2018（H30)年度　東京大学　理科前期　入学試験　物理解説

（物理，化学，生物，地学から２科目受験）（配点120点）（150分）

第１問

＜解答＞

Ⅰ

⑴

小球が最下点を通過するとき，速度はx成分のみで，v_0とする。台の速度をV_0とすれば，

運動量保存の法則により，$mv_0+MV_0=0$　①

エネルギー保存の法則により，$\frac{1}{2}mv_0{}^2+\frac{1}{2}MV_0{}^2=mgL(1-\cos\theta_0)$　②

①から，$V_0=-\frac{m}{M}v_0$，②に代入して整理すると，$\frac{1}{2}v_0{}^2\left(1+\frac{m}{M}\right)=gL(1-\cos\theta_0)$

したがって，$v_0=\sqrt{\frac{M}{m+M}\cdot 2gL(1-\cos\theta_0)}$　（答）

⑵

点Pは速度Vでx方向に動いているから，点Pから見た小球のx方向の速度は$v-V$，したがって点Pから距離lだけ離れた糸上の点のPから見た速度のx成分は$\frac{l}{L}(v-V)$，したがってその速度は

$\frac{l}{L}(v-V)+V$　（答）

⑶

⑵において，$l=l_0$として$\frac{l_0}{L}(v-V)+V=0$，$\therefore\ l_0=\frac{LV}{V-v}$　③

⑴と同様に運動量保存の法則により$V=-\frac{m}{M}v$，③に代入して，$l_0=\frac{mL}{m+M}$　（答）

⑷

点Qが不動点だから，小球は点Qを中心とする単振り子運動をする。

小球の微小な角度変位θに対して，微小な小球の変位 $x=(L-l_0)\sin\theta \fallingdotseq (L-l_0)\theta$，$\theta=\frac{x}{L-l_0}$

小球の加速度をαとして，小球に働く力は$m\alpha=-mg\sin\theta\fallingdotseq -mg\theta=-\frac{mgx}{L-l_0}$

これはxが単振動をすることを示している。

$\alpha=-\frac{gx}{L-l_0}$，$\therefore\ T_1=2\pi\sqrt{\frac{L-l_0}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{M}{m+M}\cdot\frac{L}{g}}$　（答）

Ⅱ

⑴

台の上で観測したときの小球にはx軸負方向に慣性力maが働くので，小球は負方向に振れる。

小球のx方向の運動方程式は $f(t)=m\alpha=-ma+F_S\sin\theta$

ただし$f(t)$は時刻tで小球に働く力，αは小球の加速度，F_Sは糸の張力，θは糸が鉛直方向から振れる角である。

$F_S = ma\sin\theta + mg\cos\theta$ だから，

$m\alpha = -ma + F_S\sin\theta = -ma + ma\sin^2\theta + mg\sin\theta\cos\theta = -ma\cos^2\theta + mg\sin\theta\cos\theta$

$\alpha = 0$ となるとき $\theta = \theta_m$ とすれば，$a\cos\theta_m = g\sin\theta_m$ すなわち $\cos\theta_m = \dfrac{g}{\sqrt{g^2+a^2}}$

小球は θ_m の方向を中心として単振り子運動をするから，$\theta = 0$ から $2\theta_m$ まで振れる。

したがって小球の高さが時刻 $t = t_0$ で初めて最大となるのは，$\theta = 2\theta_m$ になるときだから，

$h + (1-\cos 2\theta_m)L = h + \{1-(2\cos^2\theta_m - 1)\}L = h + \dfrac{2a^2}{g^2+a^2}L$ （答）

(2)

エネルギー保存の法則により，

力 $F(t)$ がした仕事は $t=0$ から t_0 までの間に台が得た力学的エネルギーに等しい。

それは（台と小球の運動エネルギー＋小球の位置エネルギーの増加）である。

$t=0$ で台と小球の速度は0，$t=t_0$ で台と小球の速度は at_0 だから，

力 $F(t)$ がした仕事は $\dfrac{1}{2}(m+M)(at_0)^2 + \dfrac{2a^2}{g^2+a^2}mgL$ （答）

(3)

小球が台に固定されていると（台＋小球）に働く力は $(M+m)a$。しかし小球は糸で吊るされているので，台に対して見かけ上の力 $f(t)$ が働く。したがって台を加速度 a で動かすためには

(1)の $f(t)$ を用いて，$F(t) = f(t) + (M+m)a = -ma\cos^2\theta + mg\sin\theta\cos\theta + (M+m)a$

$t=0$ で $\theta=0$ だから，$F(0) = -ma + (m+M)a = Ma$

$t = \dfrac{1}{2}t_0$ で $\theta = \theta_m$ だから，$F(t_0/2) = (m+M)a$

$t = t_0$ で $\theta = 2\theta_m$ だから，

$F(t_0) = -ma\cos^2 2\theta_m + mg\sin 2\theta_m\cos 2\theta_m + (M+m)a$

$\cos 2\theta_m = \dfrac{g^2-a^2}{g^2+a^2}$，$\sin 2\theta_m = \dfrac{2ag}{g^2+a^2}$ だから，$F(t_0) = \dfrac{ma(g^2-a^2)}{g^2+a^2} + (M+m)a < (M+2m)a$

以上の $F(t)$ の変化に対応する最も適切なグラフはイ （答）

(4)

$t = t_0$ で台に加える力を止めた瞬間，台と小球の x 方向の速度は at_0

その後，x 方向の台の速度 V，小球の速度 v，台上で観測する小球の速度 $v_S = v - V$ とすれば

運動量保存の法則から $(M+m)at_0 = MV + mv = MV + m(v_S + V)$，$\therefore V = at_0 - \dfrac{mv_s}{m+M}$

台上で観測する点Qの速度はⅠ(3)を利用して，$\dfrac{l_0}{L}v_s = \dfrac{mv_s}{m+M}$

したがって点Qの速度は $\dfrac{l_0}{L}v_s + V = \dfrac{mv_s}{m+M} + at_0 - \dfrac{mv_s}{m+M} = at_0$ （答）

点Qの速度は変化しないので，点Qから見ると小球と台の運動はⅠの場合と同じだから，

小球の振動の周期は $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{L-l_0}{g}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{m+M}\cdot\dfrac{L}{g}}$ （答）

＜解説＞

Ⅰ

⑴

小球は糸の張力によって円運動をする。この張力は台に対してx方向と垂直下方に働く。床と台の間には摩擦がないので台は床上を滑る（当然，床下方には静止している）。小球と台は糸によって力を及ぼしあっているので，小球と台の運動について運動量保存の法則が成り立つ。

加えて，小球が初期にもっていた重力による位置エネルギーは運動エネルギーとして保存される。これら２つの保存則を示す式から，小球の最下点での速度を求める。

⑵

点Pは速度Vで動いているので，点Pから見れば小球は速度$(v-V)$で動いている。糸は点Pを中心に，たるみなしで振れているから，点Pから距離l の糸上の点の速度は距離l に比例する。

その上で，点Pの速度（台の速度）Vが加算される。

⑶

⑵で求めた糸上の点の速度が0になる$l=l_0$を求めれば良い。このとき，⑴と同様に運動量保存の法則により，v，Vを消去することを忘れない。

⑷

台の外の観測者から見ると，点Qが不動点だから，小球は点Qを中心とする振り子運動をしている。そこで，その運動方程式を立てて，単振動の式を導く。

Ⅱ

⑴

台上から見ると，小球には慣性力maがx 軸負方向に働くので，小球は負方向に振れる。振れ始めると，重力と糸の張力が効いて，ある振れ角（ここではθ_m）で小球に働くx 軸方向の力が0になる。このとき小球はx 軸負方向に速度をもっているのでさらに振れる。

するとx 軸正方向に見かけの力が働き，振れを抑制する。この結果，小球の振れはある角で最大となり，その後は逆にx軸正方向に振れるようになる。小球の振れは，$\theta=\theta_m$を中心として対称だから，振れ角の最大値は$2\theta_m$となる。

⑵

エネルギー保存の法則により，$F(t)$が$t=0$からt_0までした仕事は台と小球が得た力学的エネルギーに等しい。

⑶

小球は台上で糸で吊るされているので，台に加速度が働くと台上で観測すると慣性力が働いて運動しているように見える。

解答では数式によって定量的に説明した。選択問題だから，定性的に考えてみよう。

$t=0$で小球は糸で吊るされ固定されていないので，台に加速度aを与える力は$F(0)=Ma$
小球が振れるに従い小球に働く見かけの力は小さくなり，台に固定された状態になる。台に加える力は大きくなる。$t=t_0/2$で小球に働くx 軸方向の見かけの力は0 となるので，台に固定されている状態と同じになる。したがって働く力は$F(t_0/2)=(m+M)a$

さらに小球が振れて時刻がt_0 に近づくと，小球にはx 軸正方向に見かけの力が働くので，台に加え

る力はさらに大きくなる。以上のような台に加えるべき力の変化を満たすグラフはイ

(4)

Ⅰと Ⅱは別の問題のようだが，(4)で台に加えた力を止めた場合には，$\theta_0=2\theta_m$とすれば，台が等速運動をしていることを除けば同じことになる。そこで，Ⅰの場合と同じであるとして，Qを不動点（速度がat_0のまま変化しない）として，Ⅰの結果をそのまま使用しても良い。

第２問

<解答>

Ⅰ

(1)

上の金属板には電荷CV，下の金属板には電荷$-CV$が溜まる。

この電荷によって，金属板間に電場$\dfrac{V}{d}$が発生する。

金属板の電荷に働く電場は他方の金属板の電荷による電場だから，発生する電場の$\dfrac{1}{2}$。

したがって，$F=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{V}{d}\times CV=\dfrac{CV^2}{2d}=\dfrac{\varepsilon_0SV^2}{2d^2}$　（答）

(2)

Δlをばねの自然長からの短縮長とする。

ばねの弾性力$k\Delta l$と静電気力Fがつりあっているので，$k\Delta l=F$，$\therefore\ \Delta l=\dfrac{F}{k}$

ばねに蓄えられている弾性エネルギーは$\dfrac{1}{2}k(\Delta l)^2=\dfrac{1}{2k}\left(\dfrac{\varepsilon_0SV^2}{2d^2}\right)^2$　（答）

(3)

金属板が下がる方向を正とする。間隔をdから$d+\Delta$に広げたとき，

金属板のつり合いをくずすばねの力$-k\Delta$，静電気力の変化$-\{F(d+\Delta)-F(d)\}$が働く。

$F(d+\Delta)=\dfrac{\varepsilon_0SV^2}{2(d+\Delta)^2}\fallingdotseq\dfrac{\varepsilon_0SV^2}{2d^2}\left(1-\dfrac{2\Delta}{d}\right)$，$\therefore\ F(d+\Delta)-F(d)=-\dfrac{\varepsilon_0SV^2}{d^3}\Delta$

金属板の運動方程式は$ma=-k\Delta-\{F(d+\Delta)-F(d)\}=-k\Delta+\dfrac{\varepsilon_0SV^2}{d^3}\Delta=-\left(k-\dfrac{\varepsilon_0SV^2}{d^3}\right)\Delta$，

金属板には変位と逆方向に変位に比例した力が働くから，金属板は単振動する。

その周期$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k-\dfrac{\varepsilon_0SV^2}{d^3}}}$　（答）

Ⅱ

(1)

スイッチ１を閉じると，金属板の電荷は図１に示すようになり，金属板３は下方へx変位する。

金属板４と３が引きあう静電気力はⅠ(1)から，$\dfrac{1}{2}\times$電場$\times$電荷$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{(Q-q)}{C_{43}'(l+x)}\times(Q-q)$

金属板４と３の間の電気容量は 変位前は $C_{43}=\dfrac{\varepsilon_0 S}{l}$，変位後は $C_{43}'=\dfrac{\varepsilon_0 S}{l+x}$

金属板３と２が引きあう静電気力は同様に，$\dfrac{1}{2}\times$電場$\times$電荷$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{(Q+q)}{C_{32}'(l-x)}\times(Q+q)$

金属板３と２の間の電気容量は変位前は $C_{32}=\dfrac{\varepsilon_0 S}{l}$，変位後は $C_{32}'=\dfrac{\varepsilon_0 S}{l-x}$

金属板３の運動方程式は$ma=\dfrac{1}{2}\times(Q+q)\times\dfrac{(Q+q)}{C_{32}'(l-x)}-\dfrac{1}{2}\times(Q-q)\times\dfrac{(Q-q)}{C_{43}'(l+x)}-kx$

$$=\frac{(Q+q)^2}{2\varepsilon_0 S}-\frac{(Q-q)^2}{2\varepsilon_0 S}-kx=\frac{2qQ}{\varepsilon_0 S}-kx$$

金属板３は静止しているので，加速度 $a=0$として，$x=\dfrac{2qQ}{\varepsilon_0 kS}$　（答）

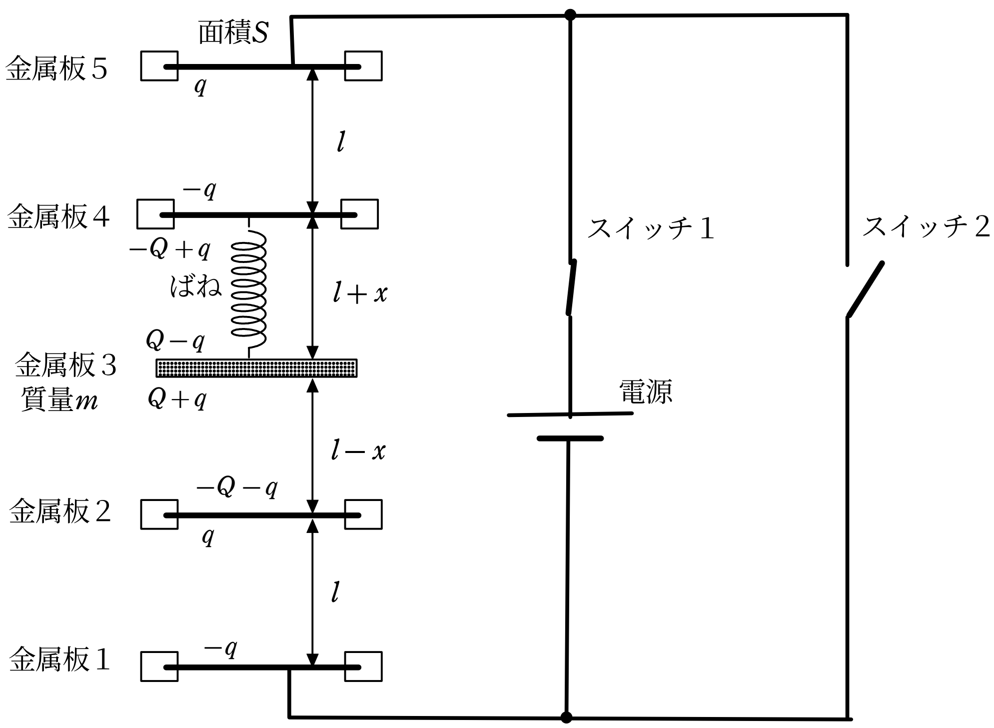

図１

(2)

金属板２と１の電位差 $V_{21}=\dfrac{q}{C_{21}}=\dfrac{lq}{\varepsilon_0 S}$，金属板３と２の電位差 $V_{32}=\dfrac{Q+q}{C_{32}'}=\dfrac{(l-x)(Q+q)}{\varepsilon_0 S}$

金属板４と３の電位差 $V_{43}=\dfrac{-Q+q}{C_{43}'}=\dfrac{(l+x)(-Q+q)}{\varepsilon_0 S}$，金属板５と４の電位差 $V_{54}=\dfrac{q}{C_{54}}=\dfrac{lq}{\varepsilon_0 S}$

キルヒホッフの法則により，回路を一巡した電位差は0だから，$V_{21}+V_{32}+V_{43}+V_{54}-V=0$,

$$\therefore V=\frac{lq}{\varepsilon_0 S}+\frac{(l-x)(Q+q)}{\varepsilon_0 S}+\frac{(l+x)(-Q+q)}{\varepsilon_0 S}+\frac{lq}{\varepsilon_0 S}=\frac{1}{\varepsilon_0 S}(4lq-2xQ)=\frac{4q}{\varepsilon_0 S}\left(l-\frac{Q^2}{\varepsilon_0 kS}\right)$$

したがって，$\dfrac{q}{V}=\dfrac{k(\varepsilon_0 S)^2}{4(\varepsilon_0 klS-Q^2)}$　（答）

(3)

Ⅱ(2)において得られた関係式 $V=\frac{1}{\varepsilon_0 S}(4lq-2xQ)$ は金属板３が移動中の変位x，電荷qにおいても成立する。スイッチ１を開き，スイッチ２を閉じたということは$V=0$だから，

$q=\frac{Q}{2l}x$　（答）

(4)

Ⅱ(1)に記載した運動方程式により，$ma=\frac{2qQ}{\varepsilon_0 S}-kx=\frac{Q^2}{\varepsilon_0 lS}x-kx=-\left(k-\frac{Q^2}{\varepsilon_0 lS}\right)x$

これは単振動の式だから，周期は $2\pi\sqrt{\frac{m}{k-\frac{Q^2}{\varepsilon_0 lS}}}$　（答）

＜解説＞

Ⅰ

(1)

出題者はこの問題にどのような解法を期待しているのか。高校物理の範囲からすると，難問だと思う。教科書には記載がない。練習問題に出題されているが，解法は示されていない。基本的な解法は，両金属板上の電荷間に働くクーロン力の総和をとることだが，想定される試験時間内に式を立て計算することは非常に難しい。

上の解答で示したように，発生する電場の$\frac{1}{2}$が金属板の電荷に作用するとの考えに至るかが難しいところだろう。おそらく多くの受験生が少し頭をひねって，（静電気力＝電場×電荷）という解法でしのいだのではなかろうか。これでは不正解である。

金属板間で発生する電場は上の金属板の電荷よるものと下の金属板の電荷によるものの和であり，一方の金属板の電荷に働く力は他方の金属板の電荷がつくる電場による，と考えよう。

電場の強さは電荷から出る電気力線の密度である。金属板間の電場は他方の電荷による電気力線の本数と自分の電荷による電気力線の本数の和である。自分の電荷に働く力は他方の電荷の電気力線だけで，自分の電気力線は除くということである。

ややこしい説明になったが，このような考え方に基づき，コンデンサーの金属板間に働く力は，

$\underline{\frac{1}{2}\times\text{電場}\times\text{電荷}}$　と覚えておこう。

一般にはエネルギー保存の法則によって金属板間に働く力を求める。

金属板間の距離x，コンデンサーの容量は $C(x)=\frac{\varepsilon_0 S}{x}$，コンデンサーに溜まる電荷は $Q=CV$

ここでは電源が接続され，電圧一定の下で考える。コンデンサーの静電エネルギーは $\frac{1}{2}CV^2$

金属板が引き合う静電気力を$F(x)$，金属板の間隔の微小増加$\varDelta x$ によってする仕事は$F(x)\varDelta x$

$\varDelta x$ による容量減少は$\varDelta C=\varepsilon_0 S\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+\varDelta x}\right)=\frac{\varepsilon_0 S}{x(x+\varDelta x)}\varDelta x\fallingdotseq C\frac{\varDelta x}{x}$

容量減少によるコンデンサーの静電エネルギーの減少は $\frac{1}{2}\Delta CV^2$

容量減少によるコンデンサーの電荷の減少はΔCV，これは電源に戻る。

この電荷の電位はVだから電荷のエネルギーはΔCV^2で，このエネルギーが発生することになる。

エネルギー保存の法則により，$F(x)\Delta x=\Delta CV^2-\frac{1}{2}\Delta CV^2=\frac{1}{2}\Delta CV^2=\frac{\Delta x}{2x}CV^2$

$x=d$として，$F(d)=\frac{CV^2}{2d}=\frac{\varepsilon_0 SV^2}{2d^2}$

(2)

問題文に，重力の影響も無視できる，とあるので下の金属板の重力を考える必要はない。

もし重力の影響を考慮すると，

下の金属板の力のつり合いから，$mg+k\Delta l=F$，Δlはばねの自然長からの短縮長

$\Delta l=\frac{F-mg}{k}$，ばねの弾性エネルギーは$\frac{1}{2}k(\Delta l)^2=\frac{1}{2k}\left(\frac{\varepsilon_0 SV^2}{2d^2}-mg\right)^2$　となる。

(3)

変位に比例し，向きが変位とは逆の復元力が働くことを示せば，単振動することがわかる。

II

(1)

スイッチ１を閉じた結果，金属板１と５にはそれぞれ$-q$とqの電荷が蓄えられた。この結果，金属板表面の電荷がどのようになるかを考える。それぞれの金属板は孤立しているので，それぞれの電荷量は変化しない。しかし，表面の電荷は移動する。すなわち対面する金属板の表面の電荷量は同じで正負が逆になるように電荷が移動する。

金属板１の上面に$-q$の電荷が存在することにより，金属板２の下面にqの電荷が上面から移動する。もともと金属板２の上面に電荷$-Q$が存在したが，このため上面の電荷は$-(Q+q)$になる。この結果，金属板３の下面の電荷は$(Q+q)$になり，上面の電荷は$(Q-q)$になる。金属板３のもともとの電荷$2Q$に変化はない。この結果，同様に金属板４の下面には$-(Q-q)$の電荷，上面には$-q$の電荷が存在するようになる。

以上のような金属板表面の電荷から金属板間に働く力を考える。I(1)と同様に考えれば良い。このとき，金属板２が金属板３につくる電場はコンデンサーの電気容量$C_{32}'=\frac{\varepsilon_0 S}{l-x}$に対して蓄積電荷が$(Q+q)$であることから，電位差$\frac{(Q+q)}{C_{32}'}$，したがって電場$\frac{(Q+q)}{C_{32}'}\times\frac{1}{l-x}=\frac{Q+q}{\varepsilon_0 S}$，したがって金属板３と２が引き合う力は $\frac{1}{2}\times(Q+q)\times\frac{Q+q}{\varepsilon_0 S}$，同様に金属板４と３が引き合う力は $\frac{1}{2}\times(Q-q)\times\frac{Q-q}{\varepsilon_0 S}$。

(2)

金属板の電荷によって，金属板間には電位差が発生する。電位差はコンデンサーの電気容量と電荷から求めればよい。電源を含む閉回路を一巡すると，その電位差の合計は0となる。

(3)

(1)で得られた運動方程式は，電荷とばねによって決まり，スイッチの開閉とは関係ないから，スイッチ１を開き，２を閉じたときもそのまま使える。

(4)

金属板３の運動方程式が，変位に比例し方向が逆の加速度が働くものであれば，単振動する。そのような式を導くことにより，周期を求める。

第３問

＜解答＞

Ⅰ

液体の密度をρ，重力の加速度をgとして，問題図３の点線の面に働く圧力は，容器A，B，Cにおいて同じだから，

$5h\rho g=2h\rho g+p_1=p_0$，$\therefore\ p_0=5h\rho g$，$p_1=p_0-2h\rho g=p_0-\frac{2}{5}p_0=\frac{3}{5}p_0$　（答）

Ⅱ

(1)

問題図３の液面からの変化を考える

容器A，B，C の液面の変化をそれぞれ$\varDelta_A$ 増加，x 減少，$\varDelta_C$ 増加とする。

問題図３の点線の液面に対して，容器Aの液面の高さは$5h+\varDelta_A$

同様に，容器B の液面の高さは$2h-x$，容器C の液面の高さは$\varDelta_C$

容器C の液面の高さにおいて，働く圧力はすべての容器で等しいとして，

$(5h+\varDelta_A-\varDelta_C)\rho g=(2h-x-\varDelta_C)\rho g+(p_1+\varDelta p)=p_0=5h\rho g$　①

$x=\varDelta_A+\varDelta_C$　②

①，②から$\varDelta_A=\varDelta_C=\frac{x}{2}$

すなわち容器Aと容器Cの液面はそれぞれ$\frac{x}{2}$ 上昇　（答）

(2)

①から$\varDelta p=5h\rho g-p_1-(2h-x-\varDelta_C)\rho g=\frac{3}{2}x\rho g$，$\frac{\varDelta p}{p_1}=\frac{x}{2h}$　（答）

$\frac{\varDelta V}{V_1}=\frac{xS}{4hS}=\frac{x}{4h}$　（答）

(3)

圧力p_1の気体が$\varDelta V$ 膨張したのだから，気体がした仕事 $W=p_1\varDelta V=p_1xS=\frac{3}{5}p_0xS$　（答）

(4)

容器Bにおける液体の位置エネルギーの減少：質量 $xS\rho g$の液体，高さ$2h$だから$2xS\rho gh$

容器Aにおける液体の位置エネルギーの増加：質量 $\frac{1}{2}xS\rho g$の液体，高さ$5h$だから$\frac{5}{2}xS\rho gh$

容器Cにおける液体の位置エネルギーの増加：質量 $\frac{1}{2}xS\rho g$の液体，高さ$\frac{x}{4}$だから $\frac{1}{8}x^2S\rho gh$

したがって，位置エネルギーの増加は $\varDelta E=\frac{5}{2}xS\rho gh-2xS\rho gh=\frac{1}{2}xS\rho gh=\frac{p_0xS}{10}$　（答）

(5)

$W > \varDelta E$である。

Wは，さらに容器Cの液面を$\dfrac{x}{2}$上昇させ，$\dfrac{1}{2}p_0xS$の仕事をするからである。　（答）

III

(1)

II(1)の結果を利用する。容器Aの液面が$\dfrac{x}{2}=h$上昇したのだから，容器Bの液面は$x=2h$下降した。

したがって，$V_2=6hS$，$p_2=6h\rho g=\dfrac{6}{5}p_0$

したがって，$\dfrac{V_2}{V_1}=\dfrac{6hS}{4hS}=\dfrac{3}{2}$　（答），$\dfrac{p_2}{p_1}=\dfrac{\frac{6}{5}p_0}{\frac{3}{5}p_0}=2$　（答）

ボイル・シャルルの法則により$\dfrac{T_2}{T_1}=\dfrac{p_2V_2}{p_1V_1}=3$　（答）

(2)

熱力学の第１法則により，容器Bの気体に与えた熱量は

$Q=W+\dfrac{3}{2}nR(T_2-T_1)=\varDelta E+$(容器Cの液面が外気圧に抗してした仕事)$+\dfrac{3}{2}nR(T_2-T_1)$

容器Aの液体の位置エネルギーの増加は$hS\rho\times 5.5hg$

容器Bの液体の位置エネルギーの減少は$2hS\rho\times hg$

容器Cの液体の位置エネルギーの増加は$hS\rho\times 0.5hg$

したがって，$\varDelta E=4h^2S\rho g=\dfrac{4}{5}p_0hS$

容器Cの液面が外気圧に抗してした仕事はp_0hS

したがって，$Q=\dfrac{9}{5}p_0hS+3nRT_1=\dfrac{9}{5}p_0hS+3p_1V_1=\dfrac{9}{5}p_0hS+\dfrac{36}{5}p_0hS=9p_0hS$

$T_2-T_1=2T_1=\dfrac{2p_1V_1}{nR}=\dfrac{24}{5nR}p_0hS$，したがって$C=\dfrac{Q}{T_2-T_1}=\dfrac{15}{8}nR$　（答）

＜解説＞

I

液体の同一高さ平面に働く圧力は同じである。

II

(1)

容器Cの液面の高さに働く圧力が等しいとして考察する。

(2)

(1)の考察から容易に求めることができる。

(3)

等圧変化の下で気体の膨張がする仕事である。

(4)

xが微小なので，液体の高さは近似値を用いる。容器Cにおける液体の位置エネルギーの増加は微小量x^2に比例するので，無視する。

(5)

容器Cの液面が上昇するということは，空気の圧力p_0に抗して仕事をすることである。これを忘れない。確かに $W-\Delta E=\frac{3}{5}p_0xS-\frac{p_0xS}{10}=\frac{1}{2}p_0xS=\frac{1}{2}x\times p_0S$ となって，液面が$\frac{1}{2}x$上昇する仕事である。

III

(1)

Ｉで容器Bの液面がx下がると容器A，Cの液面は$\frac{x}{2}$上昇することが解かっている。$x=2h$として，容器A，Cの液面がそれぞれh上昇するとして解いて良い。

Ｉと同様の考え方をすると，

問題図３の点線の面での各容器の圧力は等しい。y_Cを容器Cの液面の点線からの高さとする。

$6h\rho g=p_2+\left(6h-\frac{V_2}{S}\right)\rho g=y_C\rho g+p_0$，したがって$p_2=\frac{V_2}{S}\rho g$，$y_C=6h-\frac{p_0}{\rho g}=6h-5h=h$

液体の量は変化しないから，$7h=6h+\left(6h-\frac{V_2}{S}\right)+y_C=6h+\left(6h-\frac{V_2}{S}\right)+h$，$\therefore\ \frac{V_2}{S}=6h$，$V_2=6hS$

したがって，$p_2=\frac{V_2}{S}\rho g=6h\rho g=\frac{6}{5}p_0$

(2)

熱力学第１法則を用いることを速やかに気づかなければならない。容器Bの気体が膨張してした仕事を的確に求める。液体の位置エネルギーの増減を計算する。その際，液体の高さは重心の高さとして計算すれば良い。すなわち容器Aの液体では，高さが$5h$から$6h$までの円筒状の液体hSの位置エネルギーの計算には，重心の高さ$\frac{5h+6h}{2}=5.5h$を用いる。

＜総評＞

第１問が力と運動，第２問が電磁気，第３問が気体の問題であって，昨年と同じである。
例年同様，いずれも解法には的確な物理理解に基づく着眼，着想が必要な問題である。第３問は昨年に比して容易な気がする。教科書が教える範囲を逸脱するものではないから，まずは教科書が教えることを，しっかり学ぶことである。

第１問

床と台との間に摩擦のない台上で振り子運動を扱う問題である。摩擦がないので，振り子運動によって，台も運動する。糸の張力の変化が台の運動を引き起こす。床との間に摩擦のない台の上の単振り子については，いろいろな変形問題が考えられるので，良く理解しておきたい。

Ｉでは小球を角度θ_0から静かに放したとき，台と小球の運動を考える。(1)では糸の張力を介して，小球と台の間に作用反作用が働くので，運動量保存の法則が成立すること，また摩擦がないので，エ

ネルギー保存の法則が成立することが，考察する上でのポイントである。難易度Ｂ

(2)では台上で観測する場合について考察してから，台の外部で観測することによって，台の運動の影響を考慮する。台上で観測すれば，小球は点Pを中心として単振り子運動をする。しかし，点Pは台の速度で動くから，台の外から見た実際の運動は点Pを中心とした単振り子運動にはならない。台上で観測される速度に台の速度を加えれば，小球等の速度が求まる。糸はたるみがないので，台上の観測では，糸の各点での速度は点Pからの距離に比例する。難易度Ｂ

(3)ではx軸方向に運動しない，ということは速度が0ということである。そのような点Qが糸上にあるということは，小球はQを中心として単振り子運動をし，点Pは小球と反対方向に単振り子運動する，ということを示している。難易度Ｂ

(4)では糸の長さが$L-l_0$の単振り子運動を考えれば良い。

Ⅱ(1)では，台上で観測すると，台に働く力とは反対方向に働く慣性力によって小球は運動する。この慣性力と重力とを考慮して小球のx軸方向の運動を考察することがポイントである。そして台上で観測するx軸方向の加速度が0になる触れ角が中心軸となる単振り子運動をするという気づきが必要になる。難易度Ａ。(3)では，解答時間を節約するために，定性的直観的に正解を見極めたい。(4)でもⅠと同じ問題になることに気づき，スムーズに正解したい。とはいえ，全体として難易度Ａである。

第２問

電磁気の問題であるが，一工夫を要する考え方が必要なので，なかなか難しい。電荷が蓄えられた金属板間に働く力の求め方を知っているかどうかが，この問題を扱う上でのポイントの一つだ。Ⅰ(1)を正しく解答しないと，Ⅱがうまくいかない。難易度Ｂ＋

Ⅱでも起きる物理現象を把握することが必要である。電源を接続したとき，金属板１と５に電荷が溜まる結果，間にある金属板２，３，４の表面の電荷に移動が発生する。金属板表面の電荷を求めることがまず必要である。

金属板の表面に溜まる電荷が求まれば，金属板間の電場が求まり，Ⅰ(1)と同様に，金属板が引き合う力を求めることができる。難易度Ａ

第３問

難しい思考過程や計算を必要とするものではないので，着実に正答したいところだ。気体の膨張がする仕事の中で，位置エネルギーの増減の他に，外気圧に抗して液面が上昇する仕事を忘れない。

気体の状態方程式，熱力学第１法則，気体の内部エネルギー等の表式とその利用を的確にできることが必要である。全体として難易度はＢ

190219