

平成 31 年度 入学 試験 問題

数 学 (理系)

200 点満点

◀配点は、一般入試学生募集要項に記載のとおり。▶

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページをあわせて 16 ページある。
3. 問題は全部で 6 題ある (1 ページから 2 ページ)。解答に際して常用対数の値が必要なときは、常用対数表 (3 ページから 4 ページ) を利用すること。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと。ただし、続き方をはっきり示して見開きに隣接する計算用ページに解答の続きを書いてもよい。この場合に限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。また、余白ページに書かれたものは採点の対象としない。
6. 解答のための下書き、計算などは、計算用ページまたは余白ページに書いて、残しておいてもよい。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(40 点)

次の各問に答えよ。

問 1 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。 $\cos \theta$ は有理数ではないが、 $\cos 2\theta$ と $\cos 3\theta$ がともに有理数となるような θ の値を求めよ。ただし、 p が素数のとき、 \sqrt{p} が有理数でないことは証明なしに用いてよい。

問 2 次の定積分の値を求めよ。

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$$

$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x}$$

2

(30 点)

$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2$ とする。 $|f(n)|$ と $|f(n+1)|$ がともに素数となる整数 n をすべて求めよ。

3

(35 点)

鋭角三角形 ABC を考え、その面積を S とする。 $0 < t < 1$ をみたす実数 t に対し、線分 AC を $t:1-t$ に内分する点を Q 、線分 BQ を $t:1-t$ に内分する点を P とする。実数 t がこの範囲を動くときに点 P の描く曲線と、線分 BC によって囲まれる部分の面積を、 S を用いて表せ。

4

(30 点)

1つのさいころを n 回続けて投げ、出た目を順に X_1, X_2, \dots, X_n とする。このとき次の条件をみたす確率を n を用いて表せ。ただし $X_0 = 0$ としておく。

条件： $1 \leq k \leq n$ をみたす k のうち、 $X_{k-1} \leq 4$ かつ $X_k \geq 5$ が成立するような k の値はただ1つである。

5

(30 点)

半径1の球面上の5点 A, B_1, B_2, B_3, B_4 は、正方形 $B_1B_2B_3B_4$ を底面とする四角錐をなしている。この5点が球面上を動くとき、四角錐 $AB_1B_2B_3B_4$ の体積の最大値を求めよ。

6

(35 点)

i は虚数単位とする。 $(1+i)^n + (1-i)^n > 10^{10}$ をみたす最小の正の整数 n を求めよ。

常用対数表は次ページにある。

