2018（H30）年度　東京工業大学　入学試験　物理解説

$\boxed{1}$ (50点)　　　　120分

＜解答＞

[A] (a)

重心の定義により，$x_G=\dfrac{mx_Q+Mx_P}{m+M}$　（答）

(b)

$\varDelta x_P=$（ア）$=V\varDelta t$，$\varDelta x_Q=$（イ）$=v\varDelta t$

時刻$t=0$において物体Pと小球Qは静止しているので，運動量は0である。

運動量保存の法則により，$MV+mv=0$（ウ）という関係式が成り立つ。

したがって，$M\dfrac{\varDelta x_P}{\varDelta t}+m\dfrac{\varDelta x_Q}{\varDelta t}=0$，$\therefore M\varDelta x_P+m\varDelta x_Q=0$，$\therefore \varDelta x_G=0=$（エ）

(c)

$t=0$ において，$x_P=0$，$x_Q=-R$，$\therefore x_G=\dfrac{-mR}{m+M}$

$t=t_r$において，$x_Q-x_P=R$だから，$x_G=\dfrac{mx_Q+M(x_Q-R)}{m+M}$

(b)の結果からx_Gは変化しない。

したがって，$-mR=mx_Q+M(x_Q-R)$，$\therefore x_Q=\dfrac{M-m}{M+m}R$　（答）

[B] (d)

力学的エネルギー保存の法則により，小球の運動エネルギーは失った重力の位置エネルギーに等しいから，$\dfrac{1}{2}mv^2=mgR\sin\theta$，$\therefore v=\sqrt{2gR\sin\theta}$　（答）

(e)

小球が最下点のとき$\theta=\dfrac{\pi}{2}$だから，(d)において$\theta=\dfrac{\pi}{2}$とすれば，$v_1=\sqrt{2gR}$　（答）

時刻t_2 において，小球が上昇から下降に転じたということは鉛直方向の速さが0

すると，小球と物体は水平方向に同じ速さv_2で動いていることになる。

時刻t_1，t_2 における水平方向の運動量保存の法則から，

$mv_1=mv_2+Mv_2$，$\therefore v_2=\dfrac{mv_1}{m+M}=\dfrac{m}{m+M}\sqrt{2gR}$　（答）

(f)

時刻$t=t_2$における小球の最下点からの高さは$R-R\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{2}\right)=R(1-\sin\theta)$

時刻0とt_2における力学的エネルギー保存の法則により

$mgR=mgR(1-\sin\theta)+\dfrac{1}{2}(m+M)v_2{}^2=mgR(1-\sin\theta)+\dfrac{m^2gR}{m+M}$

したがって，$\sin\theta=\dfrac{m}{m+M}$　（答）

(g)

小球の円運動の方程式は$\dfrac{mv^2}{R}=N-mg\sin\theta$，ただし$N$は垂直抗力

したがって$N=mg\sin\theta+\dfrac{mv^2}{R}=mg\sin\theta+2mg\sin\theta=3mg\sin\theta$　（答）

(h)

垂直抗力と反対方向に小球は円の内面を押す。

その水平方向成分N_xが物体Sを押すことになる。

$N_x=(3mg\sin\theta)\cos\theta=\dfrac{3}{2}mg\sin2\theta\leqq\dfrac{3}{2}mg$

N_xは$2\theta=\dfrac{\pi}{2}$，すなわち$\theta=\dfrac{\pi}{4}$のとき最大値$\dfrac{3}{2}mg$をとる。

物体P が動かないためには，物体S の静止摩擦力がN_xの最大値を上回ることが必要

すなわち $\mu M_S g\geqq\dfrac{3}{2}mg$，$\therefore M_S\geqq\dfrac{3m}{2\mu}$　（答）

＜解説＞

[A] (a)

重心の定義式を覚えておこう。

(b)

短い時間Δtに対する位置の変化Δxの割合が速さ$V=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$であることを直ぐに思い出そう。

(c)

(b)の結果から，x方向の重心の位置が変化しないことを利用する。

[B] (d)

時刻$0\leqq t\leqq t_1$で，物体Pは動かない。小球Qの力学的エネルギーの保存の法則を考えればよい。

(e)

小球の運動が物体Pの円の内側を押すので，$t_1\leqq t\leqq t_2$ではPは動く。

時刻t_2では，小球は鉛直方向の速さが0ということ，そのことから小球Qと物体Pの水平方向の速さが同じであることに気づくこと。

(f)

(e)で物体Pの速さを求めれば，ここではエネルギー保存の法則により，小球の位置を求めることができる。

(g)

小球に働く力は垂直抗力と重力であることから，円運動の方程式を考える。

(h)

垂直抗力の水平方向成分が物体Pが物体Sを押す力となる。この力より静止摩擦力の方が大きければ，Sは動かない。したがってPも動かない。

$\boxed{2}$ (50点)

＜解答＞

[A] (a)

コイルは下降して位置エネルギーmgxを失う。

時刻tにおいてコイルは運動エネルギー$\frac{1}{2}mv^2$を有し，tまでに電流が流れることによるジュール熱Pを発生する。コイルの自己インダクタンスは無視できるとするので，力学的エネルギーと発生するジュール熱とのエネルギー保存の法則により，

$mgx=\frac{1}{2}mv^2+P$，$P=mgx-\frac{1}{2}mv^2$　（答）

(b)

コイルが横切る磁束は$\phi=\frac{bx+b(x+h)}{2}hl$

コイルが落下するときの磁束変化は$\frac{\Delta\phi}{\Delta t}=bhl\frac{\Delta x}{\Delta t}=bhlv$

誘導起電力は$V=-\frac{\Delta\phi}{\Delta t}=-bhlv$，誘導電流の大きさは$I=\frac{|V|}{R}=\frac{bhlv}{R}$　（答）

xの増加に伴い磁束密度が増加するので，落下によりコイルを横切る磁束が増加する。磁束の増加を妨げるように，電流がコイルを流れる。紙面表から裏へ磁束を発生させる電流の向きは時計回り，すなわち電流の向きは「負」（答）

(c)

フレミングの左手の法則により，磁場が

辺ADに及ぼす力の大きさは$\frac{1}{2}\{hIbx+hIb(x+h)\}=hIb\left(x+\frac{h}{2}\right)$で向きは「左」　（答）

辺BCに及ぼす力の大きさは$hIb\left(x+\frac{h}{2}\right)$で向きは「右」　（答）

(d)

フレミングの左手の法則により，磁場が

辺ABに及ぼす力の大きさは$lIB=lIbx$で向きは「下」　（答）

辺CDに及ぼす力の大きさは$lIB=lIb(x+h)$で向きは「上」　（答）

(e)

鉛直方向の運動方程式は$ma=mg+lIbx-lIb(x+h)=mg-bhlI$

(b)のIを用いて，$ma=mg-\frac{(bhl)^2v}{R}$　（答）

(f)

一定速度で落下するということは(e)における加速度が0ということだから，

$mg-\frac{(bhl)^2v}{R}=0$，$\therefore\ v=\frac{mgR}{(bhl)^2}$　（答）

(g)

(e)から，加速度0のとき$mg-bhlI=0$，$\therefore\ I=\frac{mg}{bhl}$

したがって単位時間あたりののジュール熱は $RI^2=R\left(\dfrac{mg}{bhl}\right)^2$　（答）

[B](h)

磁場による誘導起電力は$V=-\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}=-bhlv'$で，ここでは時計回りに電流を流す。

自己誘導による誘導起電力は$-L\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}$で，$I'$の向きとは逆向きである。

問題図２のコイルの仮想回路にキルヒホッフの法則を反時計回りの電流に適用すると，

$RI'+L\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}+bhlv'=0$，$\therefore\ \dfrac{\Delta I'}{\Delta t}=-\dfrac{RI'+bhlv'}{L}$　（答）

(i)

(ア)

$I'<0$であり，糸を切ってからわずかな時間が経過した時点では，$\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}<0$だから，

$|I'|=\left|-\dfrac{bhlv'}{R}-\dfrac{L}{R}\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}\right|=\dfrac{bhlv'}{R}-\left|\dfrac{L}{R}\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}\right|<\dfrac{bhlv'}{R}$

すなわち，電流の大きさはLを無視した場合に比較して，③小さくなる。（答）

(イ)

$bhlv'=-RI'-L\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}$だから，$v'=-\dfrac{RI'}{bhl}-\dfrac{L}{bhl}\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}$，$I'$と$\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}$は共に負だから

$|v'|=\left|-\dfrac{RI'}{bhl}-\dfrac{L}{bhl}\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}\right|=\dfrac{R}{bhl}|I'|+\dfrac{L}{bhl}\left|\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}\right|>\dfrac{R}{bhl}|I'|$

すなわち，落下速度の大きさはLを無視した場合に比較して，①大きくなる.。（答）

(ウ)

十分に時間が経過して，コイルを流れる電流ならびにコイルの落下速度は一定となる。

このとき$\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}=0$だから，$L=0$の場合と同じことになる。したがって，このときの電流の大きさは，Lを無視した場合と比較して②同じである。（答）

(エ)

このときの落下速度の大きさは，同様に，②同じである。（答）

(オ)

コイルが失った位置エネルギーは

（コイルの運動エネルギー）

（コイルで発生したジュール熱の総量）

（コイルに蓄えられた磁場エネルギー）

の３つの和である。同じ位置での比較であり，運動エネルギーは同じだから，Lを無視した場合に比較して，ジュール熱の総量は③小さくなる。（答）

＜解説＞

[A](a)

ここでは，コイルの自己インダクタンスを無視できるので，コイルは磁場のエネルギーを蓄えないとしている。したがって，コイルの力学的エネルギーと消費電力によるジュー

ル熱との間でエネルギー保存の法則が成立する。

(b)

磁束密度$B=bx$だから，コイルの落下とともにコイルが横切る磁束は増大する。したがって，コイルには磁束の増大を妨げる向きに磁束を発生させるような誘導電流が発生する。発生する磁場の方向と電流の方向は，右ねじの関係である。

(c)，(d)

Aにおける磁束密度はbx，Dでは$b(x+h)$だから，ADには平均して$\dfrac{bx+b(x+h)}{2}$の磁束密度が働く。

(e)

ADとBCに働く力は大きさは同じで，向きが逆だから，相殺するので，運動には関係しない。辺ABには鉛直下向きの力，辺CDには鉛直上向きの力が働く。辺CDに働く力の方が大きいので，重力の加速度によるコイルの落下にブレーキがかかる。

(f)

コイルに働く上方の力の大きさは電流に比例するが，電流は落下する速さに比例する。したがって，十分な時間が経過して速さが大きくなると，上方への電磁力と下方への重力がつり合って，コイルは一定速度で落下し続けるようになる。

(g)

別の考え方を示そう。(f)のとき，コイルは一定速度で落下するので，単位時間あたりに失う位置エネルギーと単位時間あたりのジュール熱が等しい。

コイルが単位時間あたりに落下する距離はvだから，

単位時間あたりに失う位置エネルギーは $mgv=mg\times\dfrac{mgR}{(bhl)^2}=R\left(\dfrac{mg}{bhl}\right)^2$となって，上記の解答と一致する。

[B](h)

問題文から，問題図２にキルヒホッフの法則を適用することを直ぐに思いつこう。図１のように，起電力を電源のように記載して考える。電流の反時計回り（正方向）の電圧降下を考える。

すると，コイルの電磁誘導による起電力については，時計回りに電流を流すので，電源の正負は記載の通りである。コイルのインダクタンスによる起電力は考えている電流の方向とは逆方向（すなわち時計回り）なので，電源の正負は記載の通りである。

反時計回りの電圧降下について，キルヒホッフの法則によって，

$RI'+L\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}+bhlv'=0$，したがって$\dfrac{\Delta I'}{\Delta t}=-\dfrac{RI'+bhlv'}{L}$

(i)

(h)を正しく求めることができれば，式の変形によって解答することができよう。しかし，この問題は現象を物理的にきちんと考察すれば正答できよう。

(ア)

コイルの自己インダクタンスが誘導起電流を妨げる向きに起電力を発生させるから，Lを無視した場合に比較して，③電流は小さくなる

(イ)

自己インダクタンスが存在すると，誘導起電力の電流が減少するから，コイルの上方への電磁力が減少するので，(e)の式から明らかなように，下方への加速度が増加し，落下速度の大きさは大きくなる。すなわち，Lを無視した場合と比較して，落下速度は①大きくなる。

(ウ)

コイルを流れる電流が一定になるということは，自己インダクタンスによる起電力が発生しないということだから，Lを無視したことと同じになる。すなわち，このときの電流の大きさはLを無視した場合と比較して，②同じである。

(エ)

電流の大きさが一定ということは，自己インダクタンスによる起電力が存在せず，落下速度の大きさも一定である。すなわち落下の加速度が0であり，下方への重力と電流による上方への電磁力が等しい。したがって自己インダクタンスがある場合と無視する場合とでは，電流も同じである。すると落下速度の大きさは，②同じである。

(オ)

自己インダクタンスLのコイルに電流Iが流れている場合，$\frac{1}{2}LI^2$の磁場エネルギーがコイルに蓄積されている。

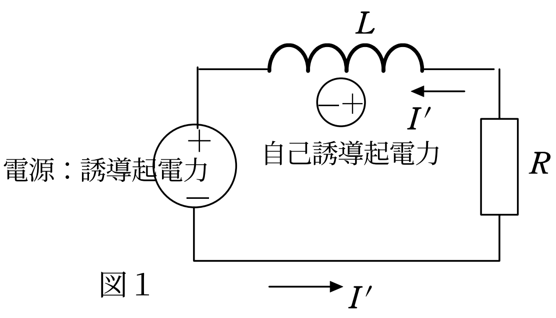

図１

$\boxed{3}$ (50点)

＜解答＞

[A] (a) (ア)

隣り合うスリットからの光線の経路差は (ア) $d\sin\theta$　（答）

(イ)

光線R_aとR_bの経路差は

$$(d+a/2)\sin\theta=(d+a/2)\times\frac{m\lambda}{d}=m\lambda+m\frac{a}{2d}\lambda=m\lambda+(イ)\,\lambda \quad （答）$$

(b) (ア) (イ) (ウ) (エ)

Ｉの光線は，『(ア) ⑦レンズの焦点を通る光線がレンズを通過した後に(イ) ②光軸に平行に進む』という性質から，IIの光線は，『(ウ) ⑥レンズの中心を通る光線がレンズを通過した後に(エ) ③そのまま直進する』という性質から作図できる。

(c)

図５から$s=f\tan\theta\fallingdotseq f\sin\theta$，(a)(ア)から $\sin\theta=\dfrac{\lambda}{d}$，$\therefore\ s=\dfrac{f\lambda}{d}$　（答）

(d)

回折格子による回折光の方向は変わらないから，全ての明点がそのまま残る。光量が減るので，その明るさは暗くなる。したがって，適当なものは⑤　（答）

(e)

図１に示すように，y'軸上に並んでいた明点が原点を中心に反時計回りに90°回転して，x'軸上に並ぶ。

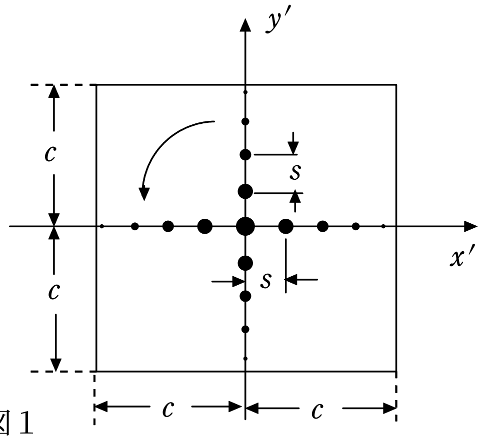

図１

(f)

明点は光軸O’を中心対称として直線状に並ぶ。その間隔は格子定数に反比例する。

最も間隔の狭い明点の列はy'軸上で，その間隔は$w=\dfrac{f\lambda}{d_1}$，$\therefore\ d_1=\dfrac{f\lambda}{w}$　（答）

次に間隔が狭いのは座標$(-w\,,2w)$，$(0\,,0)$，$(w\,,-2w)$と並ぶ明点で，

その間隔は$\sqrt{5}\,w=\dfrac{f\lambda}{d_2}$，$\therefore\ d_2=\dfrac{f\lambda}{\sqrt{5}\,w}$　（答）

最も間隔が広いのは座標$(-2w\,,2w)$，$(0\,,0)$，$(2w\,,-2w)$と並ぶ明点で，

その間隔は$2\sqrt{2}\,w=\dfrac{f\lambda}{d_3}$，$\therefore\ d_3=\dfrac{f\lambda}{2\sqrt{2}\,w}$　（答）

明点の並ぶ方向は回折格子の方向と直交する方向なので，

回折格子G1はx'軸と平行だから，$\tan\phi_1=0$　（答）

回折格子G2の格子の方向は$(-w\,,2w)$，$(0\,,0)$，$(w\,,-2w)$を結ぶ直線に垂直な方向だから，$\tan\phi_2=\dfrac{1}{2}$　（答）

回折格子G3の格子の方向は$(-2w\,,2w)$，$(0\,,0)$，$(2w\,,-2w)$を結ぶ直線に垂直な方向だから，$\tan\phi_3=1$　（答）

[C](g)(ア)

原点O’では白色光に含まれるすべての波長の光が強めあうので，②白色の明るい点が見える。（答）

(イ)

$m=1$に対応する明点が波長の短い順に並ぶ。O’に近い方から，(イ)③紫，(ウ)④緑，(エ)①赤である。（答）

(h)

最も長い波長λ_rのm次の明点のO’からの距離は$m\dfrac{f\lambda_r}{d}$

最も短い波長λ_vの$(m+1)$次の明点のO’からの距離は$(m+1)\dfrac{f\lambda_v}{d}$

これらが同じ点に重なるのだから，$m\lambda_r=(m+1)\lambda_v$，$\therefore\ m=\dfrac{\lambda_v}{\lambda_r-\lambda_v}$

$\lambda_r=7.0\times10^{-7}$，$\lambda_v=4.0\times10^{-7}$とすれば，$m=\dfrac{4}{3}$，したがって$m=1$では重ならない。

$m=2$ならば，$\dfrac{\lambda_r}{\lambda_v}=\dfrac{3}{2}$を満たす$\lambda_r$の2次回折光明点と$\lambda_v$の3次回折光明点とが重なる。

したがって，最も小さなmは$m=2$　（答）

＜解説＞

回折格子による光の回折と干渉の問題である。光波に関する基本的な問題である。

[A](a)(ア)(イ)

回折格子の回折光が強めあう条件である。教科書の記載通りの問題である。問題文に「十分遠くのスクリーン上で光を観察した」とある。これは平行な光はスクリーン上の１点に対応するということである。すなわち，スクリーン上の１点に回折格子から同一方向に進む回折光が集まり，干渉する。

(イ)では(ア)を用いて，経路差を計算すればよい。

(b)(ア)(イ)(ウ)(エ)

問題図２の実験装置は問題図５のように，レンズによって，平行な光を焦点面上の１点に集める効果をもつ。つまり，スクリーンを十分遠くに置く代わりに，同等のことをレンズによって焦点面のスクリーンに行うのである。

この問題では，解答をレンズがもつ性質あるいは機能として表現することを求めている。レンズの基本的な性質なので，直ちに正答したい。

(c)

図５から直ちに計算できよう。A (a)の$\sin\theta$の表現は当然覚えていること。

(d)

回折格子の機能と作用プロセスを正しく理解しているかを問う問題である。類似の事象に遭遇したことがあるならば，即答できようが，迷ってしまうかも知れない。

回折格子の半分を覆っても，残りの半分に多数の格子があり，同じ方向の回折光がスクリーン上の点で干渉することは変わりない。ただし，覆った回折格子からは回折光は来ないから，明点の明るさがその分暗くなる。

(e)

これも(d)と同じ趣旨の問題である。格子の回折光は格子の向きと直交する方向に折れ曲がるように進む。図３の配置では，格子はy軸と直交しているから，明点はy'軸上に並ぶ。回折格子を反時計回りに90°回転すれば，明点も同様に90°回転して，x'軸上に並ぶ。

(f)

(d)，(e)の問題に続いて，回折格子の機能と作用プロセスの理解を問う。これを正答で

きれば，読者の物理理解は素晴らしい。図７を見て，明るい点の３つの並びを把握できるかどうかが分かれ目である。図６では異なる３つの回折格子があるのだから，明点の並びが３つあるはず，ということに気づかねばならない。

明点の並びは原点に関して対称だから，y'軸，原点を通り傾き-2の直線，原点を通り傾き-1の直線となることが理解できよう。その上で，明点の並ぶ方向は回折格子の方向と直交することから，角度ϕ_1，ϕ_2，ϕ_3を求める。直交する直線の傾きの関係から，$\tan\phi_1=0$，$\tan\phi_2\times(-2)=-1$，$\tan\phi_3\times(-1)=-1$，と求まる。

[C](g)(ア)(イ)(ウ)(エ)

人の目は光の波長に応じて色を感じる。人の目の網膜には赤，緑，青に対して感度の高い視神経が存在し，波長に応じて赤，緑，青の視神経の反応が異なり，色の違いを感じる。白色光は，いろいろな波長の光を含むので，人の目は赤，緑，青をほぼ同じ大きさと感じて，白色と感じる。どのような波長の光がどの程度含まれるか（波長の分布）によって，白色といっても，見え方が異なる（たとえば、うすく赤みを帯びた白色から紫みを帯びた白色まで）。

光が強めあう回折光の方向は，波長によって異なる。したがって，白色光を入射させると，明点の位置は波長によって異なり，[A](a)のように定まる。波長が短いほど，回折角は小さいから，$m=1$に対応する明点が波長の短い順にO’に近い方から並ぶ。

(h)

波長の長い光のm次の明点と短い光の$(m+1)$次の明点とが同じ位置になる。すなわち，m次回折光のうちO’から遠い側の色は波長の最も長い光であり，$(m+1)$次の回折光のうちO’に近い側の色は波長の最も短い光である。それらが重なって見えたということである。

＜総評＞

運動と力学，電磁気，光波の３分野からの問題である。東工大の問題は，事象の物理過程が単純ではなく，その把握に的確な知識と思考を必要とする。長文問題であるから，問題文を的確に読み込み，読み込みながら題意を把握するようにしたい。一読した段階で，問題の流れや解答方針が概ね頭に浮かぶようでありたい。

その上で順次，設問に挑んでいくが，後問が大雑把に頭に入っていれば，題意の把握がいっそう的確になる。また後問の考察では、前問の利用を意識しよう。物理過程の流れに沿って設問が構成されるので，前問と後問との関連が解答のヒントになるのである。

1

運動と力学の問題。

円形の空洞をもつ物体の円に沿って小球が滑り落ちるときの小球と物体の運動を扱う。運動量保存の法則や力学的エネルギー保存の法則を駆使する。垂直方向の重力以外に外力はない。したがって水平方向の重心の位置は不変であり，運動量も保存される。

ここでは，物体が床上で拘束されることなく自由に動ける場合と負方向へ動かない場合の２つの場合について考察する。難易度はＢ＋。

2

電磁気の問題。コイルの移動による誘導起電力の問題は，重力による運動などと関係づ

けられて，頻出する。教科書等にも類似問題が出ているので，十分勉強しておこう。昨年も同分野の出題があった。

多くの設問が誘導的に構成されているので，前後の設問の流れを意識しながら，解答していこう。長文ではあるが，まずは全文を読み，考察対象とする実験系と事象が何であるかを把握しよう。問題文に十分に時間が経過すると，コイルは一定の速度で落下し続けるとあるので，重力とコイルに働く電磁力がつりあうということがわかる。

[B]ではコイルの自己インダクタンスを考慮して扱う。その場合の等価回路の扱いがやや難しいが，その後の問題は物理過程を考察していけば，解答可能であるから，粘り強く取り組もう。難易度は全体としてＡ－。

$\boxed{3}$

光波に対する回折格子の機能と作用プロセスに関する問題で，難しい考察や計算を要するものではない。基本的な事項を的確に理解していれば解ける問題である。ただし，現象とその原因の因果関係を明らかにする的確な思考力が必要である。このような問題は，受験生の得点に差異をつけるために，徒に難しくすることなく，受験生の物理理解を評価できる良い問題ではないかと思う。

長文の問題を解答方針を考えながら読み進めることが必要である。読み終えた段階で，概ね解答の内容が描けるようであってほしい。難易度は全体としてＢ＋。

190822