平成 31 年度入学試験問題

数　　学

（人文，教育，経済，農，創生学部）

注　意　事　項

1　この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはならない。

2　問題冊子は，全部で 4 ページある。（落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は申し出ること。）

　別に解答用紙が 4 枚ある。

3　解答はすべて，問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。

4　受験番号は，各解答用紙の指定された 2 箇所に必ず記入すること。

5　解答時間は，90 分である。

6　下書きは，問題冊子の余白を使用すること。

7　問題冊子は，持ち帰ること。

1 次の問いに答えよ。

(1) 座標平面上で，不等式 $|y| \geqq |x| + x + 1$ の表す領域を図示せよ。

(2) a を定数とし，$f(x) = |x-2| + (a+1)x - 2$ とする。関数 $y = f(x)$ のグラフが x 軸とちょうど 2 点で交わるとする。そのとき，a の値の範囲を求め，不等式 $f(x) \leqq y \leqq 0$ の表す領域の面積を a で表せ。

2 座標平面上に放物線 $C_1 : y = x^2$ と $C_2 : y = x^2 + c^2$ を考える。ただし，c は正の定数とする。C_1 上の点 (a, a^2) から C_2 に接線 l_1，l_2 を引き，接点の x 座標をそれぞれ b_1，b_2 $(b_1 < b_2)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $a - b_1 = b_2 - a = c$ が成り立つことを示せ。

(2) C_2 と接線 l_1，l_2 で囲まれた部分の面積を c で表せ。

3 座標空間において，1 辺の長さが 1 の立方体 OABC − DEFG をなす 8 つの頂点 O$(0,0,0)$，A$(1,0,0)$，B$(1,1,0)$，C$(0,1,0)$ および D$(0,0,1)$，E$(1,0,1)$，F$(1,1,1)$，G$(0,1,1)$ をとる。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\vec{d}$ とおく。辺 DE 上に点 P$(s,0,1)$ $(0 \leqq s \leqq 1)$，辺 CB 上に点 Q$(t,1,0)$ $(0 \leqq t \leqq 1)$ をとり，3 点 O，P，Q を含む平面と直線 GF との交点を R とする。四角形 OPRQ の面積を U とする。次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\vec{a}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ および s，t で表せ。

(2) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を s，t で表せ。また，U を s，t で表せ。

(3) 点 R が辺 GF 上にあるとき，U の最大値，最小値を求めよ。またそのときの s，t の値を求めよ。

4 多項式 $P(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1$ について，次の問いに答えよ。ただし，n は 2 以上の整数とする。

(1) $Q(t) = P(t+1)$ とおく。多項式 $Q(t)$ の定数項，t の係数および t^2 の係数は 0 であることを示せ。

(2) $P(x)$ は $(x-1)^3$ で割り切れるが，$(x-1)^4$ では割り切れないことを示せ。

(3) 方程式 $P(x) = 0$ の整数解は 1 および -1 のみであることを示せ。