

1

理科 1 科目の受験者は90分， 2 科目の受験者は180分

[1]

< 解答 >

問 1

重力によって板面下方に働く力は $f = mg \sin \theta$

直方体が静止しているとき，板から直方体に働く静止摩擦力がこれとつりあう。

したがって，板から直方体に働く静止摩擦力は $mg \sin \theta$ (答)

問 2

板面から直方体に働く垂直抗力は $N = mg \cos \theta$

直方体がすべり始める直前に働く静止摩擦力は $\mu N = \mu mg \cos \theta$

直方体に働く重力の板面方向成分がこの静止摩擦力より大きければすべり始める。

すなわち $mg \sin \theta > \mu mg \cos \theta$, $\therefore \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta > \mu$ であれば直方体がすべり始める。(答)

問 3

直方体の重心Gに働く重力 mg が直方体の対角線に倒れる方向の回転力を与える場合に直方体は倒れる。すなわち図 1 から解るように， $\alpha > 90^\circ - \theta$ の場合に倒れる。

$$\tan \alpha = \frac{h}{b} > \tan(90^\circ - \theta) = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\tan \theta} , \therefore \tan \theta > \frac{b}{h} \text{ (答)}$$

問 4

問 2 から $\tan \theta$ が μ を超える瞬間に，直方体がすべり始める。このときの θ を θ_S として $\tan \theta_S = \mu$

問 3 から $\tan \theta$ が $\frac{b}{h}$ を超える瞬間に直方体が倒れる。このときの θ を θ_D として $\tan \theta_D = \frac{b}{h}$

したがって，直方体がすべる前に倒れるためには， $\theta_D < \theta_S$, $\therefore \tan \theta_D < \tan \theta_S$, $\therefore \frac{b}{h} < \mu$ (答)

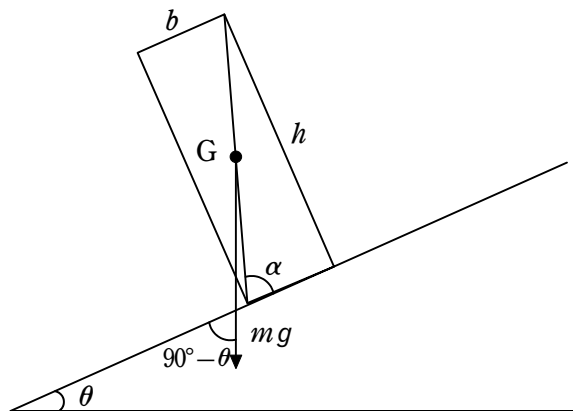


図 1

< 解説 >

斜面をなす粗い板 (摩擦があるということ) の上の物体の運動に関する問題。

問 1

物体には重力が働く。重力の板面下方成分が直方体に働く。直方体が静止しているということは，この力とつりあう静止摩擦力が働いているからである。

ここで、板からの垂直抗力が $N = mg \cos \theta$ だから静止摩擦力は $\mu N = \mu mg \cos \theta$ とすることのないように。これはうっかりミスである。静止している間は、力がつり合っているのだから、直方体に働く実際の力とつり合う力が静止摩擦力である。 μN は最大静止摩擦力と考えておくとよい。

問2

傾角 θ を大きくするにつれ、物体に働く重力の板面下方成分が大きくなって、最大静止摩擦力を超えてすべり始める。

問3

物体の重心 G に重力 mg が鉛直方向に働く。直方体の左下頂点が回転中心となるから、重心 G と左下頂点を結ぶ線と斜面のなす角が $90^\circ - \theta$ を超えると、倒れる回転力が働き、直方体は倒れる。

[2]

単振り子と衝突に関する問題。

< 解答 >

問1

$$\text{エネルギー保存の法則により } \frac{1}{2} m v_0^2 = m g h, \therefore v_0 = \sqrt{2gh} \quad (\text{答})$$

問2

小球 A, B の速度を v_A, v_B とする。

右方向を速度の正方向とする。運動量保存の法則により $m v_0 = m v_A + M v_B$

$$\text{弾性衝突だから、反発係数 } 1 = \frac{|v_A - v_B|}{|v_0 - 0|}, \therefore v_0 = -v_A + v_B, \therefore m v_0 = -m v_A + m v_B$$

$$\text{したがって } 2m v_0 = (m + M) v_B, v_B = \frac{2m}{m + M} v_0, v_A = v_B - v_0 = \frac{2m}{m + M} v_0 - v_0 = \frac{m - M}{m + M} v_0$$

$$M > m \text{ だから } v = |v_A| = \frac{-m + M}{m + M} \sqrt{2gh} \quad (\text{答}), V = |v_B| = \frac{2m}{m + M} v_0 = \frac{2m}{m + M} \sqrt{2gh} \quad (\text{答})$$

問3

$$\text{エネルギー保存の法則により } M g H = \frac{1}{2} M V^2 = M \left(\frac{2m}{m + M} \right)^2 g h, \therefore H = \left(\frac{2m}{m + M} \right)^2 h \quad (\text{答})$$

問4

高さ h は十分小さく、問3の結果から $H < h$ だから、 H も十分小さい。

すると、小球 A, B とともに長さ L の単振り子の運動、すなわち単振動をする。

小球 A, B は振動中心の最下点にて衝突して反対方向へ振れるから、衝突から衝突までの時間 T は、単振り子の単振動の周期の半分となる。

$$\text{したがって, } T = \frac{1}{2} \times 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (\text{答})$$

< 解説 >

問2

運動量保存の法則と反発係数 1 の関係から、速さを求める。

問4

小球 A, B がどのような運動をするのか、理解する必要がある。

小球 A の初期の高さ h が十分小さいということは、糸の長さ L よりも十分小さいということである。

小球Bと衝突後にAが戻る高さは当然 h より低いので、十分に小さい。

この十分に小さいという意味は、振り子運動が単振動と見なせるぐらいに小さいということ。この単振り子の振動中心は最下点である。

小球Bが円形斜面を昇る高さ H も十分に小さいから、Bも最下点を中心とする、糸の長さ L (ここでは円形斜面の半径 L)の単振り子の単振動を行う。しかし、両者は最下点で衝突するので、片側へ振れることはない。振れ角が小さいときは、単振り子の周期は近似的に振幅によらず一定の $2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ だから、A、Bは最下点で衝突を繰り返す。

2

< 解答 >

問1

電気量 q から出る電気力線の本数は $N=4\pi kq$ (答)

問2

金属板の上側と下側に差異はないから、電気力線の状態は上側と下側で同じ。

したがって上側、下側へ向かう電気力線の本数は $\frac{1}{2} \times N$

面Aおよび面Bを貫く電気力線の本数 $\Delta N = \frac{1}{2} N \times \frac{4S}{S}$

電荷は金属板に一様に分布し、電気力線は金属板を垂直に貫いているから、

面A、Bをどこにとっても貫く電気力線の本数は同じ。電場の強さは電気力線の密度だから、

金属板の上側、下側の電場の強さはともに $E = \frac{\Delta N}{4S} = \frac{2\pi kq}{S}$ (答)

問3

極板Pがつくる電場と極板Qがつくる電場は同じ。P、Q間の電場は両者の電場の重ね合わせ。

したがって、 $E_{in} = E + E = \frac{2\pi kq}{S} + \frac{2\pi kq}{S} = \frac{4\pi kq}{S}$ (答)

問4

極板の外側では、両者のつくる電場の向きが逆になるので、打ち消し合う。

したがって、極板の外側の電場の強さ $E_{out} = 0$ (答)

問5

極板間の電位差は $V = dE_{in} = \frac{4\pi kdq}{S}$ (答)

問6

電気量 $\pm q$ が極板に溜まったとき、極板間の電位差が V だから、 $q = CV$

したがって、コンデンサーの電気容量は $C = \frac{q}{V} = \frac{S}{4\pi kd}$ (答)

問7

極板Qの電気量は $-q$ 、極板Pのつくる電場は E だから、極板Qが電場 E から受ける力の大きさは

$F = |-qE| = \frac{2\pi kq^2}{S}$ (答)

< 解説 >

問 1 , 問 2

電気量 q から出る電気力線の本数はガウスの法則として教科書に記載されている。一般に点電荷 q から出る電気力線の本数, その密度(電場の強さ)の求め方が教科書に記載されている。

このことは電荷が複数ある場合や電荷が連続的に分布している場合も同様であるとされている。

十分大きな面積の金属板に一様に帯電させると, 電気力線は金属板に垂直に上下に向かう。上下に差異はないから, その状態は上下で同じ。

問 3

極板間では, 極板Pの電場は上へ向く。極板Qの電場も上へ向く。したがって, 両者は重なり合う。

問 4

極板Pの下側では, Pによる電場は下へ向く。Qによる電場は上を向く。両者の大きさは同じで向きが逆だから, 打ち消し合う。極板Qの上側では, Pによる電場は上向き, Qによる電場は下向き。同様に両者の大きさは同じで向きが逆だから打ち消し合う。

問 5

極板間には一様な電場 E_{in} が形成されているので, 電位差 $V=dE_{in}$

問 6

問 5 の結果 $V = \frac{4\pi kdq}{S}$ は $q = \frac{S}{4\pi kd} V$ となり, これは電気量 $\pm q$ が極板に溜まったとき, 極板間の電位差が V なることを示している。これは, コンデンサーが電気量を溜めたときの式 $q = CV$ である。

問 7

極板Qの電気量 $-q$ が極板Pのつくる電場 E によって力を受ける。この E は極板間の電場 E_{in} の半分であることに注意。

[2]

< 解答 >

問 1

回路のスイッチを閉じて十分時間が経つと, それぞれのコンデンサーには一定の電荷がたまり, 回路には一定の電流が流れる。

電流は電源 E , 抵抗 R_1, R_2, R_3 の閉じた回路を流れる。抵抗は直列接続なので, 流れる電流は

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}$$

E, R_1, C_1 の閉じた回路についてキルヒホッフの法則により

$$V_1 = E - IR_1 = \frac{E(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{6.0(1.0 + 2.0)}{3.0 + 1.0 + 2.0} = 3.0 \text{ V} \quad (\text{答})$$

C_1, R_2, C_2 の閉じた回路についてキルヒホッフの法則により

$$V_2 = V_1 - IR_2 = \frac{ER_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{6.0 \times 2.0}{3.0 + 1.0 + 2.0} = 2.0 \text{ V} \quad (\text{答})$$

問 2

S_2 を開いて十分時間がたつと, 電流は流れなくなる。 E, R_1, C_1 の閉じた回路について, キルヒホッフの法則により, C_1 の両端の電圧 $V_1' = E = 6.0 \text{ V}$ (答)

また C_2 にたまっていた電荷は放電し、 R_3 を流れて熱エネルギーとして失われる。
したがって $V_2'=0\text{ V}$ (答)

問3

C_2 に蓄えられた静電エネルギーが熱エネルギーとなる。
したがって発生したジュール熱は

$$\frac{1}{2}C_2V_2'^2 = \frac{1}{2}C_2\left(\frac{ER_3}{R_1+R_2+R_3}\right)^2 = \frac{1}{2}\times 1.0\times 10^{-6}\times 2^2 = 2.0\times 10^{-6}\text{ J} \quad (\text{答})$$

問4

S_1 だけ閉じた状態で十分時間が経つと、コンデンサー C_1 の両端の電位差は E となる。
したがって $Q_1=C_1E=2.0\times 10^{-6}\times 6.0=1.2\times 10^{-5}\text{ C}$ (答)

問5

コンデンサー C_1 の電荷は Q_1' になったとする。

電荷は保存されるから、 $Q_1=Q_1'+Q_2$

$$C_1\text{と}C_2\text{の両端の電位差は同じだから、}\frac{Q_1'}{C_1}=\frac{Q_2}{C_2}, Q_1'=\frac{C_1Q_2}{C_2}$$

$$Q_1=Q_1'+Q_2=\frac{C_1Q_2}{C_2}+Q_2=\frac{C_1+C_2}{C_2}Q_2,$$

$$\therefore Q_2=\frac{C_2}{C_1+C_2}Q_1=\frac{1.0}{2.0+1.0}\times 1.2\times 10^{-5}=4.0\times 10^{-6}\text{ C} \quad (\text{答})$$

< 解説 >

問1

問題図4の回路図を見つめる。全てのスイッチを閉じたとき、電源 E から抵抗 R_1 、 R_2 、 R_3 を通る閉回路が形成されることがわかる。さらに、コンデンサー C_1 、 C_2 、 C_3 にも電流が流れ込む。しかし、コンデンサーの充電が終わると、電流は抵抗のみに流れる。これが十分時間がたったときの意味である。

問2

スイッチ S_2 を開くと、2つの閉回路の直列接続となる。 E 、 R_1 、 C_1 を含む閉回路は抵抗とコンデンサーの直列接続の回路である。 C_1 への充電が終わると、電流は流れなくなる。

C_2 、 S_3 、 R_3 を含む閉回路は C_2 の電荷が放電によって失われるまで、電流が流れる。

問3

エネルギー保存の法則により、コンデンサー C_2 の静電エネルギーが抵抗 R_3 の熱エネルギーに変換される。

問4

問2の E 、 R_1 、 C_1 を含む閉回路のみの回路となる。充電が終わると、 C_1 の両端の電位差は直流電源の電圧 E と同じになる。

問5

S_1 を開いて S_2 を閉じると、 C_1 にたまっていた電荷が R_2 、 C_2 に流れ込む。 C_2 が充電されると、電流が流れなくなる。ここでの着眼点は C_1 の電荷が C_2 に移動するが、 C_1 に残る電荷との合計の電荷は変化しないということである。

一方、抵抗 R_2 に電流が流れてエネルギーが失われる。 S_2 を閉じる前の回路のエネルギーはコンデン

サ-C₁の静電エネルギーで、 $\frac{1}{2}C_1E^2$ である。S₂を閉じて十分時間がたった後、この静電エネルギーは
 どうなるか、考察してみよう。

$$\begin{aligned} \text{コンデンサー}C_1\text{の静電エネルギーは} \frac{(Q_1')^2}{2C_1} &= \frac{1}{2C_1} \times \left(\frac{C_1Q_2}{C_2} \right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{C_1}{C_2^2} \times \left(\frac{C_2}{C_1+C_2} \right)^2 Q_1^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{C_1}{(C_1+C_2)^2} Q_1^2 \end{aligned}$$

$$\text{コンデンサー}C_2\text{の静電エネルギーは} \frac{Q_2^2}{2C_2} = \frac{1}{2C_2} \left(\frac{C_2}{C_1+C_2} \right)^2 Q_1^2 = \frac{1}{2} \frac{C_2}{(C_1+C_2)^2} Q_1^2$$

$$\text{両者の合計は} \frac{(Q_1')^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} = \frac{1}{2} \frac{C_1}{(C_1+C_2)^2} Q_1^2 + \frac{1}{2} \frac{C_2}{(C_1+C_2)^2} Q_1^2 = \frac{Q_1^2}{2(C_1+C_2)}$$

$$S_2\text{を閉じる前の静電エネルギー} \frac{1}{2}C_1E^2 = \frac{Q_1^2}{2C_1}$$

したがって、S₂を閉じる前後のコンデンサーの静電エネルギーの変化は

$$\frac{Q_1^2}{2C_1} - \left\{ \frac{(Q_1')^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} \right\} = \frac{Q_1^2}{2C_1} - \frac{Q_1^2}{2(C_1+C_2)} = \frac{C_2Q_1^2}{2C_1(C_1+C_2)}$$

すなわち $\frac{C_2Q_1^2}{2C_1(C_1+C_2)}$ が減少した。これは、抵抗R₂で熱エネルギーとして消費された。

3

[1]

< 解答 >

問題図2によれば、うなりの山は0.02秒に1回発生しているから、1秒間あたりのうなりの回数は

$$\frac{1}{0.02} = \boxed{50\text{回}} \text{であることがわかる。}$$

このことから $|f - 550| = 50$, $\therefore f = 550 \pm 50 = 600$ または 500

したがって波源S₂の出す波の振動数 f は $\boxed{500}$ Hzと $\boxed{600}$ Hzの2つの可能性がある。

波源S₂だけを、媒質に対して、波の速さより十分小さいある一定の速さで右向きに動かす。

このとき、ドップラー効果により、点Pで観測される波源S₂からの波の振動数は f よりも

$\boxed{\text{小さく}}$ なる。

問題図3では1秒あたりのうなりの回数は、波源S₂が静止していたときより $\boxed{\text{増加}}$ している。

f が減少し、かつ1秒あたりのうなりの回数 $|f - 550|$ が増加するのは $f = 500$ の方である。

したがって、波源S₂の振動数 f は $\boxed{500}$ Hzである。

次に波源S₂だけを、媒質に対して、非常に速い一定の速さ v で右向きに動かすと、点Pで観測される媒質の変位は問題図4のようになった。これによれば、周期0.02秒で波源S₁からの波が上下

しているから、波源S₂の振動数は $\frac{1}{0.02} = \boxed{50}$ Hzである。

ドップラー効果によれば観測される振動数は $f' = \frac{V}{V-v} f$

これより $v = \frac{f' - f}{f'} V = \frac{50 - 500}{50} \times 300 = -2700 \text{ m/s}$, - は音波の進む方向とは逆を意味する。

したがって, 波源 S_2 は速さ $v = \boxed{2700}$ m/s で右方向へ移動している。

< 解説 >

問題図 2 は 0.02 s に 1 回うなりが発生していることを示している。

問題図 3 ではうなりの回数は 1 秒あたり 70 回と読み取れる。問題図 1 の 50 回より増加している。

問題図 4 では 550 Hz の波が 0.02 s に 1 回上下している。この振動は, うなりではなく, 波源 S_2 の音波とみることができる。

[2]

< 解答 >

問 1

壁 S_x に衝突前の気体分子の運動量は mv_x , 衝突後の運動量は $-mv_x$

力積は運動量の変化だから, $mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$ (答)

問 2

気体分子が壁 S_x に再び衝突するまでの時間は $\frac{2L}{v_x}$, したがって 単位時間あたりに気体分子が壁

S_x に衝突する回数は $\frac{v_x}{2L}$ (答)

問 3

単位時間あたりに, この気体分子が壁 S_x に与える x 方向の力積は $2mv_x \times \frac{v_x}{2L} = \frac{mv_x^2}{L}$ (答)

問 4

単位時間あたりの力積 $\frac{mv_x^2}{L} = f \Delta t = f$, j 番目の分子の与える力 f_j とすれば

N 個の気体分子が壁 S_x に及ぼす力は $F = \sum_{j=1}^N f_j = \frac{m}{L} \sum_{j=1}^N v_{jx}^2 = \frac{Nm}{L} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N v_{jx}^2 = \frac{Nm}{L} \overline{v_x^2}$

分子の速さ v_j の x , y , z 成分を v_{jx} , v_{jy} , v_{jz} とすれば,

$v_j^2 = v_{jx}^2 + v_{jy}^2 + v_{jz}^2$, $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$

分子の運動する方向に偏りはないから, $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$, $\therefore \overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$

したがって $F = \frac{Nm}{3L} \overline{v^2}$

問 5

気体分子の圧力は壁 S_x への単位面積あたりの力だから $P = \frac{F}{L^2} = \frac{Nm}{3L^3} \overline{v^2} = \frac{Nm}{3V} \overline{v^2}$ (答)

これより $PV = \frac{Nm}{3} \overline{v^2}$

気体の状態方程式は $PV = nRT$ だから, $nRT = \frac{Nm}{3} \overline{v^2}$, $\therefore \frac{N}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} nRT = \frac{3N}{2N_A} RT$

ここで、気体のモル数 $n = \frac{N}{N_A}$ を用いた。

問6

容器Bの気体に問5の結果を適用すると、分子数が $2N$ 、温度が $3T$ 、 $\overline{v^2}$ を $\overline{v_B^2}$ と表記して

$$\frac{2N}{2} m \overline{v_B^2} = \frac{3 \times (2N)}{2N_A} R \times (3T) = 6 \times \frac{3N}{2N_A} RT$$

壁を取り外した後について、分子数が $3N$ 、温度を T_s 、 $\overline{v^2}$ を $\overline{v_s^2}$ と表記して

$$\frac{3N}{2} m \overline{v_s^2} = \frac{3 \times (3N)}{2N_A} RT_s = 3 \times \frac{3N}{2N_A} RT_s$$

$$\text{運動エネルギー保存の法則により, } \frac{N}{2} m \overline{v^2} + \frac{2N}{2} m \overline{v_B^2} = \frac{3N}{2} m \overline{v_s^2}$$

$$\text{したがって } \frac{3N}{2N_A} RT + 6 \times \frac{3N}{2N_A} RT = 3 \times \frac{3N}{2N_A} RT_s$$

$$\text{したがって温度 } T_s = \frac{7}{3} T \quad (\text{答})$$

問7

圧力を P_s とし、体積は $3L^3$ 、分子数は $3N$ 、気体の状態方程式は、

$$3L^3 P_s = \frac{3N}{N_A} RT_s = \frac{7N}{N_A} RT, \therefore P_s = \frac{7N}{3L^3 N_A} RT \quad (\text{答})$$

< 解説 >

教科書に気体分子の熱運動として記載されている内容通りの問題。

問1

力積の定義を理解していること。

問2

速さ v_x の気体分子は、壁 S_x と対抗する壁の間を速さ v_x で往復運動する。

問3

気体分子が単位時間あたりに衝突する回数と力積の積が単位時間あたりに壁 S_x におよぼす力積

問4

単位時間あたりの力積は壁に及ぼす気体分子の力

N 個の分子がおよぼす力の総和を計算する。総和は(平均値×分子数)と表現される。

問5

$$\text{気体のモル数は } n = \frac{N}{N_A}$$

気体分子の運動エネルギーと気体の状態方程式の関係を理解していること。

問6

壁を取り外す前と後の気体分子の運動エネルギーが保存されることに着目する。

問7

問6で温度を求めたので、気体の状態方程式を活用する。

< 総評 >

問題構成は力と運動，電磁気と電気回路，音波と気体分子の熱運動の分野であり，例年とほぼ同様である。問題設定も簡明であり，基礎的な物理の理解と思考を問うもので，好ましく感じる。教科書を的確に読み込んでいれば，80%ほどの得点を得ることは難しくない。

①

[1]は摩擦のある斜面での物体の運動に関する問題。斜面の角度を大きくして，直方体が倒れる条件，すべり始める条件などを考察する。基本的な問題だから，正答したい。難易度はB -。

[2]は糸による単振り子と円形斜面による単振り子と衝突に関する問題。単振り子の運動，すなわち単振動と気づく力が必要である。難易度はB。

②

[1]は帯電した金属板がつくる電場からコンデンサーの容量や極板間に働く力を求める問題。ガウスの法則，電気力線と電場の強さ，電場の強さと電位差など，電気量と電場の基本的な問題である。簡明な実験構成で本質的な問題を問う良問である。難易度B +。

[2]は直流電源，抵抗，コンデンサー，スイッチからなる回路において，スイッチの開閉によって回路の状態を変化させたときの，コンデンサー極板間の電位差，電荷，電流による熱エネルギーなどを求める。電荷の保存に着眼することが必要である。難易度B。

③

[1]は音波のうなりとドップラー効果に関する問題。グラフを的確に読み取ること。問題図4の波形の大きなうねりの理解がポイントだ。波源を右方向に非常に速い速さで動かしたということは，観測される波源 S_2 からの音波の振動数が非常に減少することを意味する。

すると波源 S_1 からの音波が周期の長い波源 S_2 からの音波に重なるので， S_1 からの音波が S_2 からの音波の上で揺れているような波形となる。難易度B。

[2]は容器内の気体分子運動による圧力の発生と気体の状態方程式の関係に関する問題。教科書に記載の通りの解答である。たまたま直前に勉強した受験生には有理に働いたであろうか。非常に基礎的な問題だから，すらすら解けるようでありたい。難易度B。

200328