

平成 31 年度 入学 試験 問題

理 科

各科目 100 点満点

《配点は、一般入試学生募集要項に記載のとおり。》

物 理	(1～14 ページ)	化 学	(15～32 ページ)
生 物	(33～48 ページ)	地 学	(49～63 ページ)

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほかに 63 ページである。また、解答冊子は表紙のほかに、物理：20 ページ、化学：12 ページ、生物：12 ページ、地学：16 ページ、である。
3. 問題は物理 3 題、化学 4 題、生物 4 題、地学 4 題である。
4. 試験開始後、選択した科目の解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. ◇総合人間学部(理系)・理学部・農学部受験者は、物理・化学・生物・地学のうちから 2 科目を選択すること。
◇教育学部(理系)受験者は、物理・化学・生物・地学のうちから 1 科目を選択すること。
◇医学部・薬学部受験者は、物理・化学・生物のうちから 2 科目を選択すること。
◇工学部受験者は、物理・化学の 2 科目を解答すること。
6. 解答は、すべて解答冊子の指定された箇所に記入すること。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、選択した科目の解答冊子は持ち帰ってはならない。

物 理

(3 問題 100 点)

物理問題 I

次の文章を読んで、 に適した式または数値を、それぞれの解答欄に記入せよ。なお、 はすでに で与えられたものと同じものを表す。また、問 1 では、指示にしたがって、解答を解答欄に記入せよ。ただし、円周率を π とする。

図 1 のように、点 O を中心とする質量 M の地球のまわりを、質量 m_Z の人工衛星 Z が半径 R の円軌道を角速度 ω でまわっている。この人工衛星の運動について、以下の(1)、(2)に答えよ。

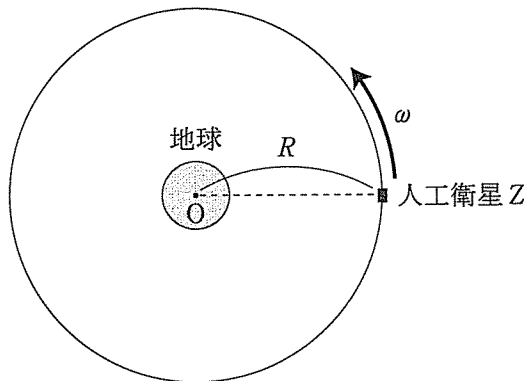


図 1

- (1) 図 2(a)のように、この人工衛星 Z に、質量 m_A の小物体 A と質量 m_B の小物体 B を、2本の長さがそれぞれ a と b のひもで取り付ける。これらのひもの質量は m_Z , m_A , m_B とくらべて無視できる。また、 m_Z , m_A および m_B は M とくらべて十分小さく、人工衛星 Z , 小物体 A と小物体 B の間の万有引力は無視できるものとする。

これらの物体は、図2(b)のように、常に、小物体Aが人工衛星Zと地球の中心Oを結ぶ線上の地球と反対側、小物体Bが人工衛星Zと地球の中心Oを結ぶ線上の地球側にあるという配置を保ちつつ、人工衛星Zは小物体AとBを取り付ける前と同じ円軌道上を角速度 ω で運動した。

小物体Aに働く万有引力の大きさは、 M, m_A, R, a 、および万有引力定数 G を用いて **ア** と表される。また、小物体Aが人工衛星Zと同じ角速度 ω で運動することから、小物体Aにはたらく遠心力は、 m_A, R, a, ω を用いて表すと **イ** となる。このことから、小物体Aにはたらく力のつりあいの式は、小物体Aと人工衛星Zの間のひもの張力を N_A として、

$$\text{ア} + N_A = \text{イ} \quad (\text{i})$$

となる。同様に、小物体Bにはたらく万有引力の大きさは、 M, m_B, R, b, G を用いて **ウ** と表され、遠心力は m_B, R, b, ω を用いて表すと **エ** となる。このことから、小物体Bにはたらく力のつりあいの式は、小物体Bと人工衛星Zの間のひもの張力を N_B として、

$$\text{ウ} = N_B + \text{エ} \quad (\text{ii})$$

となる。

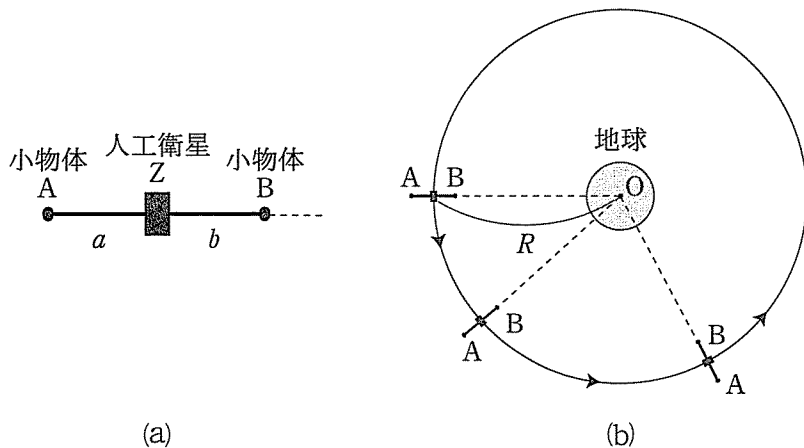


図2

人工衛星 Z が小物体 A と B を取り付ける前と同じ円軌道を角速度 ω で動き続けたことから、張力 N_A と N_B の間には、 c をある数値として、 $N_A = c N_B$ という関係が成立していたことがわかる。この c の値は である。

ここで、ひもの長さ a , b が円軌道の半径 R とくらべて十分小さいとする。このとき、 $\varepsilon (> 0)$ が R とくらべて十分小さいときに成り立つ近似式 $\frac{1}{(R \pm \varepsilon)^n} \doteq \frac{1}{R^n} \left(1 \mp n \frac{\varepsilon}{R} \right)$ (複号同順) ($n = 1, 2, \dots$) を用いると、 m_A , m_B , a , b の間に、 k をある数値として、 $\frac{m_A}{m_B} = \left(\frac{a}{b} \right)^k$ という関係が成立していることがわかる。この k の値は である。また、張力 N_A は a に比例しており、その比例係数を m_A と ω を用いて表すと、 $\frac{N_A}{a} = \input{text}{キ}$ となる。

- (2) 図3のように、人工衛星 Z から角度 θ [rad] 遅れて、質量 m_U の宇宙船 U が同じ円軌道上を同じ速さで運動している。人工衛星 Z と宇宙船 U の間の万有引力は無視できるとする。人工衛星 Z と宇宙船 U の速さ V_0 を M , R , および万有引力定数 G を用いて表すと、 $V_0 = \input{text}{ク}$ である。

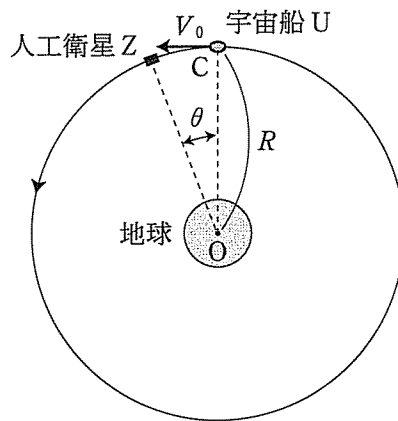


図 3

この宇宙船 U が人工衛星 Z に追いつくことを考えよう。宇宙船 U は、点 C において進む方向は変えずに十分短い時間で減速すると、その後、図 4 の実線で表された楕円軌道をまわる。宇宙船 U が楕円軌道を一周して点 C に戻ってくると同時に、人工衛星 Z が点線で表されたように円軌道を一周より少し短い距離をまわって点 C に着くようにしたい。そのために必要な楕円軌道の周期 T_1 と円軌道の周期 T_0 の間に成り立つ関係を、 θ を用いて表すと、 $\frac{T_1}{T_0} = \boxed{\text{ケ}}$ となる。

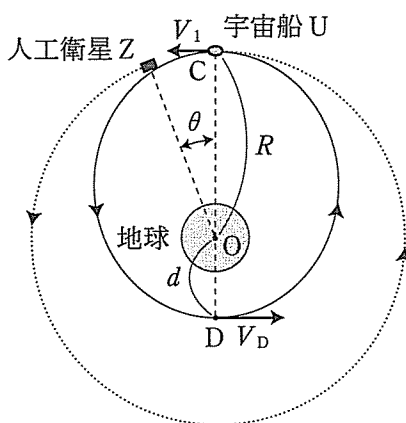


図 4

上で述べたような方法で宇宙船 U が人工衛星 Z に追いつくために必要な点 C での宇宙船 U の減速後の速さ $V_1 (< V_0)$ を求めよう。

図 4 のように、楕円軌道上において宇宙船 U がもっとも地球の中心 O に近い位置が点 D であり、この点 D と O との距離を d とする。距離 d の R に対する比は、ケプラーの第 3 法則を用いると、楕円軌道の周期 T_1 と円軌道の周期 T_0 の関数として、 $\frac{d}{R} = \boxed{\text{コ}}$ と表される。ケプラーの第 2 法則(面積速度一定の法則)および力学的エネルギー保存の法則を点 D での宇宙船 U の速さ V_D を用いて記述し、さらに、 $V_0 = \boxed{\text{ク}}$ の関係を用いると、 V_1 の V_0 に対する比は d と R を用いて $\frac{V_1}{V_0} = \boxed{\text{サ}}$ と表すことができる。

問 1 遅れの角度 θ が π と比べて十分小さいとき, 宇宙船 U が上に述べたように人工衛星 Z に追いつくために必要な速さの変化量 $\Delta V = V_1 - V_0$ を考える。 δ の絶対値が 1 に比べて十分小さいときに成り立つ近似式 $(1 + \delta)^x \approx 1 + x\delta$ (x は実数) を用いて, ΔV が θ と V_0 に比例することを示し, その比例係数 $\frac{\Delta V}{\theta V_0}$ の値を求めよ。

白 紙

物理問題 II

次の文章を読んで、 に適した式を、それぞれの解答欄に記入せよ。なお、 はすでに で与えられたものと同じものを表す。また、問1、問2では、指示にしたがって、解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

図1～図3に示すように、 z 軸の正方向を向き、 z 軸に関して軸対称な磁場(磁束密度が同一円周上では一定の磁場)がある。図中の z 軸方向の太線矢印は、 $z=0$ の面内の点での磁束密度 \vec{B} を表している。この面内で、磁束密度の大きさ B は、 z 軸上で最大値 B_0 をとり、 z 軸からの距離が大きくなるとともに距離の1次関数として減少し、距離 R において $B=0$ となり、距離が R を超えると $B=0$ である。この磁場で質量 m 、電荷 $-e$ ($e > 0$)の電子の運動を考える。電子の運動により発生する磁場は無視してよい。ただし、円周率を π とする。

- (1) まず磁場は時間変化しないとする。このとき、 $z=0$ の面内で、 z 軸から距離 r ($\leq R$)における磁束密度の大きさ $B(r)$ は、 B_0 、 R 、 r を用いて表すととなる。

図1のように、長さ R のまっすぐで太さを無視できる孤立した導体棒OAが、 $z=0$ の面内で、 z 軸上の点Oを回転中心として一定の角速度 ω で回転している。ここで、回転をはじめて十分時間が経過し、導体棒中の電子の分布が時間的に変化しなくなった状態を考える。回転は十分に遅く、電子にはたらく遠心力は無視できるとする。このとき、点Oから距離 r ($\leq R$)の位置の導体棒内の電子にはたらくローレンツ力の大きさは、 e 、 B_0 、 R 、 r 、 ω を用いて表すとである。導体棒中にはローレンツ力とつりあう力を電子に与える電場が発生している。その電場の大きさ E は、 r の位置においてである。

導体棒の両端間に発生する電位差は、電場の大きさ E を r の関数として図示したとき、 $E(r)$ と r 軸で囲まれた図形の面積として計算できる。これを用いると導体棒の両端間の電位差はとなる。ここで、必要であれば、関数 $f(x) = (x-p)(q-x)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積が $\frac{1}{6}(q-p)^3$ であることを用いてよい。ただし、 p 、 q は任意の実数($q > p$)である。

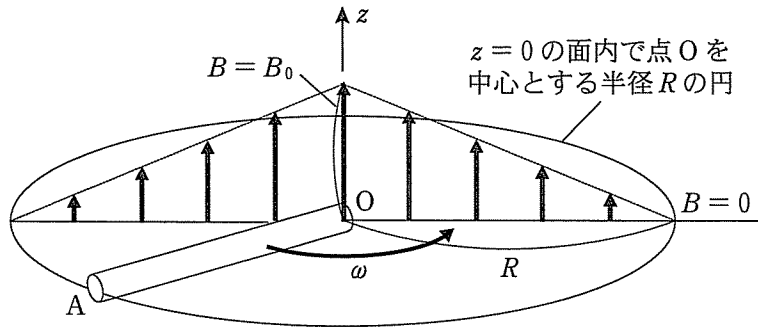


図 1

- (2) $z = 0$ の面内で、点 O を中心とする半径 R の円を貫く磁束 Φ_R を求めよう。図 2 において、 $z = 0$ の面内で点 O から距離 r ($\leq R$) の位置にあり、 z 軸に垂直な微小面 (面積 ΔS) を貫く磁束 $\Delta\Phi$ は、 B_0 、 R 、 r 、 ΔS を用いて表すと 木 となる。また、 Φ_R は円内の $\Delta\Phi$ の総和であり、 $\Phi_R = \frac{1}{3} \pi R^2 B_0$ となる。必要であればこのことを利用して問 1 に答えよ。

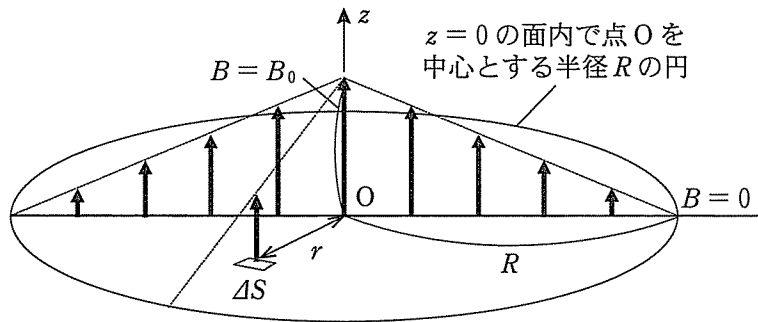


図 2

問 1 $z = 0$ の面内で点 O を中心とする半径 a ($\leq R$) の円を貫く磁束 Φ_a は、

$$\Phi_a = \pi B_0 a^2 \left(1 - \frac{2a}{3R} \right)$$

であることを示せ。

(3) つぎに、磁束密度の大きさ B を時間変化させたときの真空中におかれた 1 個の電子の運動を考える。 の磁束密度の大きさの式において、 B_0 を時刻 t とともに $B_0 = bt$ (b は正の定数) と変化させる。時刻 $t = 0$ において、磁束密度はいたるところで 0 であり、電子は $z = 0$ の面内で中心 O から距離 a ($\leq R$) の位置に静止していた。 $t > 0$ で、この電子は図 3 のように $z = 0$ の面内を運動し、半径 a を一定に保ったまま円運動をした。このときの a と R の関係を求めよう。なお、この設問では電子の円運動により生じる遠心力は無視できないとする。また、解答は、 m, e, b, a, R, t のうち必要なものを用いて表せ。

この電子は、磁束の時間変化により、その円軌道に沿って発生した電場により加速される。時刻 $t (> 0)$ におけるこの電場の大きさは であり、電子の速さは である。

問 2 加速されても半径 a を一定に保ったまま電子が回転することができる a/R の値を、導出過程も示して答えよ。

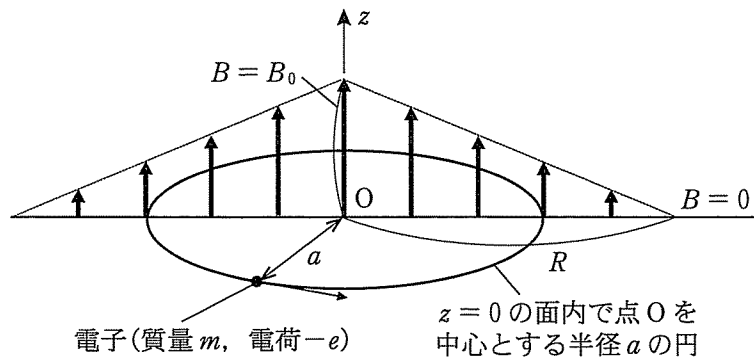


図 3

白 紙

物理問題 III

次の文章を読んで、 に適した式または数値を、それぞれの解答欄に記入せよ。なお、 はすでに で与えられたものと同じものを表す。また、問1～問3では、指示にしたがって、解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。ただし、円周率を π とする。

図1のような、大気中に置かれた厚さ D の透明で平面状の薄膜を考える。薄膜の屈折率 n は、大気の屈折率(1とする)より大きい。薄膜の表面A, Bに垂直な方向に z 軸をとり、面Aと面Bの z 座標をそれぞれ $z = 0$, $z = D$ とする。

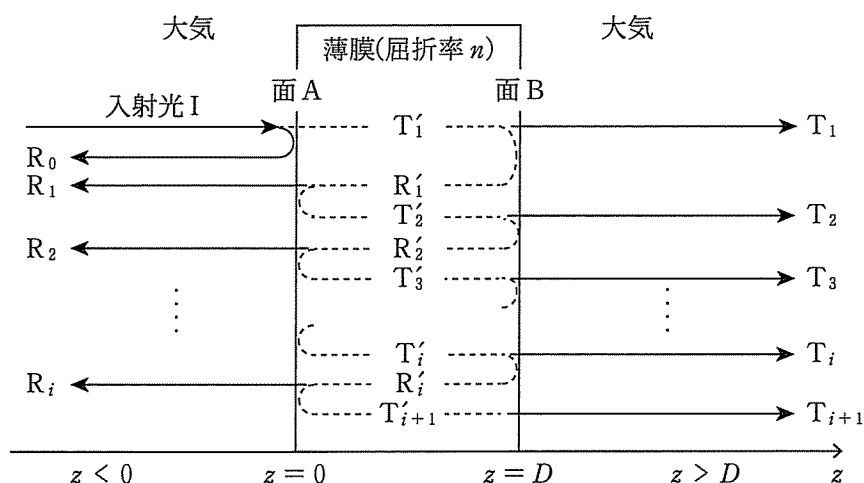


図1

面Aに対して垂直に、直線偏光したレーザー光(入射光I)を、 z 軸の負の方から正の向きに照射する。光は横波の電磁波であるが、ここでは簡単のために、電場のみを考え、電場の方向は x 軸方向(紙面に垂直な方向)とする。

入射光Iの電場の x 成分は、 $z < 0$ において、

$$E_1 = E \sin 2\pi \left(ft - \frac{z}{\lambda} \right) \quad (i)$$

と与えられるとする。 E は入射光 I の電場の振幅、 t は時刻、 f は光の振動数、 λ は大気中における光の波長である。ここでは、光の電場の振幅の 2 乗を光の強度とよぶことにする。例えば、入射光 I の強度は E^2 である。ただし、以下の設問において、大気中および薄膜内における光の強度の減衰は考えない。

図 1 に示すように、大気中を進む入射光 I の一部は面 A において反射し、残りは面 A を透過して、薄膜内に侵入する。このとき、反射した光の電場の振幅の絶対値は入射光の振幅の絶対値の p 倍となり、透過する光の電場の振幅の絶対値は入射光の振幅の絶対値の q 倍になる。 p と q は、1 より小さい正の実数定数である。ただし、面を透過する際、光の位相は変化しない。図 1 のように、最初に面 A で反射する光を R_0 光、面 A を透過し、薄膜中を z 軸の正の向きに進む光を T_1 光と書く。

T_1 光の波長は である。また、時刻 t 、位置 z での電場の x 成分は、 R_0 光では $E_{R_0} =$, T_1 光では $E_{T_1} =$ となる。

図 1 に示すように、薄膜は大気と面 A および面 B で接するので、光は反射、または透過を繰り返す。 i を 1 以上の整数とすると、 T_i 光の一部は面 B を透過し、 z 軸の正の向きに進む T_i 光となり、残りは面 B で反射し、 z 軸の負の向きに進む R'_i 光となる。さらに、 R'_i 光の一部は面 A を透過し、 R_i 光となり、残りは面 A で反射し、 T_{i+1} 光となる。 R'_i 光や T_i 光のような薄膜中を進む光が面 A や面 B で反射するとき、電場の振幅の絶対値は p 倍に変化し、透過するとき、電場の振幅の絶対値は q' 倍に変化する。 q' は 1 より小さい正の実数である。

面 A を透過し、面 B で反射し、再び面 A を透過し、 z 軸の負の向きに進む R_1 光のふるまいを考えたい。 R_1 光の電場の x 成分は、振幅の絶対値 E' と位相の変化 ϕ を用いて、

$$E_{R_1} = E' \sin \left\{ 2\pi \left(ft + \frac{z}{\lambda} \right) + \phi \right\} \quad (\text{ii})$$

とおくことができる。 $z = D$ で T_1 光と R'_1 光の位相を考えることにより、 E 、 p 、 q 、 q' 、 λ 、 D 、 n を用いると、 E' は , ϕ は と与えられる。

問 1 大気中を z 軸の負の向きに進む R_0 光と R_1 光の干渉を考える。干渉してできる光の電場は、 R_0 光と R_1 光の電場の重ね合わせにより、振幅 A と位相の変化 β を用いて、

$$E_{R_0} + E_{R_1} = A \sin \left\{ 2\pi \left(ft + \frac{z}{\lambda} \right) + \beta \right\} \quad (\text{iii})$$

と書くことができる。 E_{R_0} は、 で求めた電場の式を表す。式(iii)で与えられる光の強度 A^2 を、導出過程を示して E, p, q, q', ϕ を用いて表せ。ここで、必要なら、実数 a, b, θ に対し、 $a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \beta)$ が成り立つことを用いてよい。ただし、 β は $\cos \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ 、 $\sin \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ を満たす実数である。

以上より、 R_0 光と R_1 光の干渉によってできる光の強度が最大になるのは、1以上の整数 m を用いると、厚さ D が波長 λ の 倍になるときであり、そのときの電場の振幅は である。

つぎに、面 B を z 軸の正の向きに透過する光について考える。 T_1 光と T_2 光が干渉してできる光の強度が最大になるとき、1以上の整数 m を用いると、薄膜の厚さ D は波長 λ の 倍である。また、このとき、干渉してできる光の振幅は となる。一方、干渉光の強度が最小となるのは、同様に1以上の整数 m を用いると、 D が λ の 倍のときであり、その振幅は である。

問 2 T_1 光と T_2 光だけでなく、面 B を z 軸の正の向きに透過する光の全てが干渉してできる光を考える。薄膜の厚さ D が大気中の波長 λ の 倍のときと、 倍のときのそれぞれの条件のもとで、面 B を z 軸の正の向きに透過する全ての光が干渉してできる光の強度を求めよう。ここで、 p, q, q' の間には、 $p^2 + qq' = 1$ が成り立つものとする。これを用いて、干渉光の強度を q と q' を含まない形で導出過程を示して表せ。ここで、必要であれば、 $|d| < 1$ を満たす実数 d に対し、 $\sum_{k=0}^{\infty} d^k = \frac{1}{1-d}$ が成り立つことを用いてよい。

問 3 異なる p の値をもつ薄膜 X, Y について, 入射光の波長を変えながら, 薄膜を透過してくる光の強度を測定したところ, 図 2 のようになった。実線と点線は, 薄膜 X, Y に対して得られたデータである。ここで, p は波長によって変わらないものとする。白色光から, 特定の波長の光を選択して抽出するには, 薄膜 X, Y のどちらを用いるのがより適当か, また, それはどのような値の p をもつ薄膜か, その理由とともに述べよ。

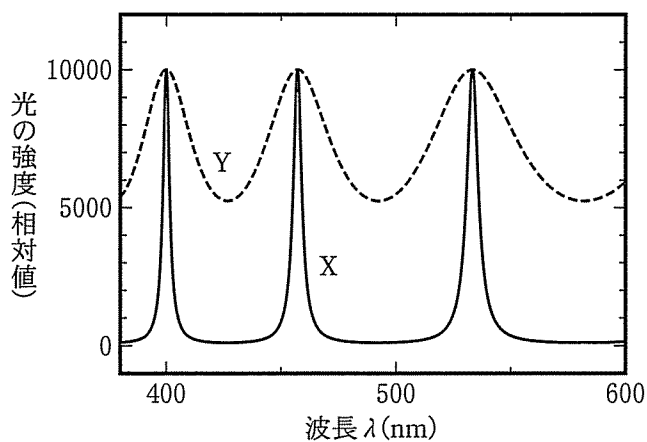


図 2

物理問題は, このページで終わりである。