したがって，気体Bの体積－圧力曲線は①　（答）

一方，気体Bと気体Aの圧力は等しく，体積の増減は逆だから，両者の曲線は体積V_0で線対称になる。①と線対称なのは⑤。

したがって，気体Aの体積－圧力曲線は⑤　（答）

(g)

この過程において，気体A，Bは同圧力，同温度になるから，同体積に戻る。

この過程は断熱変化だから熱量の損失はなく，かつ外部に仕事をしない。与えられた熱量によって気体A，Bとも，体積一定で温度が上昇し，内部エネルギーが増加したと考えることができる。

単原子分子の定積モル比熱は$C_v=\dfrac{3}{2}R$，内部エネルギーの増加は$\dfrac{3}{2}nR(T'-T_0)$

$Q_A=Q_B=\dfrac{3}{2}nR(T'-T_0)$，$Q=Q_A+Q_B=3nR(T'-T_0)$　（答）

(h)

　この過程は断熱変化であり，かつ外部に仕事をしない。

したがって気体に与えた熱量は気体の内部エネルギーの増加になる。

気体Aの内部エネルギーの増加は，単原子分子だから，$\dfrac{3}{2}nR(T_A{}'-T_0)$

気体Bの内部エネルギーの増加は，$nC_{VB}(T_B{}'-T_0)$

したがって，$Q_A+Q_B=3nR(T'-T_0)=\dfrac{3}{2}nR(T_A{}'-T_0)+nC_{VB}(T_B{}'-T_0)$

したがって，$C_{VB}=\dfrac{3R(2T'-T_0-T_A{}')}{2(T_B{}'-T_0)}$　（答）

＜解説＞

[A] (a)

ピストンの表面はなめらかなので，表面と平行な速度 v_y，v_z は変化しない。
ピストン表面に垂直な速度は，はねかえり係数を用いて，$-ev_x$となる。

ピストンに衝突前の運動エネルギーは$\dfrac{1}{2}m(v_x{}^2+v_y{}^2+v_z{}^2)$

衝突後の運動エネルギーは$\dfrac{1}{2}m(e^2v_x{}^2+v_y{}^2+v_z{}^2)$

$$\frac{1}{2}m(v_x{}^2+v_y{}^2+v_z{}^2)-\frac{1}{2}m(e^2v_x{}^2+v_y{}^2+v_z{}^2)=\frac{1}{2}(1-e^2)mv_x{}^2$$

したがって，衝突によって分子の運動エネルギーは$\dfrac{1}{2}(1-e^2)mv_x{}^2$だけ減少する。

気体の温度は分子の運動エネルギーに比例するので，気体の温度はピストンとの衝突を繰り返しながら，すなわち時間とともに減少する。

気体が断熱状態にあるということは，この気体に与えられた熱量はゼロであり，ピストンが静止していることから，この気体にされた仕事もゼロである。従って，熱力学第一法則により，この気体の内部エネルギー（分子の運動エネルギーの総和）は変化しないことになる。しかし，このことは上に記載したピストンと気体分子の衝突によって分子の運動エネルギーが減少することと矛盾する。従って，気体分子がピストンと非弾性衝突する場合は断熱状態とはみなせない。

(b)

弾性衝突では運動エネルギーが保存される。ここでは，気体がピストンに弾性衝突するのだから，気体の運動エネルギーの減少分はピストンの運動エネルギーの増加分となる。

$$\frac{1}{2}m[v_x{}^2-\{(u+u')-v_x\}^2]=\frac{1}{2}m\{2v_x(u+u')-(u+u')^2\}$$

$u\fallingdotseq u'$，$v_x{}^2$やv_xuに対してu^2を無視する近似を使えば,

$$\frac{1}{2}m\{2v_x(u+u')-(u+u')^2\}=2muv_x$$

(c)

(b)で1個の気体分子がピストンにする仕事を求めたのだから，時間Δtでピストンに衝突する分子の個数を求め，個数分の仕事を計算することを考える。個々の分子によってピス

トンに衝突する速さが異なるので，（平均値×個数）として求めれば良い，ことに気づくであろう。

ここでは，ピストンに衝突する分子は右方向に動いている分子のみだから，ピストンにする仕事に寄与する気体分子は，特定体積中の分子数の半分であることに注意する。

(d)

ピストンは気体の膨張によって，時間Δtにおいて速さuでゆっくり動く。この間，気体の圧力pは一定とみなすことができる。気体がする仕事はピストンに加わる圧力pがする仕事ということになる。

(e)

断熱変化において，温度変化と体積変化の関係を求める問題だから，熱力学の第１法則を用いると閃きたい。気体の温度と内部エネルギーの関係式は覚えておかなければならない。このとき容器内の気体の量nモルが内部エネルギーに関係する。

気体の圧力一定の下，体積膨張によってする仕事の表式を理解しておく。pを消去するために，気体の状態方程式が使えるということにも気づくこと。

注意したいことは，(d)でΔWを求めたので，この表式を使おうとして，煩瑣な計算に入り込むことのないようにすることだ。

B (f)

気体A，Bの体積－圧力変化の概要を把握しよう。気体Aは加熱されるので可動壁を右方に移動させ膨張する。一方気体BはAが膨張した分，圧縮される。気体Bの変化は断熱変化だから，圧力は上昇する。気体Bは仕事をされるから，熱力学の第１法則によれば，内部エネルギーは増加する。すなわち温度上昇する。

このような過程を満たす曲線はどれかを考える。気体Bの曲線が求まれば，気体Aの曲線は気体Bの曲線と$V=V_0$の直線に関して対称のはずだから，容易に求まる。

(g)

気体Aが加熱され、膨張し仕事をする。次に気体Bが加熱され，膨張し仕事をする。その結果，両者の温度は同じになったということは，同じだけの仕事のやり取りがあって，両気体は同じ体積，同じ圧力になっているということである。

気体Aの膨張による仕事はBにされる仕事であり，Bの膨張による仕事はAにされる仕事であり，全体として相殺され，外部からの熱量が消費されることはない。

すなわち，両気体は加熱によって定積変化し，圧力が増加し，温度が上昇した。
この過程は断熱変化であり，かつ外部に仕事をしない。したがって，与えられた熱量は気体の内部エネルギーの増加となる。

(h)

(g)と同じ考え方で，与えられた熱量は，気体の内部エネルギーの上昇となる。

＜総評＞

運動と力学，電磁気，気体分子の運動と熱力学の３分野からの問題である。東工大の問題は，例年通り，事象の物理過程が単純ではなく，その把握に深い思考を必要とする。だから，どうしても考慮時間を要してしまうのだが，過程全体を把握することに努め，その上で個々の設問に対処しよう。

すると，一読して難しいと感じた問題も意外に簡明な問題であることが解かることがあろう。当然ながら，物理過程の流れに沿って設問が構成されるので，前問と後問との関連が解答のヒントになることは心得ておこう。

1

浮力と重力が働く液体中の運動を扱う。設問[A]は小手調べで，浮いて静止している位置から少し変位を与えると，円柱が単振動することに関する問題である。着実に正答したい。難易度B。

設問[B]では円柱を完全に水中に入れて，手を離したときの運動である。水中にあるときは，浮力は一定だから，等加速度で上昇する。上面が水面に達したときから，[A]と同様の単振動の運動になる。この運動の過程を的確に理解すること。加えて，単振動としたときの円柱と円柱の運動を生起させる弾性系（ばね系）の力学的エネルギーの保存の法則を利用することに気づくことが必要である。そのためには，この系のばね定数と弾性エネルギーを的確に表現することが必要である。難易度A。

設問[C]では容器の底面積が$2S$となり，円柱の上昇･下降に伴う液面の変化を考慮することが必要になる。張力が円柱の上昇xに比例して変化する場合の仕事量を求める。難易度Ａー。

2

レール上を導体棒が移動する回路に関する問題は，電磁気分野の頻出問題である。磁場が印加されており，さらに重力を作用させるなどして，種々のバリエーションがある。電磁気だけでなく，回路や運動など高校物理の広範なテーマを組み合わせた問題として扱うことができるので，出題者には魅力があるのだろう。

教科書にはローレンツ力と誘導起電力の説明のために，記載がある。練習問題もある。すべて基本的なものである。これらを的確に理解して，種々のバリエーションに対応できるようにしておこう。

ここでは，磁場中の斜めのレールに置かれた導体棒に電流を流したとき静止するような電流を流す。棒に働く電磁力と重力がつり合う電流を流すということである。次に棒と並列に抵抗を接続し，棒の電流を減少させると，電磁力が低下するので，重力とのつり合いが崩れ，棒は下方へ動き始める。速度が増加するにつれ，回路が含む磁束の増大による誘導起電力が増加して，電流が増加するので，再び棒に働く電磁力は増加し，重力とつり合うようになる。このような，一連の過程を把握しながら，解答を進める。

設問[A]は難易度Ｂ，設問[B]は設問Aができることが前提となるが，難しい問題ではない。難易度はＢ。

3

理想気体の分子運動とピストン面との衝突から，気体の圧力を把握するという問題で，統計的な平均の考え方や熱力学の第１法則などに基づいて考察する必要がある。なかなか工夫された問題であり，気体の圧力や膨張による仕事を高校物理の範囲で可能な限り基礎に立ち戻って考えさせる。設問[A]は難易度Ａ，設問[B]は難易度Ｂ＋。

180808