2018（H30)年度　京都大学　入学試験　物理解説

物　　理　　　　　　　　　　　　（３問題　100点）

物理問題　Ⅰ

＜解答＞

(1)　ア $\dfrac{mg}{k}$　イ $\dfrac{m}{k}$　ウ g　エ ③

(2)　オ $\sqrt{\dfrac{mg}{c}}$　カ $\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{m}{cg}}$

(3)　キ 5.8 m/s　ク 8.2 m/s　ケ 0.3 s　コ ④

(4)　サ vS　シ $-\rho S$

問１

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{8.2}{5.8}\fallingdotseq 1.4,\ \text{終端速度が } v_f \text{ なら } \frac{v_2}{v_1}=\frac{m_2}{m_1}=2$$

終端速度が v_t なら $\dfrac{v_2}{v_1}=\sqrt{\dfrac{m_2}{m_1}}=\sqrt{2}\fallingdotseq 1.4$

したがって終端速度はv_tだから，抵抗力の大きさは速さの2乗に比例している。

＜解説＞

(1)　ア

終端速度において等速運動になるので $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=0$，したがって$mg-kv=0$，$\therefore\ v_f=\dfrac{mg}{k}=$ア

イ

$\Delta v=\Delta\overline{v}$だから，$\dfrac{\Delta\overline{v}}{\Delta t}=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{k}{m}(v_f-v)=\dfrac{k}{m}(-\overline{v})=-\dfrac{\overline{v}}{\frac{m}{k}}=-\dfrac{\overline{v}}{\text{イ}}$，$\dfrac{m}{k}=$イ$=\tau_1$

ウ

$$v_f=\frac{mg}{k}=g\times\tau_1=\text{ウ}\times\tau_1$$

エ

終端速度からのずれの時間変化は，$\dfrac{\Delta\overline{v}}{\Delta t}=-\dfrac{\overline{v}}{\frac{m}{k}}$だから，$\overline{v}$の正負に関して対称，かつ$\left|\dfrac{\Delta\overline{v}}{\Delta t}\right|$は

$|\overline{v}|$が大きいときに大きいから，速度vの変化を表すグラフは③

(2)　オ

終端速度において等速運動になるので $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=0$，したがって$mg-cv^2=0$，$\therefore\ v_t=\sqrt{\dfrac{mg}{c}}=$オ

カ

$$\frac{\Delta\overline{v}}{\Delta t}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=g-\frac{c}{m}v^2=g-\frac{c}{m}(v_t+\overline{v})^2=g-\frac{c}{m}{v_t}^2-\frac{2c}{m}v_t\overline{v}-\frac{c}{m}\overline{v}^2=-\frac{2c}{m}v_t\overline{v}$$

ただし，ここで$g-\frac{c}{m}{v_t}^2=0$，$\frac{2c}{m}v_t\overline{v}+\frac{c}{m}\overline{v}^2=\frac{c}{m}v_t\overline{v}\left(2+\frac{\overline{v}}{v_t}\right)\fallingdotseq\frac{2c}{m}v_t\overline{v}$を用いた。

$$\frac{\Delta\overline{v}}{\Delta t}=-\frac{2c}{m}v_t\overline{v}=-2\sqrt{\frac{cg}{m}}\,\overline{v}=-\frac{\overline{v}}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{cg}}}=-\frac{\overline{v}}{\tau_2},\quad\therefore\ \tau_2=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{cg}}$$

(3)

図２より，グラフは直線になっているから，終端速度に達していることがわかる。表１から，1 s 間の落下距離はそれぞれ，5.8 m/s，8.2 m/sである。

したがって，v_1= 5.8 m/s＝キ，v_2= 8.2 m/s＝ク

問１

終端速度は，抵抗力が速さに比例する場合は質量に比例し，速さの2乗に比例する場合は$\sqrt{質量}$に比例することがア，オからわかっている。そこで，$v_2／v_1$を計算し，質量か$\sqrt{質量}$のどちらに比例するかを確認する。

ケ

$v_t=\sqrt{\frac{mg}{c}}$だから，$\tau_2=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{cg}}=\frac{v_t}{2g}=\frac{5.8}{2\times9.8}\fallingdotseq$ 0.3 s

コ

緩和時間は終端速度に近づく時間の目安で，$\sqrt{m}$に比例する。したがって，質量 m_2=2.0 kgの物体の緩和時間は約 0.3 s×1.4＝0.42 sである。緩和時間は速度の直線的な増加が抑えられ始める時間と考えられる。

0.3 s，0.4 sで曲線的な速度上昇になり，m_1の方がm_2よりも早く終端速度に達するグラフは④。

サ

断面積Sが単位時間にv進むので，時間Δtの体積は$vS\Delta t$。

したがって$\Delta m=\rho\times vS\times\Delta t=\rho\times$ サ$\times\Delta t$

シ

Δt時間前後の運動量保存の法則により，

$mv=m(v+\Delta v)+\Delta m(v+\Delta v)=m(v+\Delta v)+\rho\times vS\times\Delta t(v+\Delta v)=m(v+\Delta v)+\rho\times v^2S\times\Delta t$

ここで，$\Delta t\Delta v$の項は微小として無視した。

したがって，$m\frac{\Delta v}{\Delta t}=-\rho S\times v^2=$シ$\times v^2$

物理問題　Ⅱ

＜解答＞

(1)

イ $\frac{l}{v_0}$　ロ $\frac{eV}{2dm}\left(\frac{l}{v_0}\right)^2$　ハ $\sqrt{{v_0}^2+\left(\frac{elV}{dmv_0}\right)^2}$　ニ $\frac{elV}{2dm{v_0}^2}(l+2L)$　ホ $\frac{lV}{4dV_p}(l+2L)$

(2)

ヘ $\sqrt{\dfrac{2eVy}{dm}}$　ト $\dfrac{2mV}{edB^2}$　チ $-\dfrac{eV}{dm}$　リ ①

(3)

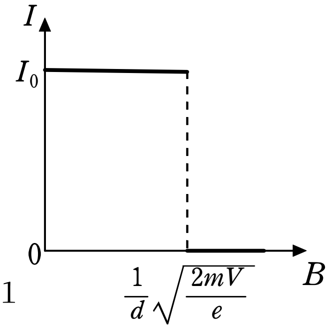

図１

＜解説＞

(1)　イ

x軸方向の速さはv_0だから，$x=l$の点Pに到達する時刻は $t=\dfrac{l}{v_0}=$イ

ロ

領域１にはy軸方向に電場 $E=-\dfrac{V}{d}$ が働くから，電子に$(-e)\times\left(-\dfrac{V}{d}\right)=\dfrac{eV}{d}=ma$の力が働き，加速度は$a=\dfrac{eV}{dm}$。

y方向の初速は0だから，時刻 t におけるy方向の変位の大きさは $y=\dfrac{1}{2}at^2=\dfrac{eV}{2dm}\left(\dfrac{l}{v_0}\right)^2=$ロ

ハ

y方向の速さはatだから，速さは$\sqrt{{v_0}^2+(at)^2}=\sqrt{{v_0}^2+\left(\dfrac{elV}{dmv_0}\right)^2}=$ハ

ニ

電子がPからQに到達するまでの時間をt_{PQ}とすれば,

点Qのy座標は$\dfrac{eV}{2dm}\left(\dfrac{l}{v_0}\right)^2+att_{PQ}=\dfrac{eV}{2dm}\left(\dfrac{l}{v_0}\right)^2+\dfrac{elLV}{dm{v_0}^2}=\dfrac{elV}{2dm{v_0}^2}(l+2L)=$ニ

ただし電子がPからQに到達するまでの時間は$t_{PQ}=\dfrac{L}{v_0}$

ホ

電子は電圧 V_p によって加速され，$\dfrac{1}{2}m{v_0}^2=eV_p$ のエネルギーをもつから，${v_0}^2=\dfrac{2eV_p}{m}$

したがってニは $\dfrac{elV}{2dm{v_0}^2}(l+2L)=\dfrac{lV}{4dV_p}(l+2L)=$ ホ

(2)　ヘ

磁界は電子の速度の直角方向に電子を曲げるので，速さを変えることはない。

電界をEとして，電子のy方向の運動方程式は $ma=-eE=-e\times\left(\dfrac{-V}{d}\right)=\dfrac{eV}{d}$，したがって任意の座

標yにおける速さは$v_y^2 = 2ay = \frac{2eVy}{dm}$，∴ $v_y = \sqrt{\frac{2eVy}{dm}}$ = ヘ

ト

　y_Uにおける速さは上記の ヘ において$y = y_U$として，$\sqrt{\frac{2eVy_U}{dm}} = \frac{2V}{Bd}$だから，$y_U = \frac{2mV}{edB^2}$ =ト

チ

　電子に働く電界による力は，y方向に$f_E = \frac{eV}{d}$，

電子のx方向の速さが$\frac{2V}{Bd}$で，y方向の速さは0だから，

磁界が電子に及ぼす力はy方向に，$f_B = -e\left(\frac{2V}{Bd}\right)B = -\frac{2eV}{d}$

したがって電子の運動方程式はy方向に$ma = f_E + f_B = \frac{eV}{d} - \frac{2eV}{d} = -\frac{eV}{d}$

したがって加速度は$a = -\frac{eV}{dm}$= チ

リ

　正のイオンはy軸負方向に電界の力を受けるので，静止していた正のイオンはy軸負方向に動き始める。するとフレミングの左手の法則により，正イオンはx軸正方向に電磁力を受ける。リ：①

ヌ

　この問題において電子とイオンでは，電荷の絶対値が同じで符号が逆，質量がmとM（$m < M$）である。イオンが陰極に最接近する位置の陰極からの距離$(d - y_W)$は，問題トにおいてmをMに，y_Uを$d - y_W$に置き換えれば良い。

　すなわち $d - y_W = \frac{2MV}{edB^2}$，したがって $d - y_W - y_U = \frac{2V}{eB^2 d}(M - m) > 0$,

∴ $y_U < d - y_W$　すなわち ヌ：①

　この問題で，本文中に電子の「x軸方向の速さが$\frac{2V}{Bd}$であった」と天下りに与えられている。イオンにおいても「x軸方向の速さが$\frac{2V}{Bd}$」として考えることがポイントである。3択問題だから，解答のプロセスや論理が求められているわけではない。電子とイオンの電荷の絶対値がeで同じだから，両者に働く電界と磁界の力の大きさは同じとして，問題トの式を変形してイオンに適用することを直感したい。

　x軸方向の速さが同じであれば，エネルギー保存の法則によって解を容易に導くことができる。電子およびイオンについて，電界がした仕事と運動エネルギーが等しい。

　イオンについて$\frac{Mv_M^2}{2} = (d - y_W)\frac{eV}{d}$，電子について$\frac{mv_m^2}{2} = y_U\frac{eV}{d}$

$v_M = v_m$，$M > m$だから，$(d - y_W)\frac{eV}{d} > y_U\frac{eV}{d}$，∴ $y_U < d - y_W$

　参考までにイオンにおいてもx軸方向の速さが$\frac{2V}{Bd}$であることは，以下のように導くことができる。

　電子が最も陽極に近づいたとき（電子の位置のy座標がy_U），電子はx方向にのみ速度成分をもち，

それをv_mとする。

電界がした仕事と運動エネルギーのエネルギー保存の法則により，$\dfrac{eVy_U}{d}=\dfrac{1}{2}mv_m{}^2$

したがって，$\dfrac{mv_m{}^2}{y_U}=\dfrac{2eV}{d}$　①，ここで$v_m=\dfrac{2V}{Bd}$とすれば，$\dfrac{2eV}{d}=ev_mB$　②

②の右辺はx方向の速さv_mの電子に働くy軸方向の磁界の力だから，①の左辺は磁界による電子の円運動の向心力となる。$y_U=\dfrac{2mV}{eB^2d}$は円運動の半径に相当する。

するとイオンについても同様に，イオンが最も陰極に近づいたとき（イオンの位置のy座標がy_W），イオンはx方向にのみ速度成分をもち，それをv_Mとする。

イオンの円運動の向心力は，電子と同様に$\dfrac{Mv_M{}^2}{d-y_W}=\dfrac{2eV}{d}=ev_MB$，したがって$v_M=\dfrac{2V}{Bd}$となる。

この結果，$d-y_W=\dfrac{2MV}{eB^2d}$が得られる。

(3)

磁束密度を増加させると，電子がしだいに大きく曲げられる。

電子が陽極に最接近する位置y_Uが$y_U=\dfrac{2mV}{edB^2}< d$になると，電子は陽極に到達しなくなるので，電流は陽極に流れない。すなわち，$B>\dfrac{1}{d}\sqrt{\dfrac{2mV}{e}}$では$I=0$となる。

したがって，電流Iを磁束密度Bの関数としてグラフに示すと，図１のようになる。

ここで注意したいのは，問題文中に「・・・磁束密度を徐々に増加させると，Iが変化した。」との表現があることだ。磁束密度を徐々に増加させることにより，電流が徐々に変化するかのように理解すると，図１のような当たり前の図を描けなくなってしまう。試験の最中では，まずは図１を描いて，時間の余裕があれば，図１を見直してみよう。磁束密度の徐々な変化に対する電流の徐々な変化を考えることは容易ではない。

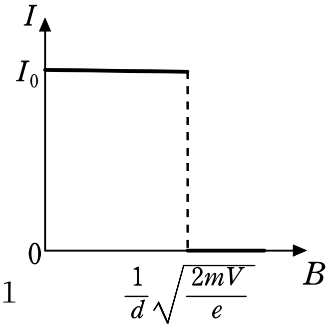

図１

物理問題　III

<解答>

(A)　あ $mn_lS\Delta z$　い $-mgn_l\Delta z$　う $\dfrac{mg}{kT}$　え $P_0e^{-\frac{mgz}{kT}}$　お $\dfrac{P_0e^{-\frac{mgz}{kT}}}{kT}$

問1

気体分子の位置エネルギーの総和は$\displaystyle\sum_{l=1}^{\infty} mgz_ln_lS\Delta z=mgS\sum_{l=1}^{\infty} l\Delta zn(z_l)\Delta z$　①

$$l\Delta zn(z_l)\Delta z=l\frac{P_0e^{-\frac{mg}{kT}l\Delta z}}{kT}(\Delta z)^2=\frac{P_0}{kT}(\Delta z)^2le^{-\frac{mg}{kT}l\Delta z}=\frac{P_0}{kT}(\Delta z)^2le^{-l\alpha},\ \alpha=\frac{mg}{kT}\Delta z$$

したがって，$\displaystyle\sum_{l=1}^{\infty} l\Delta zn(z_l)\Delta z=\frac{P_0}{kT}(\Delta z)^2\sum_{l=1}^{\infty} le^{-\frac{mg}{kT}l\Delta z}=\frac{P_0}{kT}(\Delta z)^2\left(\frac{kT}{mg\Delta z}\right)^2=\frac{P_0kT}{(mg)^2}$　②

$\displaystyle\lim_{\Delta z\to 0}\frac{mg}{kT}\Delta z=\lim_{\Delta z\to 0}\alpha$ は1よりも十分小さな正の数になるから，$\Delta z\to 0$ において下記を用いた。

$$\sum_{l=1}^{\infty} le^{-\frac{mg}{kT}l\Delta z}=e^{-\alpha}+2e^{-2\alpha}+3e^{-3\alpha}+\cdots=\frac{e^{\alpha}}{(e^{\alpha}-1)}\fallingdotseq\frac{1}{\alpha^2}=\frac{1}{\left(\frac{mg\Delta z}{kT}\right)^2}=\left(\frac{kT}{mg\Delta z}\right)^2$$

気体分子の位置エネルギーの総和は ① に ② を代入して，$\left(\dfrac{P_0S}{mg}\right)kT$となる。

(B)　か $\dfrac{P_0S}{mg}$　き $\dfrac{3}{2}kT$　く kT　け $\dfrac{5}{2}kT$　こ $\dfrac{5}{2}k$　さ ① 大きい

(C)　し $\dfrac{Mg}{S}$　す $\dfrac{kT}{gh}\log_e\left(\dfrac{P_BS}{Mg}\right)$　せ 7×10^{-26} kg

<解説>

(A)　あ

体積が$S\Delta z$，数密度がn_l だから気体分子の数は $n_lS\Delta z$，この微小領域にある気体の質量は

$mn_lS\Delta z=$あ。

い

P_{l+1}と微小領域$S\Delta z$の圧力がP_lとつりあっているのだから，$P_{l+1}S+mgn_lS\Delta z=P_lS$

したがって，$P_{l+1}-P_l=-mgn_l\Delta z=$い　(1)

う

理想気体の状態方程式は$P_l\Delta V=P_lS\Delta z=\dfrac{n_lS\Delta z}{N_A}RT=n_lS\Delta zkT$，$\therefore\ P_l=n_lkT$　(2)

ただし，N_Aはアボガドロ数。

$n_l=\dfrac{P_l}{kT}$を(1)に代入して，$P_{l+1}-P_l=-mgn_l\Delta z=-\dfrac{mg}{kT}\times\Delta zP_l=-$う$\times\Delta zP_l$　(3)

え

$P_{l+1}=P(z_{l+1})$，$P_l=P(z_l)$とすれば，$P_{l+1}-P_l=P(z_{l+1})-P(z_l)=P(z_l+\Delta z)-P(z_l)$

$z_l=z$として考えると，(3)から，$\dfrac{P(z+\Delta z)-P(z)}{\Delta z}=-\dfrac{mg}{kT}P(z)=-aP(z)$　(4′)

解は$P(z)=P(0)e^{-az}=P_0e^{-\frac{mgz}{kT}}=$ え　(5)

お

$n_l=n(z_l)$として，$z_l=z$として考えると，$n(z)=\dfrac{P(z)}{kT}=\dfrac{P_0e^{-\frac{mgz}{kT}}}{kT}=$ お　(6)

問１

高さz_lにある気体分子の重力による位置エネルギーは mgz_l

高さz_lを含む微小な幅 Δz の中の気体分子の密度は $n_l \fallingdotseq n(z_l)$

その中に含まれる分子の数は $Sn(z_l)\Delta z$ ，それらの位置エネルギーは $mgz_l\times Sn(z_l)\Delta z$

したがって，気体分子の位置エネルギーの総和は $\sum_{l=1}^{\infty} mgz_l n_l S\Delta z=mgS\sum_{l=1}^{\infty} l\Delta z n(z_l)\Delta z$

(B)

か

気体分子の総数をNとすれば，底面には気体の全質量Nmに比例した圧力 $P_0=\dfrac{Nmg}{S}$ がかかる。

したがって，$N=\dfrac{P_0S}{mg}=$か　(7)

き

容器内の温度 T が一定で，気体分子１個の運動エネルギーは $\dfrac{3}{2}kT$ だから，円筒内の単原子気体分子の運動エネルギーの総和は,

$$き\times N=\frac{3}{2}kT\times N \quad (8)$$

く

円筒内の気体分子の位置エネルギーの総和は，問１と式(7)より,

$$\left(\frac{P_0S}{mg}\right)kT=kT\times N=く\times N \quad (9)$$

け

円筒内の気体分子の力学的エネルギーの総和は(8)と(9)の和だから,

$$E=\frac{3}{2}kT\times N+kT\times N=\frac{5}{2}kT\times N=け\times N \quad (10)$$

こ

1粒子あたりの比熱，すなわち温度１K あげるために必要な気体分子1個あたりのエネルギーは(10)式を用いて，$c=\dfrac{1}{N}\dfrac{\Delta E}{\Delta T}=\dfrac{5}{2}k=$ こ

さ

これは，重力場がない時の体積一定の容器に閉じ込めた単原子理想気体の１粒子あたりの比熱 $\dfrac{3}{2}k$ と比較して，{ さ：① 大きい }　である。

重力場がないとき単原子理想気体の１粒子あたりの比熱は(8)を用いて，$c=\dfrac{1}{N}\dfrac{\Delta E}{\Delta T}=\dfrac{3}{2}k$ である。

(C)

し

質量Mによるピストン上面の圧力と気体によるピストン下面の圧力がつり合うことから，

$$P(h)=\frac{Mg}{S}=\text{し}\quad(11)$$

す

(5)式において，$z=h$，$P_0=P_B$とおけば，$P(h)=P_Be^{-\frac{mgh}{kT}}$。(11)と等しいので $\frac{Mg}{S}=P_Be^{-\frac{mgh}{kT}}$

したがって，$m=\frac{kT}{gh}\log_e\left(\frac{P_BS}{Mg}\right)=\text{す}\quad(12)$

せ

(12)式に与えられた数値を代入して，

$$m=\frac{kT}{gh}\log_e\left(\frac{P_BS}{Mg}\right)=\frac{1.4\times10^{-23}\times300}{9.8\times30}\log_e\left(\frac{1005}{1000}\right)=\frac{1.4\times10^{-23}\times300}{9.8\times30}\log_e(1+0.005)$$

$$\fallingdotseq\frac{1.4\times10^{-23}\times300}{9.8\times30}\times0.005\fallingdotseq7\times10^{-26}\,\mathrm{kg}=\text{せ}$$

与えられた数値は基本単位すなわち m，kg，s で与えられているから，質量の単位はkg である。

＜総評＞

例年通り，文章を読み進みながら，要所の $\boxed{}$ に適切な式または値を求める。力と運動，電磁気，気体分子の運動の３分野からの出題である。物理事象を説明する長文を読み込む必要があるが，当然ながら論理的に記述されていて，決して難解なものではない。

頭と心をフル回転させて，粘り強く，迅速に取り組もう。

問題Ⅰ

速度および速度の2乗に比例する抵抗力が発生する場合の運動に関する問題。それぞれの運動方程式から終端速度を求める長文を読みながら，要所の式や値を求めていく。きちんと読み込んでいけば，特段に難しいところはない。

とはいえ，グラフの選択にしても，しっかりとした物理的な思考が必要なことは言うまでもない。速さの2乗に比例する抵抗力の導出過程は面白いと思うが，いかがであろうか。難易度はB。

問題Ⅱ

荷電粒子に対する電界，磁界の作用に関する問題。(1)は平板電極間を通過する荷電粒子の運動で，特段の難しさはない。難易度Ｂ－

(2)はさらに磁界が加わった場合の運動で，磁界の作用とそれによる現象に対する的確な理解と思考が必要である。特に，イオンの運動を電子の運動と同様に扱うことができ，電極に最近接したときの速度が同じであることを理解することが難しい。論理的に思考を積み重ねるより，直感的にそのように判断すれば正答に至るのだから，入試という仕組みは辛いところだ。難易度Ｂ＋。

(3)は(2)を考慮することによって，容易に考えることができる。考え過ぎないようにしたい。

問題Ⅲ

円筒内の一原子分子の理想気体の密度分布，圧力分布，重力による位置エネルギーの総和，1粒子あ

たりの比熱等を求める問題。事象を説明する長文を読み進めながら，要所要所の式や値を求めていく。

物理事象を高校物理が教える内容の範囲内で説明するという，京大の物理の入試問題の特徴がよく現われている。物理の思考過程に沿って記述されているので，長文であるが難解だと思い込んで腰を引かないようにしたい。難易度はＢ＋。

190504