# 平成 30 年度入学試験問題

# 数　　学（理，医，歯，工学部）

## 注意事項

1　この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはならない。

2　問題冊子は，全部で5ページある。（落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は申し出ること。）

別に解答用紙がある。

3　**解答はすべて，問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。**

4　受験番号は，各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。

5　受験学部，学科，選抜方法により解答すべき問題（○印），解答用紙の枚数及び解答時間は，下表のとおりである。

| 受験学部（学科，選抜方法） | 解答すべき問題（○印） | | | | | 解答用紙の枚数 | 解答時間 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| 理学部（選抜方法A）及び工学部 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | 5枚 | 120分 |
| 理学部（選抜方法B，C）及び医学部（保健学科） | ○ | ○ | ○ | ○ | | 4枚 | 90分 |
| 医学部（医学科）及び歯学部 | | ○ | ○ | ○ | ○ | 4枚 | 90分 |

6　下書きは，問題冊子の余白を使用すること。

7　問題冊子は，持ち帰ること。

**1** $\mathrm{OA}=\sqrt{7}$，$\mathrm{OB}=\sqrt{5}$，$\mathrm{AB}=\sqrt{6}$ の $\triangle\mathrm{OAB}$ の外接円の中心を C とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ として，次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$，$\vec{a}\cdot\vec{c}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}$ を求めよ。

(2) $\vec{c}=s\vec{a}+t\vec{b}$ をみたす実数 $s$，$t$ を求めよ。

(3) 点 O を座標平面上の原点にとり，点 A の座標を $\left(0,\sqrt{7}\right)$ とする。このとき点 B，C の座標をそれぞれ求めよ。ただし，点 B は第 1 象限にあるとする。

## 2

袋Aには赤玉2個と白玉5個，袋Bには赤玉2個が入っている。まず，袋Aから3個の玉を同時に取り出し，玉の色は確認せず，そのまま袋Bに入れ，よくかき混ぜて，袋Bから2個の玉を同時に取り出す。次の問いに答えよ。

(1) 袋Aから取り出された3個の玉が，赤玉1個と白玉2個である確率，白玉3個である確率をそれぞれ求めよ。

(2) 袋Bから取り出された玉が2個とも白玉である確率を求めよ。

(3) 袋Bから取り出された玉が2個とも白玉であったとき，袋Bに白玉が残っている条件付き確率を求めよ。

**3** 座標平面上に点 $\mathrm{O}(0,0)$，$\mathrm{A}(0,1)$，$\mathrm{B}(-1,1)$，$\mathrm{C}(-1,0)$，$\mathrm{P}(t,0)$ がある。ただし，$t$ は正の実数である。また，線分 OA 上の点および線分 BC 上の点を通る直線 $\ell : y = ax + b$ がある。次の問いに答えよ。

(1) 直線 $\ell$ が正方形 OABC の面積を 2 等分するとき，$a$ を $b$ を用いて表せ。

(2) 直線 $\ell$ が正方形 OABC の面積を 2 等分し，さらに直角三角形 OAP の面積を 2 等分するとき，$b$ を $t$ を用いて表せ。

(3) $t \to +0$ および $t \to \infty$ のときの (2) で求めた $b$ の極限値をそれぞれ求めよ。

# 4

座標平面上の $x > 0$ の領域において，2つの曲線 $C_1 : y = \dfrac{\log x}{x}$ と $C_2 : y = \dfrac{k}{x}$ を考える。ここで，$k$ は正の実数である。曲線 $C_1$ と曲線 $C_2$ はただ1つの交点をもつので，その $x$ 座標を $a$ とする。$a$ が $1 < a < e$ の範囲にあるとき，次の問いに答えよ。ただし，$e$ は自然対数の底である。また，必要ならば $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてもよい。

(1) $k$ の値の範囲を求めよ。

(2) 曲線 $C_1$，曲線 $C_2$，直線 $x = 1$ および直線 $x = e$ によって囲まれる図形の面積 $S$ を $k$ を用いて表せ。

(3) 面積 $S$ の最小値とそのときの $k$ の値を求めよ。

**5** 自然数 $n$ に対して，関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = \frac{1}{x^2 - x + 1} - \sum_{k=0}^{n} (-x)^{3k}(1+x)$$

と定める。ただし，$(-x)^{3k}$ は $k=0$ のとき $1$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $f_n(x) = (-1)^{n+1}\dfrac{x^{3n+3}}{x^2 - x + 1}$ を示せ。

(2) $\left| \displaystyle\int_0^1 f_n(x)\, dx \right| \leqq \dfrac{4}{3(3n+4)}$ を示せ。

(3) 無限級数

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left( \frac{1}{3k+1} + \frac{1}{3k+2} \right)$$

の和を求めよ。