

2017 (H29)年度 東京大学 理科前期 入学試験 物理解説

(物理, 化学, 生物, 地学から 2 科目受験) (配点120点) (150分)

第 1 問

< 解答 >

(1)

ばねの自然長からの最大の伸びを l_m とすれば, エネルギー保存の法則により,
ばねに蓄積された弾性エネルギーと積木が失った重力による位置エネルギーが等しいから,
 $\frac{1}{2}kl_m^2 = Mgl_m$, \therefore ばねの自然長からの最大の伸びは $l_m = \frac{2Mg}{k}$ (答)

(2)

積木の運動方程式は $Ma = Mg - kx$, $\therefore a = g - \frac{k}{M}x = -\frac{k}{M}\left(x - \frac{M}{k}g\right)$

したがって, ア: $-\frac{k}{M}$, イ: $\frac{M}{k}g$ (答)

(1)

積木 1 の運動方程式は $Ma = T - f$

積木 2 の運動方程式は, $Ma = Mg \sin \theta - T$

+ から, $2Ma = Mg \sin \theta - f = Mg \sin \theta - \frac{x}{3L} \mu' Mg$

$\therefore a = -\frac{\mu'g}{6L}\left(x - \frac{3L \sin \theta}{\mu'}\right)$

したがって, ウ: $-\frac{\mu'g}{6L}$, エ: $\frac{3L \sin \theta}{\mu'}$ (答)

(2)

積木 1 の運動方程式は

$F = Ma = -\frac{\mu'g}{6L}\left(x - \frac{3L \sin \theta}{\mu'}\right) = -\frac{\mu'Mg}{6L}X = -kX$

ただし, $X = x - \frac{3L \sin \theta}{\mu'}$, $k = \frac{\mu'Mg}{6L}$

から, X はばね定数 k のばねの変位と同様に単振動する。

その角振動数は $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$, 周期は $T = \frac{2\pi}{\omega}$

積木 1 が静止するということは速さが 0 になることである。単振動で速さ 0 から動き始め, 速さ 0 に

戻るのは, 半周期後だから, 静止するまでの時間は $\frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} = \pi \sqrt{\frac{M}{k}} = \pi \sqrt{\frac{6L}{\mu'g}}$ (答)

(3)

単振動の動き始めのとき $X = -\frac{3L \sin \theta}{\mu'}$, 半周期後の静止のとき $X = \frac{3L \sin \theta}{\mu'}$

$$X \text{の変位の幅 } 2 \times \frac{3L \sin \theta}{\mu'} = \frac{6L \sin \theta}{\mu'} \text{ と } x \text{ の変位の幅 } 3L \text{ は等しいから,}$$

$$\frac{6L \sin \theta}{\mu'} = 3L, \therefore \mu' = 2 \sin \theta \quad (\text{答})$$

(1)

引っ張られる積木には、動き始める直前には、下記の力が働いている。

上の積木が押す力 $2Mg$

床からの垂直抗力 $3Mg$

したがって、動き始める直前には、積木を引っ張る方向と逆方向に

静止摩擦力 $\mu_1 \times 2Mg + \mu_2 \times 3Mg = 5\mu_1 Mg$ が働く。

したがって、動き始める直前に引っ張っていた力は $5\mu_1 Mg$ (答)

(2)

問題図1-6のように1段目と2段目の積木と一緒に動き始めるとき、他の積木は動いてはならない。動き始める2段目の積木と3段目の積木との間の静止摩擦力 $\mu_1 \times Mg$ は、これが反作用として3段目の積木を引っ張る力となる。

3段目の積木と2段目両側の積木との間の静止摩擦力は $\mu_1 \times 2Mg$ 、2段目の両側の積木と1段目両側の積木との間の静止摩擦力は $\mu_1 \times 4Mg$ であって、 $\mu_1 \times Mg$ より大きい。したがって3段目が2段目に対し、2段目が1段目に対し動くことはない。

1段目両側の積木に働く床からの抗力による静止摩擦力は $\mu_2 \times 6Mg$

したがって、動き始める2本の積木以外の積木が動かないためには、

$$\mu_2 \times 6Mg > \mu_1 \times Mg, \therefore \mu_2 > \frac{1}{6} \mu_1, \text{ 才 } : \frac{1}{6} \mu_1 \text{ (答)}$$

< 解説 >

(1)

ばねが最大に伸びた状態では、積木の速度は0だから、エネルギー保存の法則によって、ばねが伸びたことによるばねの弾性エネルギーと積木が落下して失った位置エネルギーが等しいということになる。

(2)

積木には、 x 軸正方向に重力 Mg 、負方向にばねの力 kx が働くから、

$$\text{積木の運動方程式は } Ma = Mg - kx, \therefore a = g - \frac{k}{M}x = -\frac{k}{M}\left(x - \frac{M}{k}g\right)$$

(1)

積木 1 には x 軸正方向にひもの張力 T 、負方向に動摩擦力 f が働いているから、

$$\text{積木 1 の運動方程式は } Ma = T - f$$

積木 2 には、斜面下方に重力の斜面下方成分が働き、斜面上方に張力 T が働き、加速度はひもの方向に

$$a \text{ だから、積木 2 の運動方程式は、} Ma = Mg \sin \theta - T$$

ここで注意することは、積木1と積木2の加速度の方向は異なっているが、加速度の大きさは同じ a ということである。なぜなら、ひもの方向に加速度が働いているので、その大きさは同じでなければならない。

(2)

これは難問である。ところが、 x が布石となっていることに気づけば、対応できる。 X は(2)の積木の加速度と全く同じ形式である。スムーズに単振動の式と気づき、その角振動数から静止するまでの時間を求めることができるようでありたい。

もちろん、(2)と(1)を正答した上でのことである。

積木1の運動方程式は

$$F = Ma = -\frac{\mu'g}{6L}\left(x - \frac{3L\sin\theta}{\mu'}\right) = -\frac{\mu'Mg}{6L}X = -kX$$

$$\text{ただし, } X = x - \frac{3L\sin\theta}{\mu'}, \quad k = \frac{\mu'Mg}{6L}$$

X は、積木1には変位 X に比例した力が変位とは反対方向に働くということを意味する。すると、変位 X はばね定数 k のばねの変位と同じように、単振動をするということになる。

$$t=0 \text{ で } x=0, \quad X = -\frac{3L\sin\theta}{\mu'} = -A \text{ とおけるので, } X = -A\cos\omega t \text{ と表せば, 速さ } v = A\omega\sin\omega t,$$

積木1が静止するのは速さ $v=0$ だから $\sin\omega t = 0$ 、静止するまでの時間は $\omega t = \pi$ として、 $t_0 = \frac{\pi}{\omega}$

しかるに運動方程式は $Ma = M\omega^2 A\cos\omega t = kA\cos\omega t$ 、 $\therefore \omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$

$$\text{静止するまでの時間は } t_0 = \frac{\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{M}{k}} = \pi\sqrt{\frac{6L}{\mu'g}}$$

ここでは計算式を示して説明したが、単振動では速さ0から動き始め速さ0に戻るの、半周期後だから、周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ として、静止するまでの時間は $\frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$ とすることで良い。

(3)

$X = x - \frac{3L\sin\theta}{\mu'}$ だから、 x の変化量と X の変化量は等しい。 x は0から $3L$ まで変化する。

このとき、 X は $-\frac{3L\sin\theta}{\mu'}$ から $\frac{3L\sin\theta}{\mu'}$ まで変化する。

x の変化量(変位の幅) $3L$ 、 X の変化量(変位の幅)は $\frac{6L\sin\theta}{\mu'}$ 、これらが等しい。

(1)

引っ張られる積木には、動き始める直前には、床との間の静止摩擦力と上に乗る積木との間の静止摩擦力が働く。これらは、積木を引っ張る方向と逆方向に働く。この静止摩擦力より大きな力で引っ張らないと積木は動き始めない。

(2)

簡単そうで錯綜する問題である。しかし、ありがたいことに、 \square を求めることで良く、考え方を示す必要はない。したがって考えの筋道を正しくたどれば、計算は単純だから、正答できよう。

その前提として、2つの積木間に働く静止摩擦力の作用について整理しておこう。

図1を参照する。積木1を引っ張る力 F を少しずつ増やすと、動き始める直前、積木1に対して床との間の静止摩擦力 $\mu_2 N_1 = \mu_2 \times 2Mg$

積木2との間の静止摩擦力 $\mu_1 Mg$

の2つが F とは逆方向に働く。このため作用反作用の法則により、積木2には F と同じ方向に $\mu_1 N_2 = \mu_1 Mg$ が働き、積木2を引っ張ることになる。したがって、積木1が動き始めると積木2も一緒に動き始める。

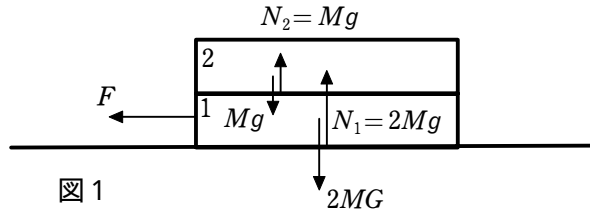


図1

問題図1-6のように1段目と2段目の積木と一緒に動き始めるとき、他の積木は動いてはならない。

3段目の積木3本と2段目の積木3本との間の静止摩擦力 $\mu_1 \times 3Mg$

3段目の積木3本と2段目真ん中の積木との間の静止摩擦力 $\mu_1 \times Mg$

3段目の積木3本と2段目両側2本の積木との間の静止摩擦力 $\mu_1 \times 2Mg$

2段目両側2本の積木と1段目両側2本の積木との静止摩擦力 $\mu_1 \times 4Mg$

1段目の両側2本の積木に働く床からの抗力による静止摩擦力 $\mu_2 \times 6Mg$

> だから、2段目真ん中の積木が動いても、3段目の積木は動かない。

< だから、2段目の両側2本の積木は3段目の積木が動いても動かない。

以上によって、2個の積木が動き始めるとき、他の積木は互いに動くことはない。

しかし、2個の積木が動き始めるとき、3段目の積木を の力によって引っ張ることになるので、

> が成立しないと、2個以外の他の積木も一緒に動き始めることになる。

一緒に動かないためには、 $\mu_2 \times 6Mg > \mu_1 \times Mg$ 、 $\therefore \mu_2 > \frac{1}{6} \mu_1$

最後に付け加える。問題図1-5、1-6のような実験系を現実構成し、このような実験を行うことは容易ではない。9本の積木の製作を厳密に行い同じ形状と摩擦係数を得なければならない。このような実験に耐える積木が得られるかわからない。だからといって、この問題が無意味なものではない。理想的な実験系を仮定して、物理作用を解明しようという、基本的な試みであるからだ。これを基礎にすることによって、より現実的な課題を解決することができるようになる。

第2問

< 解答 >

(1)

$\theta = 0$ の位置で速さ v で導体棒が動く。磁場に垂直に電流が流れ、導体棒が動くので、導体棒には

vBL の誘導起電力が発生する。したがって、 $I_1 = \frac{vBL}{R}$ (答)

(2)

導体棒は初期に重力による位置エネルギーを有していた。

静止した位置で失った位置エネルギーが抵抗で発生したジュール熱になったのだから、

$$Q = Mgl(1 - \cos\alpha) \quad (\text{答})$$

(3)

抵抗のジュール熱として消費される電力(単位時間に消費されるエネルギー)は(電流)²×(抵抗)。

(1)から電流 $\propto R^{-1}$ だから、消費電力は $\propto R^{-1}$ 。したがって、抵抗値が $2R$ になると、消費電力は 2^{-1} になる(減少する)ので、振動の振幅が半分になるまでの時間は長くなる。 \therefore ア (答)

(1)

電流 I_2 の導体棒が磁束密度 B の磁場中にあるとき、電流の方向と磁場の方向に垂直に電磁力 I_2BL が働く。 $\theta = \frac{\pi}{4}$ で、この力のブランコの回転方向成分と重力の回転方向成分がつりあっている。

$$I_2BL\cos\frac{\pi}{4} = Mg\sin\frac{\pi}{4}, \therefore I_2 = \frac{Mg}{BL} \quad (\text{答})$$

(2)

導体棒に対して導線方向外向きに、

$$I_2BL\sin\frac{\pi}{4} + Mg\cos\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}Mg \text{ の力が作用して導体棒は静止している。}$$

ブランコを微小角 δ だけ増やして静かに放すことは、ブランコの傾きを真下にして、微小角 δ の変位を与えることと同じだから、導体棒は単振り子の単振動をする。

ただし、このとき導体棒には重力 Mg の代わりに、 $\sqrt{2}Mg$ が働いている。

重力の加速度 g の代わりに $\sqrt{2}g$ になったとして、

$$\sqrt{2}Mg \text{ が鉛直下向きに働く単振り子の単振動の周期は、} P = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{2}g}} \quad (\text{答})$$

(3)

イ (答)

(1)

$$\text{ブランコの単振動の変位 } x = l\theta, \text{ したがって速さ } v = \frac{dx}{dt} = l\frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi\beta l}{T}\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

$$\text{導体棒が速さ } v \text{ で磁場を横切るときに発生する誘導起電力は } vLB = \frac{2\pi\beta lLB}{T}\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (\text{答})$$

(2)

ブランコは単振動を続けるので、エネルギーの損失はない。したがって、抵抗に電流は流れない。ということは、交流電源の電圧と誘導起電力による電圧とが打ち消し合っている。

$$\text{すなわち両者は、正負が逆で振幅は同じ } \frac{2\pi\beta lLB}{T} \quad (\text{答})$$

(3)

抵抗に電流が流れなくなり、ブランコの最大振れ角は交流電源の電圧によって決まるから、

$$\beta' = \beta \quad (\text{答})$$

< 解説 >

(1)

図1はブランコの断面で、導体棒の中心を通り、棒に垂直な面である。スイッチがどこにもつながれていない場合は、ブランコは単振り子の単振動をする。

電源なしにつながれると、導線と導体棒からなるブランコの回路は閉じた回路になるので、磁場を導体棒が横切ることによって、誘導起電力による電流が流れる。するとブランコの力学的エネルギーが抵抗に発生するジュール熱として消費されるので、振動の振幅がしだいに小さくなりほぼ静止する。

この誘導起電力の元になっているのは、磁場を横切って動く導体棒中の電子に働くローレンツ力である。教科書には、ローレンツ力に基づいて、磁場に垂直な平面内で長さ L の導体棒が棒に垂直な方向に速さ v で動くとき、導体棒内で発生する誘導起電力は $V = vBL$ と説明されている。

別の考え方もある。導体棒と導線からなる回路が磁場中をブランコのように振動する。このとき回路を貫く磁束が変化するので、電磁誘導による起電力が発生し回路に電流が流れる。

この回路を貫く磁束は $\phi = BLs \sin \theta = BLs$ 、ただし $s = l \sin \theta$

$$\text{誘導起電力は } V = -\frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -BL \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\theta = 0 \text{ において, } \frac{\Delta s}{\Delta t} = -v \text{ だから, } V = BLv, \text{ したがって電流は } I_1 = \frac{V}{R} = \frac{vBL}{R}$$

(2)

エネルギー保存の法則により、導体棒が初期にもっていた位置エネルギーを失い、それが抵抗で発生したジュール熱となる。

(3)

抵抗が増すと、抵抗に反比例して電流が減少するので、抵抗でジュール熱として消費される電力が抵抗に反比例して減少する。電力は単位時間に消費されるエネルギーだから、初期の位置エネルギーが減少する時間が長くなる。

(1)

問題図2において、電流は導体棒の左から右へ流れる。磁場に置かれた導体棒に電流を流すと、電流はフレミングの左手の法則による力を磁場から受ける。この力と導体棒に働く重力とがつり合う。重力は回転下向き、電磁力は回転上向きに作用し、これらが等しくなる位置で導体棒は静止する(図2のように、この問題では $\theta = \frac{\pi}{4}$)。

(2), (3)

がこの問題のヒントになる。 $\theta = \frac{\pi}{4}$ でブランコが静止している。このとき図2のように、重力と電磁力の合力 $\sqrt{2} Mg$ が導体棒を導線方向外向きに引っ張る。さらに微小角変位 δ を与えても、図3のようにほぼ $\sqrt{2} Mg$ が導体棒を導線方向外向きに引っ張る(誇張して、 δ をやや大きく書いている)。

これは図4のように、ブランコを真下にして($\theta = 0$)、重力 Mg の代わりに $\sqrt{2} Mg$ が作用してい

と考えることができる。微小角変位 δ を与えると、図1と同じように、短い時間は単振り子の単振動をする。したがって、重力 Mg が働いているときの単振り子の単振動の考え方を使得、 Mg を $\sqrt{2}Mg$ に置き換えれば良い。

と同様に力学的エネルギーは、抵抗のジュール熱として消費されるので、振幅はしだいに小さくなり静止する。

図3を時計回りに $\frac{\pi}{4}$ 回転し、図4のようにすれば図1と同じに扱えるということで、上記のように容易に解答できる。こういう着想ができるということが、物理の思考力でもある。

だが腑に落ちないという読者には、真っ正直な考え方を紹介しよう。図5を参照する。

ブランコの位置 $\theta = \frac{\pi}{4}$ からの微小角変位を $\gamma \leq \delta$ とする。

位置 $\theta = \frac{\pi}{4} + \gamma$ における導体棒に働く電磁力の回転方向成分は $I_2BL\cos\left(\frac{\pi}{4} + \gamma\right)$

重力の回転方向成分は $Mg\sin\left(\frac{\pi}{4} + \gamma\right)$

導体棒に働く力の正方向を回転上方とすれば、導体棒に働く力は

$$\begin{aligned} F &= I_2BL\cos\left(\frac{\pi}{4} + \gamma\right) - Mg\sin\left(\frac{\pi}{4} + \gamma\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\gamma I_2BL - \frac{\sqrt{2}}{2}\gamma Mg \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2}\gamma(I_2BL + Mg) = -\sqrt{2}\gamma Mg \end{aligned}$$

ブランコの回転方向の微小変位は $x = l\gamma$ だから、 $F = Ma = -\frac{\sqrt{2}Mg}{l}x$ 、ただし a は加速度

導体棒に働く力は変位 x に比例し、方向は反対である。したがって導体棒は単振動をする。

単振動の角周波数は $\omega = \sqrt{\frac{\sqrt{2}g}{l}}$ 、周期は $\frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{2}g}}$

すなわち、導体棒が点 P_0 ($\theta = \frac{\pi}{4}$)にあるとき、重力による回転下向きの力と電磁力による回転上

向きの力が釣りあって静止する。点 P_1 ($\theta = \frac{\pi}{4} + \delta$)に導体棒を持ち上げると、重力による回転下向きの

力が電磁力による回転上向きの力より強くなり、微小変位 $x = l\delta$ に比例した力が回転下向きに働く。

したがって、そっと導体棒を放すと、回転下向きに動き始める。導体棒が P_0 を過ぎると、電磁力によ

る回転上向きの力の方が強くなって点 P_2 ($\theta = \frac{\pi}{4} + \delta'$)において速さが0になり、反転して回転上向き

に動く。導体棒に働く力が微小変位 x に比例し方向は逆だから、単振り子のような単振動をする。

$\delta \doteq \delta'$ であるが、力学的エネルギーが抵抗でジュール熱として消費されるぶん δ' は δ より小さくなる。

このように考えることができるが、時間をかなり費やすことになる。

(1)

基本は同じだが、別解を記載する。

ブランコの回路を貫く磁束は $\phi = lLB\sin\theta \doteq lLB\theta$

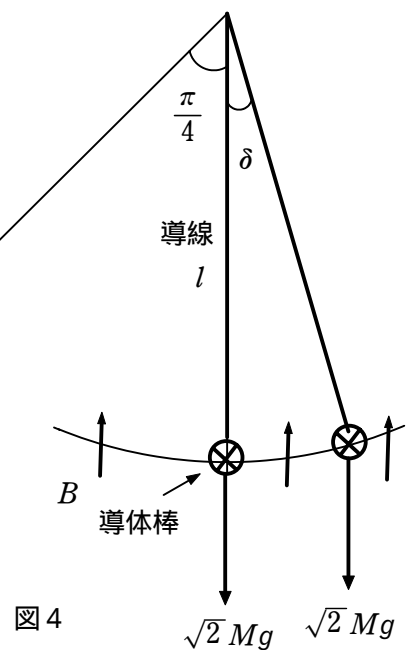
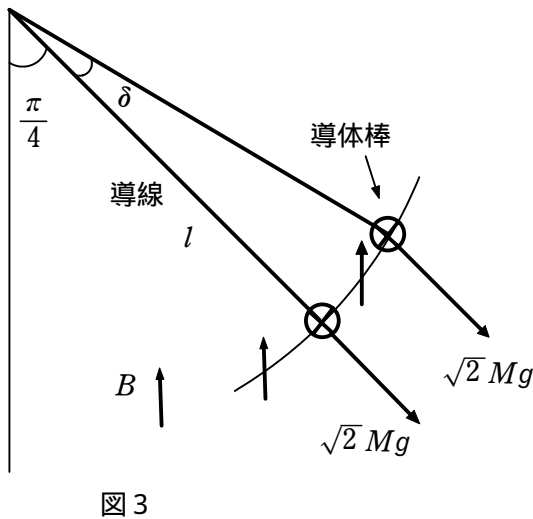
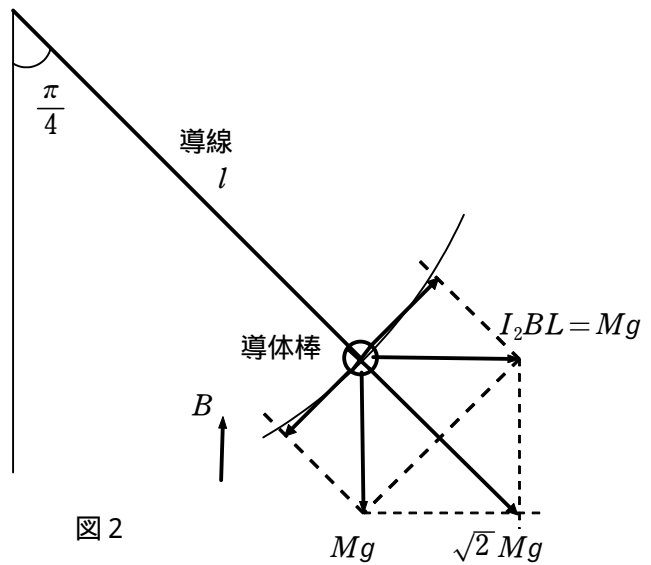
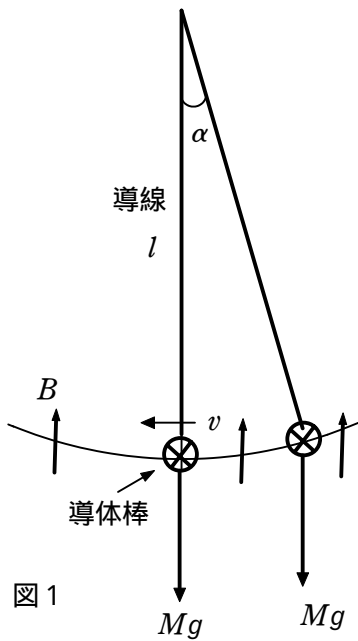
誘導起電力 $V = -\frac{d\phi}{dt} = -lLB\frac{d\theta}{dt} = -\frac{2\pi\beta lLB}{T}\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ (方向は問わないので-の有無は無視)

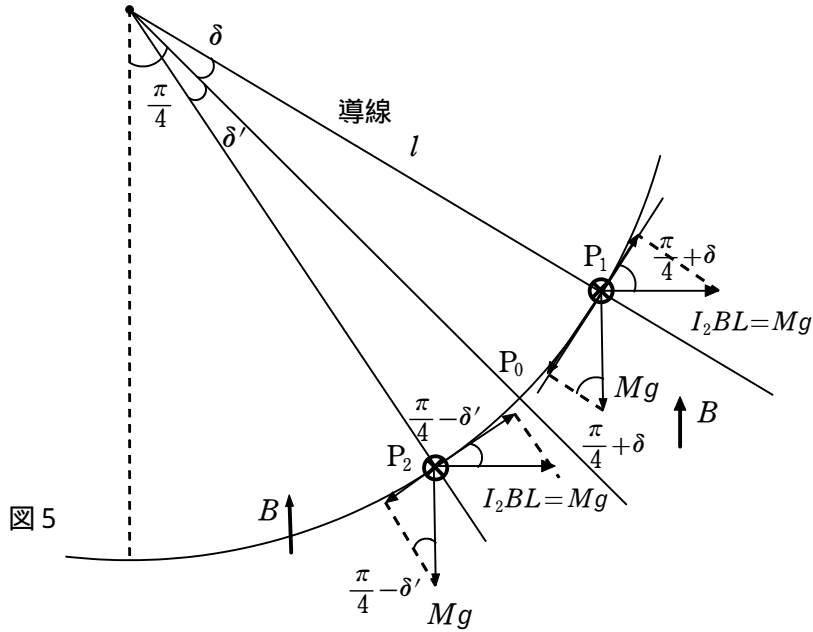
(2)

単振動を続けるということ（つまりエネルギーの消費がないということ），問題文の「… 電磁誘導の効果と，交流電源が接続されていることによる効果がちょうど打ち消し合っている…」ことから，抵抗には電流が流れないことがわかる。したがって，交流電源の電圧と誘導起電力の電圧は正負が逆で振幅が同じになる。

(3)

題意を理解し難い問題である。交流電源を (2)と同じにして，十分に時間が経った後も単振動をしているということは，(2)と同様に抵抗に電流は流れなくなり，同じ誘導起電力を発生しているということである。するとブランコの最大振れ角の大きさは変わらないことになる。





第3問

< 解答 >

(1)

ピストン1を押す両側の力は等しいので, $P_0S + \frac{1}{2}kL = P_1S$, $\therefore P_1 = P_0 + \frac{kL}{2S}$ (答)

ボイル・シャルルの法則により, $\frac{P_0LS}{T_0} = \frac{P_1 \cdot \frac{3}{2}LS}{T_1}$, $\therefore T_1 = \frac{3}{2} \left(1 + \frac{kL}{2P_0S}\right) T_0$ (答)

(2)

単原子分子理想気体だから, 内部エネルギーの変化は,

$$\Delta U = \frac{3}{2} \Delta(PV) = \frac{3}{2} \left\{ \left(P_1 \cdot \frac{3}{2} LS \right) - P_0LS \right\} = \frac{3}{4} P_0LS + \frac{9}{8} kL^2 \quad (\text{答})$$

(3)

気体が膨張して外部にした仕事は, 外側の気体の圧力とばねの力に抗して行ったものだから,

$$W = \frac{1}{2} P_0SL + \frac{1}{2} k \left(\frac{1}{2} L \right)^2 = \frac{1}{2} P_0SL + \frac{1}{8} kL^2$$

熱力学第1法則により $\Delta U = Q_0 - W$ だから, $Q_0 = \Delta U + W = \frac{5}{4} (P_0S + kL)L$ (答)

この過程は断熱自由膨張なので, 仕事もせず熱の出入りもないから, 気体の内部エネルギーは変化しない。したがって, $T_2 = T_1$ (答)

ボイルの法則から, $P_1 \cdot \frac{3}{2} LS = P_2 \cdot \frac{5}{2} LS$, $\therefore P_2 = \frac{3}{5} P_1$ (答)

圧力が P_3 のとき動き始めたとすれば, $P_3S = \frac{1}{2}kL + P_0S = P_1S$, $\therefore P_3 = P_1$

ボイル・シャルルの法則により, $\frac{P_3 \cdot \frac{5}{2}LS}{T_3} = \frac{P_2 \cdot \frac{5}{2}LS}{T_2} = \frac{P_1 \cdot \frac{3}{2}LS}{T_1}$, $\therefore T_3 = \frac{5P_3T_1}{3P_1} = \frac{5T_1}{3}$

ピストン1が動く直前までは仕事をしていないので, 熱力学の第1法則により,

$$Q_1 = \Delta U - W = \Delta U = \frac{3}{2}nR(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}nR(T_3 - T_1) = nRT_1 = \frac{3}{2}P_1LS \quad (\text{答})$$

(1)

ピストン1を外側から押す力は変化してないのだから, ピストン1が動き始めるときのA, B内の気体の圧力は P_1 に等しい。

$$\Delta U_A = \frac{3}{2}\Delta(PV)_A = \frac{3}{2}P_1L_A S - \frac{3}{2}P_2 \cdot \frac{3}{2}LS = \frac{3}{2}P_1L_A S - \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5}P_1 \cdot \frac{3}{2}LS = \frac{3}{2}P_1LS \left(\frac{L_A}{L} - \frac{9}{10} \right)$$

$$\begin{aligned} \Delta U_B &= \frac{3}{2}\Delta(PV)_B = \frac{3}{2}P_1 \left(\frac{5}{2}L - L_A \right) S - \frac{3}{2}P_2LS = \frac{3}{2}P_1 \left(\frac{5}{2}L - L_A \right) S - \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5}P_1LS \\ &= \frac{3}{2}P_1LS \left(\frac{19}{10} - \frac{L_A}{L} \right) \end{aligned}$$

$$\text{したがって, } \Delta U_A + \Delta U_B = \frac{3}{2}P_1LS \quad (\text{答})$$

(2)

領域Aの気体について, 熱力学の第一法則により, $\Delta U_A = W_A$

領域Bの気体について, 熱力学の第一法則により, $\Delta U_B = Q_2 + W_B$

気体Bは気体Aに仕事をし, 気体Aは気体Bによって仕事をされるので $W_B = -W_A$

$$\therefore Q_2 = \Delta U_A + \Delta U_B = \frac{3}{2}P_1LS = Q_1 \quad (\text{答})$$

< 解説 >

(2)

n モルの単原子分子の理想気体の内部エネルギーは $\frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}PV$

したがって, 内部エネルギーの変化 $\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}\Delta(PV)$

このような考え方とは別に, 温度変化を計算して, ΔU を求めると, 計算が煩瑣になる。

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR(T_1 - T_0)$$

気体の状態方程式として, $nRT_1 = \frac{3}{2}P_1LS = \frac{3}{2}(P_0S + \frac{1}{2}kL)L$, $nRT_0 = P_0LS$,

$$\text{したがって, } nR(T_1 - T_0) = \frac{1}{2}P_0LS + \frac{3}{4}kL^2, \therefore \Delta U = \frac{3}{4}P_0LS + \frac{9}{8}kL^2 \quad (\text{答})$$

(3)

熱力学の第1法則を使う。

この過程は断熱膨張だが、領域Aから真空の領域Bへ弁の開口を通して自然に気体が流入して膨張する。外部への仕事をしないから、温度は変化しない。

の過程で低下した圧力 P_2 は、加熱によりピストン1が左に動き始めるのだから、元の圧力 P_1 に戻る。

(1)

内部エネルギーの変化 $\Delta U = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}\Delta(PV)$ を使うことがポイントである。温度変化の計算や領域AとBの気体のモル数を考慮する必要がなくなる。

温度変化によって、この問題を扱うと下記のように、計算がやや煩瑣となる。

$P_4S = \frac{1}{2}kL + P_0S = P_1S$, $\therefore P_4 = P_1$, 気体が n モルとすれば、問題図3-3の領域AとBの気体のモル数は、領域Aは $\frac{3}{5}n$ モル、領域Bは $\frac{2}{5}n$ モルである。

領域Aの気体についてボイル・シャルルの法則により、 $\frac{P_2 \cdot \frac{3}{2}LS}{T_2} = \frac{P_4 L_A S}{T_{4A}}$

$P_4 = P_1$, $P_2 = \frac{3}{5}P_1$, $T_2 = T_1$ だから、 $T_{4A} = \frac{10L_A T_1}{9L}$

$\Delta U_A = \frac{3}{2} \frac{3}{5} nR(T_{4A} - T_2) = \frac{3}{2} \frac{3}{5} nRT_1 \left(\frac{10L_A}{9L} - 1 \right) = nRT_1 \left(\frac{L_A}{L} - \frac{9}{10} \right)$

領域Bの気体についてボイル・シャルルの法則により、 $\frac{P_2 LS}{T_2} = \frac{P_4 \left(\frac{5L}{2} - L_A \right) S}{T_{4B}}$

$T_{4B} = \frac{5 \left(\frac{5L}{2} - L_A \right) T_1}{3L} = \frac{5}{3} \left(\frac{5}{2} - \frac{L_A}{L} \right) T_1$

$\Delta U_B = \frac{3}{2} \frac{2}{5} nR(T_{4B} - T_2) = nRT_1 \left(\frac{19}{10} - \frac{L_A}{L} \right)$

(2)

領域AとBの気体からなる系は、外部に対して仕事をしていないので、与えられた熱量 Q_2 は気体の内部エネルギーの増加になる。

の過程と の過程は異なる過程であるが、始点が状態X、終点がピストン1が動き始める状態ということで、始点、終点の状態が同じで外部とは断熱である。

したがって計算するまでもなく、 $Q_2 = Q_1$ である。本問題によって、このことを確認できる。

< 総評 >

第1問が運動と力学，第2問が電磁気，第3問が気体の問題である。

いずれも解法には的確な物理解解に基づく着眼，着想が必要であることは例年通りである。しかし，教科書が教える範囲を逸脱するものではない。だから，まずは教科書が教えることを，しっかり学び，わからないところの理解に努めることが大事である。

今年の問題は，例年に比べて，煩瑣な計算を必要としない。その分，着眼（解答のための目のつけどころ）が重要になっているような気がする。

第1問

摩擦力を扱う良く工夫された問題である。

ばねによる単振動の基本的な問題だから，着実に正答したい。運動方程式を的確に記述する。そしてこの問題が の布石になっていることに， の問題を扱う中で気がつきたい。難易度はB -。

では摩擦のある面での運動を扱う。積木1，2の運動方程式を的確に記述しよう。そうすれば，積木1の加速度 a を誤りなく表現したとき，(2)の表式と同じであることに気がつくこと，幸いである。なにしろ，ばねの問題から摩擦の問題に変わって，あれれと思って夢中になってしまうと，うっかり誘導的に問題が構成されることを忘れてしまうのである。この私がそうだったから，受験生は大丈夫だったろうか。しかも，摩擦力が働く動作が単振動と結びつくとは，気がつきにくい。

この気づきがないまま考えていると，解答方針がわからなくて難しいと感じるだろう。そのときは，前問にヒントがないか，問題が誘導的に構成されていないか，冷静に振り返ることだ。難易度は(1)はB，(2)はA，(3)はB +。それにしても，受験生の物理思考力を問う，このような問題を上手に考えたものだと感心する。確かに動摩擦力は粗い面を動いた変位に比例して大きくなり，変位とは逆方向に働くからばねの力と同じ表式になる。

は静止摩擦に関する問題である。難しい式の記述等は必要ないが，摩擦という概念に対する的確な知識が問われる。動き始める直前の引っ張る力は，静止摩擦力に等しいということを理解していなければならない。そして，上に乗る積木には反作用として，2つの積木の間の静止摩擦力が引っ張る力として働くことも理解していなければならない。ややこしいので，頭を整理して冷静に対応しよう。難易度は(1)はB，(2)はA -。

第2問

磁場に垂直に振動する導体棒ブランコにおける電磁誘導に関する問題で，煩瑣な計算は必要としないが，着想や気づきが必要で，それだけに難しい。

ではブランコの回路に電源がない場合を扱う。

(1)は誘導起電力によって電流が流れ，抵抗によって電力がジュール熱となって消費される。電磁誘導の基本的な考え方，エネルギー保存の法則などの理解が必要な問題である。難易度はB -。(2)はエネルギー保存の法則を考えれば良い。難易度B -。(3)は抵抗による電力消費がジュール熱となることを理解しておくこと。難易度B。

ではブランコに直流電源を直列につないだ場合を扱う。

(1)は磁場中を流れる電流に働く力と重力とのつり合いを考える。難易度B -。(2)は と同様に，重

力が $\sqrt{2}$ 倍になった単振り子の単振動と考える，という着想をもつことができれば，容易に扱える。この着想がないと難しくなる。難易度A。(3)も と同様に考えることができれば良い。

では，直流電源の代わりに交流電源をつなぐ。

(1)では，ブランコは磁場を横切って，単振動の単振り子をする。速さ v ，長さ L の導体棒が磁束密度 B の磁場を横切るときの誘導起電力の式を思い出そう。難易度B。(2)では問題文を的確に読み込み，単振動が持続していることの原因を考えよう。答は半ば与えられている。難易度B-。(3)では，この問題設定の物理過程と問題文を的確に読み込み，(2)と同じ結果になることに気付きたい。やや難しいので，難易度B+。

第3問

シリンダー内の単原子分子の理想気体の状態変化に関する問題で，ボイルの法則，ボイル・シャルルの法則，熱力学第1法則などを駆使することが必要である。

では内部エネルギーの表式に対する理解が必要だ。難易度B。

では，この過程を的確に理解し，状態 X を正しく把握しないと， ， の正答を得ることができない。断熱自由膨張で，熱の出入りがなく，仕事をしないということから，温度が変化しないことに気づきたい。難易度B+。

は容易だから， が正答ならば，正答できるだろう。難易度B-。

では，状態 X から状態 になることと，状態 になることは同じであることに気づくと良い。気体の内部エネルギーに関する的確な理解が必要である。難易度B。

171119