2019（H31)年度　京都大学　入学試験　物理解説

物　　理

（３問題　100点）

物理問題　Ⅰ

＜解答＞

(1)　ア $\dfrac{Gm_AM}{(R+a)^2}$　イ $m_A(R+a)\omega^2$　ウ $\dfrac{Gm_BM}{(R-b)^2}$　エ $m_B(R-b)\omega^2$　オ 1　カ -1　キ $3m_A\omega^2$

(2)　ク $\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$　ケ $1-\dfrac{\theta}{2\pi}$　コ $2\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{2}{3}}-1$　サ $\sqrt{\dfrac{2d}{R+d}}$

問１

$$\frac{V_1}{V_0}=\sqrt{\frac{2d}{R+d}},\ V_1=\sqrt{\frac{2d}{R+d}}V_0$$

$$\Delta V=V_1-V_0=\sqrt{\frac{2d}{R+d}}V_0-V_0=V_0\left(\sqrt{\frac{2d}{R+d}}-1\right)=V_0\left(\sqrt{\frac{1}{R+d}((R+d)-(R-d))}-1\right)$$

$$=V_0\left(\sqrt{1-\frac{R-d}{R+d}}-1\right)=V_0(\sqrt{1-\delta}-1)\fallingdotseq-\frac{1}{2}\delta V_0,$$

ここで与えられた近似式を用いて $\sqrt{1-\delta}=(1-\delta)^{\frac{1}{2}}\fallingdotseq 1-\dfrac{1}{2}\delta$

$$\delta=\frac{R-d}{R+d}=\frac{1-d/R}{1+d/R}=\frac{2\theta}{3\pi}\times\frac{3\pi}{6\pi-2\theta}=\frac{\theta}{3\pi-\theta}=\frac{\theta}{3\pi}\left(1-\frac{\theta}{3\pi}\right)^{-1}\fallingdotseq\frac{\theta}{3\pi}\left(1+\frac{\theta}{3\pi}\right)\fallingdotseq\frac{\theta}{3\pi}$$

ここで与えられた近似式を用いて $\dfrac{d}{R}=2\left(1-\dfrac{\theta}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}}-1\fallingdotseq 2\left(1-\dfrac{2}{3}\dfrac{\theta}{2\pi}\right)-1=1-\dfrac{2\theta}{3\pi}$

したがって $\Delta V=-\dfrac{1}{2}\delta V_0=-\dfrac{1}{6\pi}\theta V_0$，$\therefore\ \dfrac{\Delta V}{\theta V_0}=-\dfrac{1}{6\pi}$　（答）

＜解説＞

(1)　ア，イ

小物体Aに働く万有引力の大きさは ア$=\dfrac{Gm_AM}{(R+a)^2}$

小物体Aに働く遠心力は イ$=m_A(R+a)\omega^2$

小物体Aと人工衛星Zの間のひもの張力をN_Aとして，小物体Aに働く力のつりあいの式は

ア$+N_A=$イ，すなわち $\dfrac{Gm_AM}{(R+a)^2}+N_A=m_A(R+a)\omega^2$　（ｉ）

ウ，エ

小物体Bに働く万有引力の大きさは ウ$=\dfrac{Gm_BM}{(R-b)^2}$

小物体Bに働く遠心力は エ$=m_B(R-b)\omega^2$

小物体Bに働く力のつりあいの式は，小物体Bと人工衛星Zの間のひもの張力をN_Bとして，

ウ $= N_B+$エ，すなわち $\dfrac{Gm_BM}{(R-b)^2}= N_B + m_B(R-b)\omega^2$ （ii）

オ

人口衛星に働く力について，

地球方向の力は万有引力とひもの張力N_B，地球と反対方向に働く力は遠心力とひもの張力N_A

したがって人工衛星に働くつりあいの式は，$\dfrac{Gm_ZM}{R^2}+ N_B=m_ZR\omega^2+N_A$ （iii）

人工衛星が小物体AとBを取り付ける前と同じ円軌道を角速度ωで動き続けたので，

万有引力と遠心力のつりあいから，$\dfrac{Gm_ZM}{R^2}= m_ZR\omega^2$ （iv）

(iii)，(iv)から$N_A=N_B=cN_B$，$\therefore$ c の値は $c=1=$オ

カ，キ

与えられた近似式を使うと，$\dfrac{1}{(R+a)^2}\fallingdotseq\dfrac{1}{R^2}\left(1-\dfrac{2a}{R}\right)$，$\dfrac{1}{(R-b)^2}\fallingdotseq\dfrac{1}{R^2}\left(1+\dfrac{2b}{R}\right)$

（i）は $\dfrac{Gm_AM}{R^2}\left(1-\dfrac{2a}{R}\right)+N_A=m_A(R+a)\omega^2$

(iv)から，$\dfrac{GM}{R^2}= R\omega^2$だから，$m_AR\left(1-\dfrac{2a}{R}\right)\omega^2+N_A=m_A(R+a)\omega^2$ （v）

（ii）は $\dfrac{Gm_BM}{R^2}\left(1+\dfrac{2b}{R}\right)= N_B + m_B(R-b)\omega^2= N_A + m_B(R-b)\omega^2$

同様に $m_BR\left(1+\dfrac{2b}{R}\right)\omega^2= N_A + m_B(R-b)\omega^2$ （vi）

（v），(vi)から$m_AR\left(1-\dfrac{2a}{R}\right)\omega^2+m_BR\left(1+\dfrac{2b}{R}\right)\omega^2=m_A(R+a)\omega^2+ m_B(R-b)\omega^2$

したがって，$m_AR\left(1-\dfrac{2a}{R}\right)+m_BR\left(1+\dfrac{2b}{R}\right)=m_A(R+a)+ m_B(R-b)$，$\therefore am_A=bm_B$

$\therefore \dfrac{m_A}{m_B}=\dfrac{b}{a}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-1}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{k}$，したがってこの$k$の値は $k=-1=$カ（答）

（v）から $N_A=3am_A\omega^2$，$\therefore \dfrac{N_A}{a}=3m_A\omega^2=$キ （答）

(2) ク，ケ

人工衛星について，万有引力と遠心力のつりあいによって $\dfrac{Gm_ZM}{R^2}= m_ZR\omega^2=\dfrac{m_ZV_0{}^2}{R}$ （iv）

$\therefore \dfrac{GM}{R^2}=\dfrac{V_0{}^2}{R}$，$\therefore V_0=\sqrt{\dfrac{GM}{R}}=$ク

宇宙船についても同様に，$\dfrac{Gm_UM}{R^2}= m_UR\omega^2=\dfrac{m_UV_0{}^2}{R}$ （vii），$\dfrac{GM}{R^2}=\dfrac{V_0{}^2}{R}$，$\therefore V_0=\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$

人工衛星Zが点Cに戻る時間は$T_0\times\dfrac{2\pi-\theta}{2\pi}=T_1$，$\therefore \dfrac{T_1}{T_0}=\dfrac{2\pi-\theta}{2\pi}=1-\dfrac{\theta}{2\pi}=$ケ

コ，サ

ケプラーの第３法則によれば，円軌道と楕円軌道について $\dfrac{T_0{}^2}{R^3}=\dfrac{T_1{}^2}{l^3}$

ただし半長軸 $l=\dfrac{R+d}{2}=\dfrac{R}{2}\left(1+\dfrac{d}{R}\right)=\dfrac{R}{2}(1+\gamma)$，$\gamma=\dfrac{d}{R}$

したがって，$\dfrac{T_0{}^2}{R^3}=\dfrac{8T_1{}^2}{R^3(1+\gamma)^3}$，$\therefore (1+\gamma)^3=8\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)^2$，$\therefore \dfrac{d}{R}=\gamma=2\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{2}{3}}-1=$コ

ケプラーの第２法則を宇宙船の楕円軌道に対して適用すると，$RV_1=dV_D$

点CとDでは力学的エネルギーは保存されるから，$\dfrac{1}{2}m_UV_1{}^2-\dfrac{m_UGM}{R}=\dfrac{1}{2}m_UV_D{}^2-\dfrac{m_UGM}{d}$

$V_1{}^2-\dfrac{2GM}{R}=V_D{}^2-\dfrac{2GM}{d}=V_1{}^2\left(\dfrac{R}{d}\right)^2-\dfrac{2GM}{d}$，$\therefore V_1{}^2-2V_0{}^2=V_1{}^2\left(\dfrac{R}{d}\right)^2-\dfrac{2R}{d}V_0{}^2$

$\dfrac{V_1}{V_0}=\sqrt{\dfrac{2d}{R+d}}=$サ

参考までにケプラーの法則を書く。

第１法則：それぞれの惑星は，太陽を１つの焦点とする楕円軌道上を運動する。

第２法則：太陽と惑星を結ぶ線分（動径）が，単位時間に描く面積（面積速度）は，それぞれの惑星について一定である。

第３法則：惑星の公転周期Tの2乗と，楕円軌道の半長軸lの3乗の比の値はすべての惑星について同じ値である。$\dfrac{T^2}{l^3}=k$（一定）

問１

遅れの角度θがπと比べて十分小さいので，$\dfrac{T_1}{T_0}=\dfrac{2\pi-\theta}{2\pi}=1-\dfrac{\theta}{2\pi}\fallingdotseq 1$，

$\dfrac{d}{R}=\gamma=2\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{2}{3}}-1\fallingdotseq 1$，$\Delta V=V_0\left(\sqrt{1-\dfrac{R-d}{R+d}}-1\right)$，$\dfrac{R-d}{R+d}=\delta$は十分1より小である。

したがって$\Delta V=V_0(\sqrt{1-\delta}-1)\fallingdotseq -\dfrac{1}{2}\delta V_0$となる。

物理問題　II

＜解答＞

(1)　イ $-\dfrac{B_0}{R}r+B_0$　ロ $er\omega B_0\left(1-\dfrac{r}{R}\right)$　ハ $r\omega B_0\left(1-\dfrac{r}{R}\right)$　ニ $\dfrac{\omega B_0R^2}{6}$

(2)　ホ $\dfrac{B_0}{R}(R-r)\Delta S$

問１

半径 r と半径 $r+\Delta r$ の微小円環の面積は $\pi(r+\Delta r)^2-\pi r^2=2\pi r\Delta r+\pi(\Delta r)^2\fallingdotseq 2\pi r\Delta r$

この微小円環中の磁束は$\dfrac{B_0}{R}(R-r)\times 2\pi r\Delta r$，したがって半径$a$の円を貫く磁束は

$$\phi_a=\frac{2\pi B_0}{R}\int_0^a r(R-r)dr=\frac{2\pi B_0}{R}\left[\frac{R}{2}r^2-\frac{r^3}{3}\right]_0^a=\frac{2\pi a^2B_0}{R}\left(\frac{R}{2}-\frac{a}{3}\right)=\pi B_0a^2\left(1-\frac{2a}{3R}\right)$$

(3)　ヘ $\frac{1}{2}ba\left(1-\frac{2a}{3R}\right)$　ト $\frac{e}{2m}ba\left(1-\frac{2a}{3R}\right)t$

問２

半径a，速さvの円運動に伴う遠心力は$\frac{mv^2}{a}$，磁場による円運動の向心力はevB

半径aが一定のままということは，両者がつりあっていることなので $\frac{mv^2}{a}=evB$，$\therefore\ \frac{mv}{a}=eB$

したがって，$\frac{e}{2}b\left(1-\frac{2a}{3R}\right)t=e\frac{bt}{R}(R-a)$，$\therefore\ \frac{a}{R}=\frac{3}{4}$　（答）

＜解説＞

(1)　イ

$B(0)=B_0$，$B(R)=0$だから，$B(r)=-\frac{B_0}{R}r+B_0$

ロ

電子の円周速度は$r\omega$だから，電子に働くローレンツ力は $er\omega B(r)=er\omega B_0\left(1-\frac{r}{R}\right)$

ハ

導体棒中の電場が電子に及ぼす力とローレンツ力がつりあうので，

$eE=er\omega B_0\left(1-\frac{r}{R}\right)$，$\therefore\ E=r\omega B_0\left(1-\frac{r}{R}\right)$

ニ

$E(r)$は図１のような放物線となる。

$E(r)$とr軸に囲まれた図形の面積は

$$\frac{\omega B_0}{R}\int_0^R r(R-r)dr=\frac{\omega B_0}{R}\left[-\frac{r^3}{3}+\frac{R}{2}r^2\right]_0^R=\frac{\omega B_0R^2}{6}$$

$f(x)=(x-p)(q-x)$のグラフとx軸で囲まれた図形の面積$\frac{1}{6}(q-p)^3$で$p=0$，$q=R$とすれば，$\frac{1}{6}R^3$

簡単な積分だから，このヒントは必要ないであろう。

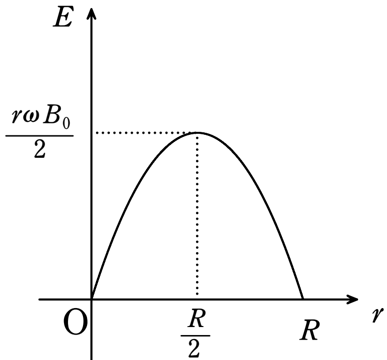

図１

(2)　ホ

微小面積ΔS中の磁束 $\Delta\phi=B(r)\Delta S=\frac{B_0}{R}(R-r)\Delta S=$ホ

問１

図２に示す半径 rと半径 $r+\Delta r$ の微小円環（打点部）の面積は $\pi(r+\Delta r)^2-\pi r^2=2\pi r\Delta r+\pi(\Delta r)^2\fallingdotseq 2\pi r\Delta r$

この円環中の磁束は$\frac{B_0}{R}(R-r)\times 2\pi r\Delta r$

したがって半径aの円を貫く磁束は

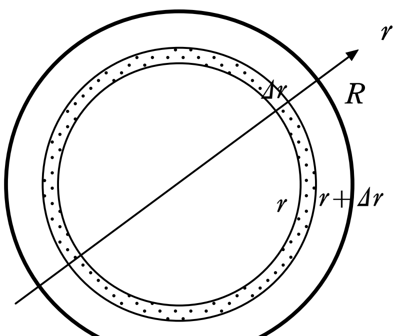

図２

$$\phi_a=\frac{2\pi B_0}{R}\int_0^a r(R-r)dr=\frac{2\pi B_0}{R}\left[\frac{R}{2}r^2-\frac{r^3}{3}\right]_0^a=\frac{2\pi a^2 B_0}{R}\left(\frac{R}{2}-\frac{a}{3}\right)=\pi B_0 a^2\left(1-\frac{2a}{3R}\right)$$

(3)

へ，ト

半径a内の磁束は$\phi_a(t)=\pi B_0 a^2\left(1-\frac{2a}{3R}\right)=\pi bta^2\left(1-\frac{2a}{3R}\right)$

磁束変化を妨げるような起電力による電場が半径aに沿って発生する。

起電力は$V=-\frac{d\phi_a(t)}{dt}=-\pi ba^2\left(1-\frac{2a}{3R}\right)$，電場の強さは$E=\frac{V}{2\pi a}=-\frac{1}{2}ba\left(1-\frac{2a}{3R}\right)$

したがって時刻 t における，電場の大きさは$\frac{1}{2}ba\left(1-\frac{2a}{3R}\right)=$へ

電子の運動方程式は，加速度をαとして，$m\alpha=eE$, $\alpha=\frac{e}{2m}ba\left(1-\frac{2a}{3R}\right)$

時刻$t=0$で速さは0なので，時刻tにおける電子の速さは$\frac{e}{2m}ba\left(1-\frac{2a}{3R}\right)t=$ト

問２

半径a，速さvの円運動に伴う遠心力は$\frac{mv^2}{a}$，磁場による円運動の向心力はevB

半径aが一定のままということは，両者がつりあっていることなので$\frac{mv^2}{a}=evB$, $\therefore \frac{mv}{a}=eB$

したがって，$\frac{e}{2}b\left(1-\frac{2a}{3R}\right)t=e\frac{bt}{R}(R-a)$, $\therefore \frac{a}{R}=\frac{3}{4}$　（答）

物理問題　Ⅲ

＜解答＞

あ $\frac{\lambda}{n}$　い $-pE\sin 2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)$　う $qE\sin 2\pi\left(ft-\frac{nz}{\lambda}\right)$　え $q'pqE$　お$-\frac{4\pi nD}{\lambda}$

問１

$$E_{R_0}+E_{R_1}=-pE\sin 2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)+q'pqE\sin\left\{2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)+\phi\right\}$$

$$=pES\sin\left\{2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)+\beta\right\}=A\sin\left\{2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)+\beta\right\} \qquad \text{(iii)}$$

ここで，$2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)=H$とおく。

$-\sin 2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)+qq'\sin\left\{2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)+\phi\right\}=-\sin H+qq'\sin(H+\phi)$

$=-\sin H+q'q\sin H\cos\phi+q'q\sin\phi\cos H=\sin H\{-1+qq'\cos\phi\}+qq'\sin\phi\cos H$

$=S\sin H\cos\beta+S\sin\beta\cos H=S\sin(H+\beta)$

ただし，$S^2=(1-qq'\cos\phi)^2+(qq'\sin\phi)^2$, $\cos\beta=\frac{1}{S}(-1+qq\cos\phi)$，$\sin\beta=\frac{1}{S}qq'\sin\phi$

すると，$A^2=(pES)^2=(pE)^2\{(1-qq\cos\phi)^2+(qq'\sin\phi)^2\}$

$$=(pE)^2\{1-2qq'\cos\phi+(qq'\cos\phi)^2+(qq'\sin\phi)^2\}=(pE)^2\{1-2qq'\cos\phi+(qq')^2\}$$ （答）

か $\dfrac{2m-1}{4n}$　き $pE(1+qq')$　く $\dfrac{m}{2n}$　け $qq'E(1+p^2)$　こ $\dfrac{2m-1}{4n}$　さ $qq'E(1-p^2)$

問２

$K=2\pi\left(ft-\dfrac{z}{\lambda}\right)-\dfrac{2\pi nD}{\lambda}$とおく。$\mathrm{T_j}$ 光は $qq'p^{2(j-1)}E\sin\{K+\phi(j-1)\}$，$j=1,2,...$

$\phi=\dfrac{4\pi nD}{\lambda}=2m\pi$のとき，

$\mathrm{T_j}$ 光は $qq'p^{2(j-1)}E\sin\{K+2m\pi(j-1)\}=qq'p^{2(j-1)}E\sin K$，$j=1,2,...$

$$T=\sum_{j=1}^{\infty}T_j=qq'E\sin K\sum_{j=1}^{\infty}p^{2(j-1)}=qq'E\sin K\sum_{k=0}^{\infty}(p^2)^k=\frac{1}{1-p^2}qq'E\sin K=E\sin K$$

したがって，光の強度は E^2　（答）

$\phi=\dfrac{4\pi nD}{\lambda}=(2m-1)\pi$のとき，

$\mathrm{T_j}$ 光は $qq'p^{2(j-1)}E\sin\{K+(2m-1)\pi(j-1)\}=qq'p^{2(j-1)}(-1)^{j-1}E\sin K$，$j=1,2,...$

$$T=\sum_{j=1}^{\infty}T_j=qq'E\sin K\sum_{j=1}^{\infty}(-1)^{j-1}p^{2(j-1)}=qq'E\sin K\sum_{k=0}^{\infty}(-p^2)^k$$

$$=\frac{qq'}{1+p^2}E\sin K=\frac{1-p^2}{1+p^2}E\sin K$$

したがって，光の強度は $\left(\dfrac{1-p^2}{1+p^2}\right)^2E^2$　（答）

問３

図２によれば，薄膜 X は特定の波長に対して透過強度が大きく，それ以外に対して非常に小さい。薄膜 Y では，波長による透過強度の比は2倍くらいしかない。特定の波長の光を選択して抽出するには薄膜Xの方が適当である。問２において透過光の強弱の比は$\left(\dfrac{1-p^2}{1+p^2}\right)^2$が小さいほど大きいので，適当な薄膜は$p<1$で，1に近い$p$ をもつ薄膜である。

＜解説＞

(A)　あ

屈折率 n の物質中での光の波長は屈折率 1 の物質中での波長（ここでは大気中での波長）の $\dfrac{1}{n}$

したがって，$\mathrm{T_1}$' 光の波長は $\dfrac{\lambda}{n}=$あ

い，う

R_0 光はz 軸負方向へ進み，大気から薄膜へ向かう面Aで反射するとき位相がπずれるので，

時刻t，位置zでの電場のx 成分は，$E_{R_0}=pE\sin\left\{2\pi\left(ft+\dfrac{z}{\lambda}\right)-\pi\right\}=-pE\sin2\pi\left(ft+\dfrac{z}{\lambda}\right)=$い

T_1' 光では，$E_{T_1'}=qE\sin 2\pi\left(ft-\dfrac{nz}{\lambda}\right)=$う

負方向へ進む光について(ⅱ)に表式があるからヒントになる。

え，お

面Aを透過し，面Bで反射し，再び面Aを透過し，z 軸の負の向きに進む光R_1 光の電場のx 成分は

$E_{R_1}=E'\sin\left\{2\pi\left(ft+\dfrac{z}{\lambda}\right)+\phi\right\}$ （ⅱ）

R_1 光は入射光Ｉが面Aで透過，面Bで反射，面Aで透過した光だから，$E'=q'pqE=$え

面Bでの反射は，屈折率の大きい物質から小さい物質での反射だから，位相の変化はない。

したがって位相の変化は薄膜を往復することによるものだから，$\phi=-2\pi\times\dfrac{2D}{\lambda/n}=-\dfrac{4\pi nD}{\lambda}=$お

ここで，ϕが負になるのは，位相が遅れるということを意味する。単に反射したR_0 光に比べて，光が薄膜中を1回往復するので，その分遅れが生じる。

問１

$$E_{R_0}+E_{R_1}=-pE\sin 2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)+q'pqE\sin\left\{2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)+\phi\right\}$$

$$=pES\sin\left\{2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)+\beta\right\}=A\sin\left\{2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)+\beta\right\} \qquad \text{(iii)}$$

ここで，$2\pi\left(ft+\dfrac{z}{\lambda}\right)=H$とおく。

$$-\sin 2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)+qq'\sin\left\{2\pi\left(ft+\frac{z}{\lambda}\right)+\phi\right\}=-\sin H+qq'\sin(H+\phi)$$

$$=-\sin H+q'q\sin H\cos\phi+q'q\sin\phi\cos H = \sin H(-1+qq'\cos\phi)+qq'\sin\phi\cos H$$

$$=S\sin H\cos\beta+S\sin\beta\cos H=S\sin(H+\beta)$$

ただし，$S^2=(-1+qq'\cos\phi)^2+(qq'\sin\phi)^2$，$\cos\beta=\dfrac{1}{S}(-1+qq'\cos\phi)$，$\sin\beta=\dfrac{1}{S}qq'\sin\phi$

$$A^2=(pES)^2=(pE)^2\{(-1+qq'\cos\phi)^2+(qq'\sin\phi)^2\}$$

$$=(pE)^2\{1-2qq'\cos\phi+(qq'\cos\phi)^2+(qq'\sin\phi)^2\}=(pE)^2\{1-2qq'\cos\phi+(qq')^2\}$$

か，き

以上より，R_0 光とR_1 光の干渉によってできる光の強度A^2 が最大になるのは,

$\cos\phi=\cos\left(-\dfrac{4\pi nD}{\lambda}\right)=\cos\left(\dfrac{4\pi nD}{\lambda}\right)=-1$のときで,

最大値 $A^2=(pE)^2\{1+2qq'+(qq')^2\}=(pE)^2(1+qq')^2$ をとる。

したがって $\dfrac{4\pi nD}{\lambda}=(2m-1)\pi$，$D=\dfrac{2m-1}{4n}\lambda$

すなわち厚さD が波長λ の $\dfrac{2m-1}{4n}=$か 倍になるとき，R_0光とR_1光の干渉によってできる光の強度の最大値は$A^2=(pE)^2(1+qq')^2$となる。そのときの電場の振幅は$\sqrt{A^2}=pE(1+qq')=$き である。

く，け，こ，さ

T_1光　$E_{T_1}=q'E_{T_1'}=q'qE\sin\left\{2\pi\left(ft-\dfrac{z}{\lambda}\right)-\dfrac{2\pi D}{\lambda/n}\right\}$，$E_{T_1'}=qE\sin 2\pi\left(ft-\dfrac{nz}{\lambda}\right)$,

$\mathrm{T_2}$光　$E_{T_2}=q'E_{T_2'}=q'pE_{R_1'}=q'ppE_{T_1'}=q'ppqE\sin\left\{2\pi\left(ft-\dfrac{z}{\lambda}\right)-\dfrac{2\pi\cdot 3D}{\lambda/n}\right\}$

$$=qq'p^2E\sin\left\{2\pi\left(ft-\frac{z}{\lambda}\right)-\frac{2\pi nD}{\lambda}+\phi\right\}$$

なお，ここで$-\dfrac{2\pi D}{\lambda/n}$，$-\dfrac{2\pi\cdot 3D}{\lambda/n}$は薄膜中を光が進行することによる位相の遅れである。

$E_{T_1}+E_{T_2}=qq'E\{\sin K+p^2\sin(K+\phi)\}=qq'E\,S_T\{\sin K\cos\gamma+\cos K\sin\gamma\}$

$$=qq'E\,S_T\sin(K+\gamma)$$

ただし$K=2\pi\left(ft-\dfrac{z}{\lambda}\right)-\dfrac{2\pi nD}{\lambda}$，$S_T{}^2=\{(1+p^2\cos\phi)^2+(p^2\sin\phi)^2\}=1+2p^2\cos\phi+p^4$

$\sin\gamma=\dfrac{p^2\sin\phi}{S_T}$，$\cos\gamma=\dfrac{1+p^2\cos\phi}{S_T}$

したがって，光の強度$(E_{T_1}+E_{T_2})^2$が最大となるのは，$S_T{}^2$が最大となるときで，$\cos\phi=1$

したがって，$\dfrac{4\pi nD}{\lambda}=2m\pi$，$\therefore\ D=\dfrac{m\lambda}{2n}$，したがって薄膜の厚さ$D$は波長$\lambda$の$\dfrac{m}{2n}=$く 倍である。

このとき，干渉してできる光の振幅は，$S_T{}^2=1+2p^2+p^4=(1+p^2)^2$だから，$qq'E(1+p^2)=$ け

一方，干渉光の強度が最小となるのは，$\cos\phi=-1$となるときだから，

同様に1 以上の整数mを用いて$\dfrac{4\pi nD}{\lambda}=(2m-1)\pi$だから，$D$が$\lambda$の$\dfrac{2m-1}{4n}=$こ 倍のときであり，

その振幅は$S_T{}^2=1-2p^2+p^4=(1-p^2)^2$だから，$qq'E(1-p^2)=$さ である。

問２

上記の考察から，

$\mathrm{T_j}$光は$qq'p^{2(j-1)}E\sin\{K+\phi(j-1)\}$，$j=1,2,...$

$\phi=\dfrac{4\pi nD}{\lambda}=2m\pi$のとき，

$\mathrm{T_j}$光は$qq'p^{2(j-1)}E\sin\{K+2m\pi(j-1)\}=qq'p^{2(j-1)}E\sin K$，$j=1,2,...$

$$T=\sum_{j=1}^{\infty}T_j=qq'E\sin K\sum_{j=1}^{\infty}p^{2(j-1)}=qq'E\sin K\sum_{k=0}^{\infty}(p^2)^k=\frac{1}{1-p^2}qq'E\sin K=E\sin K$$

ここで$p^2+qq'=1$を利用した。光の強度は$T^2=E^2\sin^2K$

$\phi=\dfrac{4\pi nD}{\lambda}=(2m-1)\pi$のとき，

$\mathrm{T_j}$光は$qq'p^{2(j-1)}E\sin\{K+(2m-1)\pi(j-1)\}=qq'p^{2(j-1)}(-1)^{j-1}E\sin K$，$j=1,2,...$

$$T=\sum_{j=1}^{\infty}T_j=qq'E\sin K\sum_{j=1}^{\infty}(-1)^{j-1}p^{2(j-1)}=qq'E\sin K\sum_{k=0}^{\infty}(-p^2)^k$$

$$=\frac{qq'}{1+p^2}E\sin K=\frac{1-p^2}{1+p^2}E\sin K$$

光の強度は$T^2=\left(\dfrac{1-p^2}{1+p^2}\right)^2E^2\sin^2K$

$p<1$だから，等比級数について問題文にあるように，下式が成立することを活用する。

$$\sum_{k=0}^{\infty}(p^2)^k=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}(p^2)^k=\lim_{n\to\infty}\frac{1-p^{2n}}{1-p^2}=\frac{1}{1-p^2}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}(-p^2)^k=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}(-p^2)^k=\lim_{n\to\infty}\frac{1-(-p^2)^n}{1+p^2}=\frac{1}{1+p^2}$$

問３

薄膜Xは特定の波長に対して透過強度が大きく，それ以外に対して非常に小さい。その比率は100倍以上ありそうだ。薄膜Yでは，波長による透過強度の比は2倍くらいしかなく，特定の波長の光を選択して抽出する能力は弱い。特定の波長の光を選択して抽出するには薄膜Xの方が適当である。

問２から，透過光の強弱の比は$\left(\frac{1-p^2}{1+p^2}\right)^2$が小さいほど大きいので，$p<1$で，1に近い値をもつ薄膜である。

＜総評＞

例年通り，文章を読み進みながら，要所の$\boxed{}$に適切な式または値を求める。力と運動，電磁気，光波の３分野からの出題である。物理事象を説明する長文をしっかり読み込む必要がある。前２者の分野は毎年の出題であり，３問目は波動や気体の分子運動であったり，他の分野に分かれる。

問題Ⅰ

万有引力の下での地球，人工衛星，宇宙船の運動に関する問題。

人工衛星や宇宙船の楕円軌道では，万有引力と遠心力の両者がつりあって軌道上を周回する。

ケプラーの法則を理解していなければならない。サでは力学的エネルギー保存の法則を適用する。運動エネルギーと万有引力による位置エネルギーの和が力学的エネルギーとして保存される。

問１では近似式を適用できるように，式を上手に変形することが必要だ。誘導的に問題は構成されているので，問題文をしっかり読み込めば，それほど難しい問題ではないことに気づくであろう。難易度B。

問題Ⅱ

軸対称な磁場中における電子の運動に関する問題。⑴では軸の中心を回転中心として，一定の角速度で回転する導体棒中の電子に働くローレンツ力と導体棒の両端に発生する電位差を求める。十分時間が経過するとローレンツ力とつりあうために，移動した電子による電場が発生する。導体棒の両端に発生する電位差は，導体棒の各点に発生する電場を加算したものになることがポイントである。

⑵では定義された円内での磁束を求める問題で，数学的な問題に帰着する。⑶への導入となる。

⑶は，物理的な考察がやや難しい。「円軌道に沿って発生した電場」とは何か，ということで悩むと先に進むのが難しくなる。ここでは，電磁気に関する知識を総動員して考えよう。すると，円軌道に沿ってコイルが存在したら，コイルに沿って誘導起電力が発生するというファラデーの電磁誘導の法則を思い出そう。ここでは，コイルは存在しないのだが，円軌道内の磁束が変化すれば，円軌道に沿って起電力が誘導されることを仮想しよう。その起電力は円軌道内の磁束変化に相当する。磁束は軸対象だから，発生する電場は円軌道に沿って均一と考えることができる。すなわち誘導起電力を円軌道の長さ（円周長）によって除算したものが電場と想定できる。

上記のような考え方の気づきが難しいので，難易度はA。

問題III

　薄膜における光波の干渉の問題。問題構成は簡明なのだが，基礎的な知識と思考が的確でないと，難しく感じられるであろう。加えて，波動を表す三角関数の処理や等比数列の和の計算が必要となるので，数学的なミスをしないこと。難易度はＡ－。

200413