2020（R2)年度　京都大学　入学試験　物理解説

物　　理　　　　（３問題　100点，理科2 科目180分）

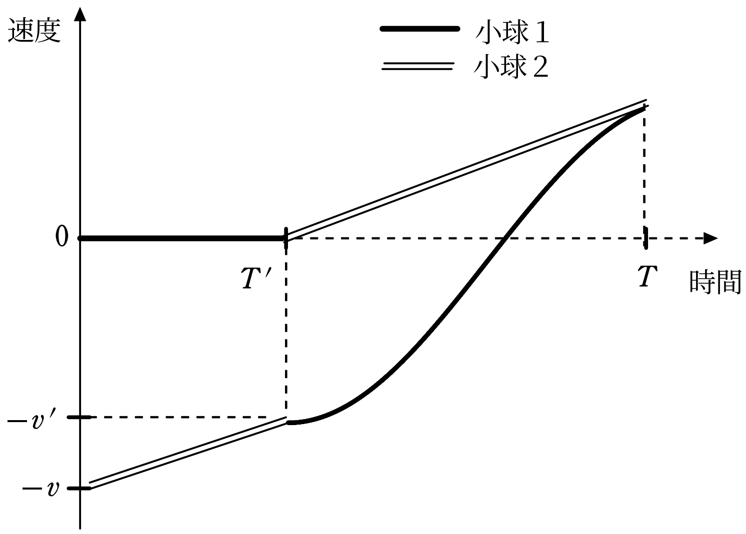
物理問題　Ⅰ

＜解答＞

(1)　ア $l+\dfrac{mg}{k}$　イ d　ウ $l-\dfrac{mg}{k}$　エ $\dfrac{2mg}{k}$　オ $\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{(dk)^2-(2mg)^2}{km}}$　カ $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$　キ 2

(2)　ク $\dfrac{mg}{k}$　ケ 0　コ $v\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　サ $\sqrt{v^2-2gL}$　シ 0　ス 0　セ $4gL-\dfrac{mg^2}{k}$

問１



＜解説＞

(1)　ア，イ，ウ，エ

小球２のつり合いの位置が単振動の中心となる。つり合いの位置におけるばねの自然長からの伸び $\Delta l=\dfrac{mg}{k}$だから，小球２は位置 $\boxed{ア}=l+\Delta l=l+\dfrac{mg}{k}$を中心とした，振幅 $\boxed{イ}=d$ の単振動をおこなう。

小球１が静止しているとき，働いている力は，鉛直上方に糸の張力 T，鉛直下方に重力 mg，ばねの弾性力 $k(x_2-l)$だから，小球１の力のつり合いは $T=mg+k(x_2-l)$。ただし，x_2 は小球２の位置。

糸がたるみ始める瞬間は，$T=0$のときだから，$mg+k(x_2-l)=0$，$\therefore\ x_2=l-\dfrac{mg}{k}$

したがって，その時の小球２の位置は $\boxed{ウ}=l-\dfrac{mg}{k}$と表される。

運動の途中で，糸がたるむためには振幅 d について，$l+\Delta l-d<l-\dfrac{mg}{k}$でなければならない。

したがって，$d>\boxed{エ}=\dfrac{2mg}{k}$ とわかる。

オ，カ，キ

　d が十分に大きく，糸がたるむ場合の運動を考える。

　小球１の運動方程式は，$ma_1 = mg+k(x_2-x_1-l)-T = mg+k(x-l)-T$　①

小球２の運動方程式は，$ma_2 = mg-k(x_2-x_1-l) = mg-k(x-l)$　②

重心の位置は $x_G=\dfrac{x_1+x_2}{2}$ だから，重心の運動方程式は，重心に質量 $2m$ の物体があるとして，

　①+②から，$2ma_G = 2m\times\dfrac{a_1+a_2}{2} = 2mg-T$

　糸がたるみ始めるとき，$T=0$ だから，$2ma_G=2mg$となって，重力の加速度gの下での運動となる。

糸がたるみ始める前は $x_1=0$ だから，

　① は $ma_1=mg+k(x_2-l)-T$　③

　② は $ma_2=mg-k(x_2-l)$　④

小球２のつり合いの中心からの変位を $s_2 = x_2-\left(l+\dfrac{mg}{k}\right)$とすれば，$ma_2=-ks_2$

したがって，$s_2=d\cos\omega t$，$\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ とおくことができるから，

その速さは $v_2=-d\omega\sin\omega t = -d\omega\sqrt{1-\cos^2\omega t} = -d\omega\sqrt{1-\left(\dfrac{s_2}{d}\right)^2}$　⑤

$s_2 = -\dfrac{mg}{k}-\Delta l = -\dfrac{2mg}{k}$　⑥ のとき糸がたるみ始めるのだから，

糸がたるみ始めた瞬間の小球２の速度は ⑥ を ⑤ に代入して，

$v_2=-d\omega\sqrt{1-\left(\dfrac{-2mg}{dk}\right)^2} = -d\sqrt{\dfrac{k}{m}}\sqrt{1-\left(\dfrac{-2mg}{dk}\right)^2} = -\sqrt{\dfrac{(dk)^2-(2mg)^2}{km}}$

糸がたるみ始めた瞬間は小球１は静止しているので，$v_1=0$

したがって，糸がたるみ始めた瞬間における重心の速度は

　$v_G=\dfrac{v_1+v_2}{2}=-\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{(dk)^2-(2mg)^2}{km}}$，したがって重心の速さは $\boxed{\text{オ}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{(dk)^2-(2mg)^2}{km}}$

　糸がたるんだときは，

　①から $ma_1 = mg + k(x-l)$　⑤

　②から $ma_2 = mg - k(x-l)$　⑥

　相対位置 $x = x_2-x_1$ は小球１，２の間隔を示すから，$(x-l)$ はばねの伸びを示す。

x に関する加速度 a について，⑤−⑥から，

　$a = a_2-a_1 = -\dfrac{2k}{m}(x-l)$となる。$X=x-l$ とおけば，$\dfrac{d^2X}{dt^2}=a_2-a_1=-\dfrac{2k}{m}X$

これは $X=0$，すなわち$x=l$ を中心とした角振動数 $\omega'=\sqrt{\dfrac{2k}{m}}$ の単振動で，

その周期は $\boxed{\text{カ}} = \dfrac{2\pi}{\omega'} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$

糸がたるみ始めるとき，$\boxed{ウ}$から $x_2=l-\dfrac{mg}{k}$，$x_1=0$，したがって $x=x_2-x_1=l-\dfrac{mg}{k}$

小球１は鉛直上向きにしか動かないから，その加速度は $a_1 \leqq 0$から始まり，速度が最小値（すなわち鉛直上方に速さが最大値）になるのは$a_1=0$のときである。

このとき⑤から $mg+k(x-l)=0$，$\therefore\ x=l-\dfrac{mg}{k}$，すなわち糸がたるみ始めるときと同じ値の$x$のときである。単振動の性質として，そのときの速さはたるみ始めるときの速さ $\sqrt{\dfrac{(dk)^2-(2mg)^2}{km}}$ に等しく方向は逆である。

したがって，小球１の速度が最小値をとる瞬間において，小球１からみた小球２の相対速度は

$$v=\sqrt{\frac{(dk)^2-(2mg)^2}{km}}=\boxed{キ}\times\boxed{オ}=\boxed{キ}\times\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(dk)^2-(2mg)^2}{km}},\ \therefore\ \boxed{キ}=2$$

(2)　ク

問題図３における小球１の力のつり合いは，ばねが自然長のときの小球１の位置を原点，鉛直下向きを正の向きとして，

$$mg-kx_1=0,\ \therefore\ x_1=\boxed{ク}=\frac{mg}{k}$$

ケ，コ

たるみのなくなる前後での力学的エネルギーが保存されることから，たるみが発生したことによる小球２と小球１の作用は弾性衝突と同様になる。

たるみがなくなる直前の小球の速さをv_1，v_2，直後の速さをv_1'，v_2'とすれば，$v_1=0$，$v_2=v$

たるみがなくなる直前と直後の運動量保存則により，$mv_2=mv_1'+mv_2'$，$\therefore\ v_2=v_1'+v_2'$

運動エネルギーの保存により，$\dfrac{1}{2}mv_2{}^2=\dfrac{1}{2}mv_1'^2+\dfrac{1}{2}mv_2'^2$，$\therefore\ v_2{}^2=v_1'^2+v_2'^2$

$v_2{}^2=(v_1'+v_2')^2=v_1'^2+2v_1'v_2'+v_2'^2=v_1'^2+v_2'^2$，$\therefore\ v_1'v_2'=0$，したがって v_1'かv_2'のいずれかが0，$v_1'=0$とすれば，$v_2=v_2'$となるが，明らかにあり得ない。したがって，$v_2'=0$，$v_1'=v_2=v$

したがって，糸のたるみがなくなった直後の小球２の速度は，$\boxed{ケ}=0$

すると，小球１は速さvで下降，小球２は速さ0だから，糸は再びたるんで小球１はつり合いの位置を中心とした振幅$\boxed{コ}$の単振動を始める。振幅$\boxed{コ}=A$は力学的エネルギー保存の法則により，

$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}kA^2,\ \therefore\ A=v\sqrt{\frac{m}{k}}=\boxed{コ}\ である。$$

サ

次に，打ち上げ後に，小球２が落下せず，小球１と弾性衝突をする場合を考える。

小球２は距離 L 上昇して小球１に衝突するので，衝突直前の小球２の速さは$v_2=\sqrt{v^2-2gL}$，

両球は弾性衝突するので，小球１の速さ $v'=v_2=\boxed{サ}=\sqrt{v^2-2gL}$，$v_2'=0$

シ，ス，セ

上記の衝突後，小球１はつり合いの位置から上方へ運動を始め，小球２は初速 0で重力による落下運動をする。両球は糸がたるんだまま運動し，小球１が衝突時の位置に戻るまでのある時刻 T に糸のたるみがなくなった。

時刻 T に糸のたるみがなくなったので，その直後に糸がたるまないためには，時刻 T の直前に小球

１からみた小球２の速度は $\boxed{\text{シ}}=0$ でなければならない。小球１と２の速度が同じということは，小球２は加速落下しているので，小球１は下向きに加速運動していることになる。よって，小球１にはたらくばねの力 F は，時刻 T の直前に $F>0$ である（鉛直下向きを正とする）。

小球１の運動方程式は $ma_1=mg+S+F$，小球２のそれは $ma_2=mg-S$，ただし S は糸の張力

糸のたるみがなくなったとき，両球は一体の運動をしているので $a_1=a_2$，$\therefore\ S=-\dfrac{1}{2}F$

このとき $S\geqq 0$ だから $F\leqq 0$，時刻 T の直前に $F>0$ で直後に $F\leqq 0$ であるためには，時刻 T で $F=0$，したがって時刻 T において小球１の位置はばねが自然長の位置，すなわち $\boxed{\text{ス}}=0$ である。

衝突時における重力による位置エネルギーを0として，

衝突直後の力学的エネルギーは

小球１では運動エネルギーとばねの弾性エネルギーの和として，

$$K_1=\frac{1}{2}mv'^2+\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2=\frac{1}{2}m(v^2-2gL)+\frac{1}{2}\frac{(mg)^2}{k}$$

小球２について衝突直後の速さ $v_2'=0$ だから，$K_2=0$

時刻 T では，小球１はばねが自然長の位置にあり，両球の速さは同じ v_n とすれば

$$K_1=\frac{1}{2}mv_n{}^2+mg\left(\frac{mg}{k}\right),\ \ K_2=\frac{1}{2}mv_n{}^2-mg\left(L-\frac{mg}{k}\right)$$

衝突直後から時刻 T までの力学的エネルギーは，それぞれの球において保存されているので，

$$\frac{1}{2}m(v^2-2gL)+\frac{1}{2}\frac{(mg)^2}{k}=\frac{1}{2}mv_n{}^2+\frac{(mg)^2}{k}$$

$$\frac{1}{2}mv_n{}^2-mg\left(L-\frac{mg}{k}\right)=0$$

したがって，$\dfrac{1}{2}m(v^2-2gL)-\dfrac{1}{2}\dfrac{(mg)^2}{k}=mg\left(L-\dfrac{mg}{k}\right)$，$\therefore\ v^2=4gL-\dfrac{mg^2}{k}=\boxed{\text{セ}}$

問１

小球２の打上げ時点からの経過時間を t とすれば，

$0\leqq t<T'$

小球１の速度 $v_1=0$，小球２の速度 $v_2=gt-v$

$t=T'$

$v_1=-v'=-\sqrt{v^2-2gL}$，$v_2=0$

$T'<t\leqq T$

小球１はつり合いの位置から衝突により速さ v' で上方へ運動を始め，その後，ばねによる下方への力によって下方へ運動し，時刻 T で自然長の位置にきて，糸のたるみはなくなる。上方へ運動を始めた瞬間は加速度は0，その後は下方への加速度が強まるので，上方への速度が小さくなり，速度が0となって，下方へ運動する。速度0のとき，上方への移動から下方への移動に切り替わるときで，下方への加速度が一番大きくなる。下方への速度が大きくなり，時刻 T で糸のたるみがなくなる。このような運動の過程を反映させて，小球１の速度のグラフを画く。

小球２は重力による落下運動をするので，$v_2=g(t-T')$ となる。

物理問題　Ⅱ

＜解答＞

(1)　イ $-V$　ロ I　ハ $\dfrac{\pi}{2}$　ニ $\dfrac{Q_0}{\sqrt{CL}}$

(2)　ホ $\dfrac{E}{r}$　ヘ $-V'$　ト I　チ $\dfrac{\pi\sqrt{CL}}{2}$

問1

スイッチを開く前の回路に蓄えられていた初期のエネルギー

コイルのエネルギー　$\dfrac{1}{2}LI^2 = \dfrac{1}{2}L\left(\dfrac{E}{r}\right)^2$

コンデンサーのエネルギー　$\dfrac{1}{2}CV^2 = \dfrac{1}{2}CE^2$

時刻T_1におけるコンデンサーに蓄えられているエネルギー　$\dfrac{1}{2}C{V_{T_1}}^2$，（両端の電圧をV_{T_1}）

電源から供給されたエネルギー

電源から供給された電気量 $CV' = C(V_{T_1} - E)$

この電気量が電源電圧Eによって供給されたので，供給されたエネルギーは $C(V_{T_1} - E)E$

エネルギー保存の法則により，

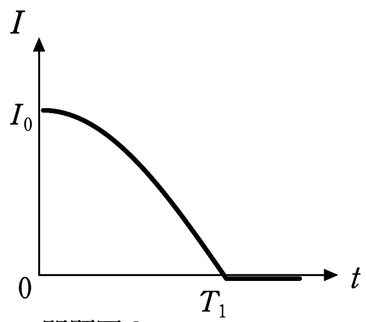
（時刻T_1におけるコンデンサーに蓄積されたエネルギー）

＝（初期の回路のエネルギー）＋（電源から供給されたエネルギー）　の関係が成立するので，

$$\frac{1}{2}C{V_{T_1}}^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r}\right)^2 + \frac{1}{2}CE^2 + C(V_{T_1} - E)E$$

$${V_{T_1}}^2 - 2EV_{T_1} + E^2 - \frac{L}{C}\left(\frac{E}{r}\right)^2 = (V_{T_1} - E)^2 - \frac{L}{C}\left(\frac{E}{r}\right)^2 = 0,\quad \therefore V_{T_1} = \frac{E}{r}\sqrt{\frac{L}{C}} + E \quad \text{（答）}$$

Iが問題図３のように変化するので，Vは図１のように変化する。



問題図３

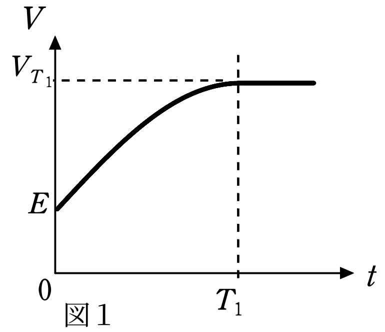


図１

(3)　リ E　ヌ $-\dfrac{V}{R}$　ル $E-V$　ヲ $I-\dfrac{V}{R}$

問2

$$L\frac{\Delta I_1}{\Delta t_1} = E \text{から，} \Delta I_1 = \frac{E}{L}\Delta t_1$$

$$L\frac{\Delta I_2}{\Delta t_2} = E - V \text{から，} \Delta I_2 = \frac{\Delta t_2}{L}(E - V)$$

$$\varDelta I_1+\varDelta I_2=\frac{E}{L}\varDelta t_1+\frac{\varDelta t_2}{L}(E-V_0)=\frac{E}{L}(\varDelta t_1+\varDelta t_2)-\frac{V_0}{L}\varDelta t_2$$

$$=\frac{E}{L}(\alpha\varDelta t_2+\varDelta t_2)-\frac{V_0}{L}\varDelta t_2=0,\ \therefore V_0=(\alpha+1)E \qquad (答)$$

$C\dfrac{\varDelta V_1}{\varDelta t_1}=-\dfrac{V}{R}$ から，$\varDelta V_1=-\dfrac{V}{CR}\varDelta t_1$

$C\dfrac{\varDelta V_2}{\varDelta t_2}=I-\dfrac{V}{R}$ から，$\varDelta V_2=\dfrac{\varDelta t_2}{C}\left(I-\dfrac{V}{R}\right)$

$$\varDelta V_1+\varDelta V_2=-\frac{V_0}{CR}\varDelta t_1+\frac{\varDelta t_2}{C}\left(I_0-\frac{V_0}{R}\right)=\frac{I_0}{C}\varDelta t_2-\frac{V_0}{CR}(\varDelta t_1+\varDelta t_2)$$

$$=\frac{I_0}{C}\varDelta t_2-\frac{V_0}{CR}(\alpha\varDelta t_2+\varDelta t_2)=0,\ \therefore I_0=(\alpha+1)\frac{V_0}{R}=(\alpha+1)^2\frac{E}{R} \qquad (答)$$

$\alpha=1$のとき，$V_0=2E$

$$\varDelta V_1=-\frac{V_0}{CR}\varDelta t_1=-\frac{2E}{CR}\cdot\frac{T}{2}=-\frac{ET}{CR},\ \varDelta V_2=\frac{\varDelta t_2}{C}\left(I_0-\frac{V_0}{R}\right)=\frac{\varDelta t_2}{C}\left(\frac{4E}{R}-\frac{2E}{R}\right)=\frac{ET}{CR}$$

したがって電圧 V の変化は図２のようになる。

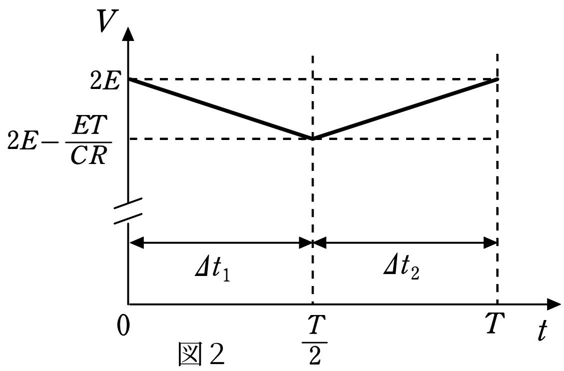


図２

問３

$V_0=(\alpha+1)E$，$I_0=(\alpha+1)^2\dfrac{E}{R}$，$\varDelta t_1=\alpha\varDelta t_2$

問題図４の回路において，スイッチを閉じた時間 $\varDelta t_1$では抵抗に電流は流れない。時間 $\varDelta t_2$で消費されるエネルギーは $I_0V_0\varDelta t_2=(\alpha+1)^3\dfrac{E^2}{R}\varDelta t_2$，周期 $T=\varDelta t_1+\varDelta t_2=(1+\alpha)\varDelta t_2$,

$\therefore$ 問題図４の回路の消費電力は $\dfrac{I_0V_0\varDelta t_2}{T}=(\alpha+1)^2\dfrac{E^2}{R}$

一方，問題図５の回路での消費電力は $E\cdot\dfrac{E}{R}=\dfrac{E^2}{R}$

したがって，問題図４の回路の消費電力は問題図５の回路の消費電力の $(\alpha+1)^2$ 倍になる。

＜解説＞

(1)　イ，ロ，ハ，ニ

問題図１の回路にキルヒホッフの第２法則を適用すると，$L\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}=-V=\boxed{\text{イ}}$　(ｉ)

$\varDelta Q = C\varDelta V$, $\varDelta Q = I\varDelta t$, $\therefore C\varDelta V = I\varDelta t$, したがって $C\dfrac{\varDelta V}{\varDelta t} = I = \boxed{\text{ロ}}$ (ii)

スイッチを閉じると，電流 I が負方向へ流れ，電圧 V が低下し，図１のような V, I の振動が発生する。この振動波形において，V は I に対して $\boxed{\text{ハ}\ \dfrac{\pi}{2}}$ だけ位相が遅れる。

$V=\dfrac{Q_0}{C}\cos\omega t$，周期 $2\pi\sqrt{CL}$ から $\omega=\dfrac{1}{\sqrt{CL}}$ とおけるから，

$I = C\dfrac{\varDelta V}{\varDelta t} = -Q_0\omega\sin\omega t = -\dfrac{Q_0}{\sqrt{CL}}\sin\omega t$

したがって，I の最大値は $\boxed{\text{ニ}\ \dfrac{Q_0}{\sqrt{CL}}}$ である。

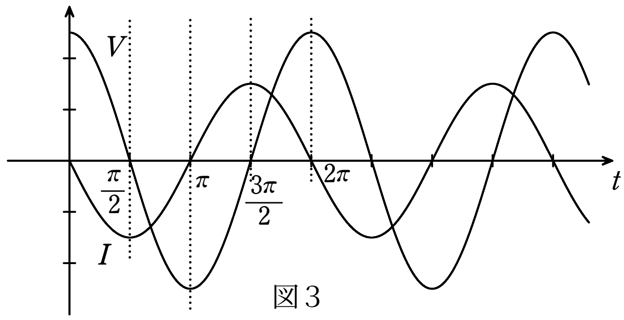


図３

(2) ホ，ヘ，ト，チ

問題図２において，十分長い間スイッチを閉じると，コンデンサーが充電され，抵抗の電位とコンデンサーの電位とが等しくなり，ダイオードには電流が流れなくなる。電流は直流電源，コイル，抵抗と流れるので，コイルに流れる電流 I は $\boxed{\text{ホ}\ \dfrac{E}{r}}$ である。

コンデンサーが，時刻 $t=0$ にスイッチを開ける前に電源と等しい電圧 E で充電されていた場合を考える。コンデンサーの両端に現れる電圧 V の E からの変化分を $V'=V-E$ とおくと，スイッチを開けた直後の V' の値は 0 である。

スイッチを開けた後，ダイオードに電流が流れ，コンデンサーは充電されるとともに，V' は正となり，I は減少し始める。

微小時間 $\varDelta t$ の間の I の微小変化 $\varDelta I$, V' の微小変化 $\varDelta V'$ と I, V' の間には，以下の関係がある。

スイッチを開けた後，電流の急な減少による磁束変化により誘導起電力 $L\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}$ がコイルの右向きに発生する。キルヒホッフの第２法則を問題図２の回路の右回りに適用すると

$$\left.\begin{array}{l} L\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}+V-E=0,\ \therefore L\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}=E-V=-V'=\boxed{\text{ヘ}} \\ \text{また，}CV=Q\text{ だから，}C\dfrac{\varDelta V}{\varDelta t}=C\dfrac{\varDelta V'}{\varDelta t}=\dfrac{\varDelta Q}{\varDelta t}=I,\ \therefore\ C\dfrac{\varDelta V'}{\varDelta t}=I=\boxed{\text{ト}} \end{array}\right\}\ \text{(iii)}$$

式(iii)は式(i)，(ii)と同じ形をしているため，初期値 $I=I_0$，$V'=0$，周期 $2\pi\sqrt{CL}$ の電気振動が始まるが，ダイオードが存在するために I は負にならず，問題図３のように時刻 T_1 に振動は停止する。T_1 は $I=0$ となる時刻だから，$\dfrac{1}{4}$ 周期経過した時刻となるので，$T_1=\dfrac{\pi\sqrt{CL}}{2}=\boxed{\text{チ}}$

問１

問１では，エネルギーの関係から時刻 T_1 におけるコンデンサーの両端の電圧を求めるよう指示されている。しかし，ここでは電気振動が始まり，問題図３のように電流が変化するとされている。

したがって問題図３から，$I=I_0\cos\omega t$，$\therefore V'=-L\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}=LI_0\omega\sin\omega t$，

したがって，$V=V'+E=LI_0\omega\sin\omega t+E=I_0\sqrt{\dfrac{L}{C}}\sin\omega t+E$

ここで，$\omega=\dfrac{2\pi}{T}$，$t=T_1=\dfrac{T}{4}$ とおけば，

時刻 T_1 におけるコンデンサーの電圧 $V_{T_1}=I_0\sqrt{\dfrac{L}{C}}+E=\dfrac{E}{r}\sqrt{\dfrac{L}{C}}+E$

のように容易に求めることができる。

(3)　リ，ヌ，ル，ヲ

スイッチを閉じると，コイル，スイッチ，電源の閉回路に電流が流れる。コイルには I の変化とは逆方向の誘導起電力が発生する。

この回路の右回りにキルヒホッフの第２法則を適用すると，$-E+L\dfrac{\varDelta I_1}{\varDelta t_1}=0$

コンデンサーの両端の電圧 V に微小変化 $\varDelta V_1$ があると電流 $C\dfrac{\varDelta V_1}{\varDelta t_1}$ が流れる。

コンデンサーと抵抗からなる閉回路では放電するので，$\varDelta V_1<0$ となり電流は右回りである。

この閉回路に右回りにキルヒホッフの第２法則を適用すると，$R\cdot\left(-C\dfrac{\varDelta V_1}{\varDelta t_1}\right)-V=0$

したがって，
$$\left.\begin{aligned} L\frac{\varDelta I_1}{\varDelta t_1}&=E=\boxed{\text{リ}}\\ C\frac{\varDelta V_1}{\varDelta t_1}&=-\frac{V}{R}=\boxed{\text{ヌ}}\end{aligned}\right\}\quad\text{(iv)}$$

スイッチが開いた状態では，電流 I を正とするとダイオードに電流が流れる。この回路に右回りにキルヒホッフの第２法則を適用すると，　$-E+L\dfrac{\varDelta I_2}{\varDelta t_2}+V=0$

また，ダイオード，コンデンサー，抵抗の結合点にキルヒホッフの第１法則を適用すると，

$I=C\dfrac{\varDelta V_2}{\varDelta t_2}+\dfrac{V}{R}$

したがって，
$$\left.\begin{aligned} L\frac{\varDelta I_2}{\varDelta t_2}&=E-V=\boxed{\text{ル}}\\ C\frac{\varDelta V_2}{\varDelta t_2}&=I-\frac{V}{R}=\boxed{\text{ヲ}}\end{aligned}\right\}\quad\text{(v)}$$

問２

$\varDelta V_1=-\dfrac{V_0}{CR}\varDelta t_1$ から，$\dfrac{\varDelta V_1}{\varDelta t_1}=-\dfrac{V_0}{CR}$

$\varDelta V_2=\dfrac{\varDelta t_2}{C}\left(I_0-\dfrac{V_0}{R}\right)$ から，$\dfrac{\varDelta V_2}{\varDelta t_2}=\dfrac{1}{C}\left(I_0-\dfrac{V_0}{R}\right)$

電圧Vの時間変化が $\dfrac{\Delta V_1}{\Delta t_1}$，$\dfrac{\Delta V_2}{\Delta t_2}$ であるから，図２のグラフの傾きになることに注意する。

問３

消費エネルギー＝（消費電力）×（消費時間）に注意する。

このようにコイルとコンデンサーを挿入した回路により，電源電圧よりも高い電圧を抵抗（何らかの機器を想定することができる）に加えて，大きな電力を使うことができることに注目する。

物理問題　Ⅲ

＜解答＞

あ $\dfrac{vL}{v+w}$　い $\dfrac{vL}{v-w}$　う $\dfrac{2vL}{v^2-w^2}$　え $\dfrac{2L}{v}$　お $\dfrac{mv^2}{L^3}$　か 2　き $\dfrac{vL}{v-w}\cdot\dfrac{v'+w}{v'}$

く $-2(3+a)$　け 6　こ $1+\dfrac{1}{3}a$　さ $\gamma-1$　し $\dfrac{5}{3}$

問１

エネルギー保存の法則から，$\dfrac{5}{6}mv'^2+\dfrac{1}{2}Mw'^2=\dfrac{5}{6}mv^2+\dfrac{1}{2}Mw^2$

運動量保存の法則から，$-mv'+Mw'=mv+Mw$

$v'=\dfrac{(5M-3m)v-6Mw}{5M+3m}=\dfrac{(5-3\delta)v-6w}{5+3\delta}$　（答），ただし$\delta=\dfrac{m}{M}$

問２

問１の $\delta=\dfrac{m}{M}$ を近似的に０として，$v'=v-\dfrac{6}{5}w$,

(ｉ)と比較して $a=\dfrac{6}{5}$，$\gamma=1+\dfrac{1}{3}a=\dfrac{7}{5}$　（答）

＜解説＞

あ，い，う，え，お

$L=L_1+w(0-t_1)=L_1-wt_1$　①

$L_2=L+wt_2$　②

$t=t_1$で$x=L_1$を出た速さvの粒子が$t=0$で$x=0$に到達したのだから，$0-t_1=\dfrac{L_1}{v}$，$t_1=-\dfrac{L_1}{v}$　③

$t=0$で$x=0$を出た速さvの粒子が$t=t_2$で$x=L_2$に到達したのだから，$t_2-0=\dfrac{L_2}{v}$，$t_2=\dfrac{L_2}{v}$　④

③を①に代入して，L_1について解くと，$L_1=\dfrac{vL}{v+w}=\boxed{\text{あ}}$

④を②に代入して解くと，$L_2=\dfrac{vL}{v-w}=\boxed{\text{い}}$

③，④，$\boxed{\text{あ}}$，$\boxed{\text{い}}$から，$T_{12}=t_2-t_1=\dfrac{L_2-L_1}{w}=\dfrac{vL}{w}\left(\dfrac{1}{v-w}-\dfrac{1}{v+w}\right)=\dfrac{2vL}{v^2-w^2}=\boxed{\text{う}}$

$T_{12}=\dfrac{2vL}{v^2-w^2}=\dfrac{1}{v^2}\cdot\dfrac{2vL}{1-(w/v)^2}\fallingdotseq\dfrac{2L}{v}=\boxed{え}$,

ただしw はv に比べて十分小さいので $(w/v)^2\fallingdotseq 0$とした。

運動量変化は $-mv-mv=-2mv=-\overline{F}_xT_{12}$, $\therefore|\overline{F}_x|=\dfrac{2mv}{T_{12}}=\dfrac{mv^2}{L}$

したがって，$P=\dfrac{|\overline{F}_x|}{L^2}=\dfrac{mv^2}{L^3}=\boxed{お}$

か，き，く，け，こ

時刻 $t=t_2$ に壁 B に速さ vで弾性衝突し，速さ v' となって壁 B を離れたとき，壁 B はx 軸正方向に速さwで移動しているのだから，はね返り係数 $1=\dfrac{|w-(-v')|}{|v-w|}$,

$\therefore v-w=v'+w$, $\therefore v'=v-2w=v-aw$ （i），したがって定数 a は $a=2=\boxed{か}$

粒子は時間 (t_3-t_2) をかけて距離 L_2 移動するのだから $v'(t_3-t_2)=L_2$, $\therefore t_3-t_2=\dfrac{L_2}{v'}$

壁 B は時間 (t_3-t_2) に L_2 から L_3 へと移動するから，$L_3-L_2=w(t_3-t_2)=\dfrac{wL_2}{v'}$,

$\therefore L_3=\dfrac{wL_2}{v'}+L_2=\dfrac{vL}{v-w}\cdot\dfrac{w+v'}{v'}=\boxed{き}$

問題図 3 の過程で壁A が粒子から受ける圧力P'は $\boxed{お}$ の結果において，v をv' に，L を L_3に置き換えることで得られる。すなわち，$P'=\dfrac{mv'^2}{L_3{}^3}$

圧力の変化分$\varDelta P=P'-P$ として,

$$\frac{\varDelta P}{P}=\frac{P'}{P}-1=\frac{v'^2}{L_3{}^3}\cdot\frac{L^3}{v^2}-1=v'^2\left(\frac{v-w}{vL}\right)^3\left(\frac{v'}{w+v'}\right)^3\cdot\frac{L^3}{v^2}-1$$

$$=\left(\frac{v'}{v}\right)^5\left(\frac{v-w}{w+v'}\right)^3-1=\left(\frac{v-aw}{v}\right)^5\left(\frac{v-w}{w+v-aw}\right)^3-1=\left(1-\frac{aw}{v}\right)^5\left(\frac{1-w/v}{1+w/v-aw/v}\right)^3-1$$

$\dfrac{w}{v}=x$ とし，xの 2 次以上を微小として無視する問題文中に与えられた近似を活用すると,

$$\left(1-\frac{aw}{v}\right)^5\left(\frac{1-w/v}{1+w/v-aw/v}\right)^3=(1-ax)^5(1-x)^3\left(1+\frac{(a-1)x}{1+(1-a)x}\right)^3$$

$\fallingdotseq 1+\{-5a-3+3(a-1)\}x=1-2(3+a)x$

したがって，$\dfrac{\varDelta P}{P}=\dfrac{P'}{P}-1=-2(3+a)x=-2(3+a)\dfrac{w}{v}=\boxed{く}\times\dfrac{w}{v}$ （ii），

ここでは，問題文中に与えられた近似式を活用したが，下記のように計算することもできる。

x の2 次以上の項は微小として無視すると，$\left(1-\dfrac{aw}{v}\right)^5=(1-ax)^5\fallingdotseq 1-5ax$

$$\left(\frac{1-w/v}{1+w/v-aw/v}\right)^3=\left(\frac{1-x}{1+x-ax}\right)^3\fallingdotseq\{1-(2-a)x\}^3\fallingdotseq 1-3(2-a)x$$

$$\therefore\left(1-\frac{aw}{v}\right)^5\left(\frac{1-w/v}{1+w/v-aw/v}\right)^3\fallingdotseq 1-5ax-3(2-a)x=1-2(3+a)x$$

したがって，$\dfrac{\varDelta P}{P}=\dfrac{P'}{P}-1=-2(3+a)x=-2(3+a)\dfrac{w}{v}$

図2の過程での粒子の壁Aへの衝突時刻 $t=0$ における立方体の体積 $V=L^3$

図3の過程での衝突時刻 $t=t_3$ における体積 $V'=(L_3)^3$

体積の変化分 $\Delta V=V'-V$，比 $\dfrac{\Delta V}{V}$ を $\dfrac{w}{v}$ の関数として表し，$\dfrac{w}{v}$ の2次以上を無視すると，

$$\frac{\Delta V}{V}=\frac{V'}{V}-1=\left(\frac{L_3}{L}\right)^3-1=\left(\frac{v}{v-w}\cdot\frac{v+w-aw}{v-aw}\right)^3-1=\left(\frac{1}{1-x}\cdot\frac{1+x-ax}{1-ax}\right)^3-1$$

$$\fallingdotseq\left(\frac{1+(1-a)x}{1-(1+a)x}\right)^3-1\fallingdotseq(1+2x)^3-1\fallingdotseq1+6x-1=\frac{6w}{v}=\boxed{け}\times\frac{w}{v}\quad\text{(iii)}$$

式(ii)と式(iii)の結果から，$\dfrac{\Delta P}{P}+\gamma\dfrac{\Delta V}{V}=0$ (iv) の関係式が成り立つことが分かる。

ただし，$\dfrac{\Delta P}{P}+\gamma\dfrac{\Delta V}{V}=-2(3+a)\dfrac{w}{v}+\gamma\cdot\dfrac{6w}{v}=0$ から，$\gamma=1+\dfrac{1}{3}a=\boxed{こ}$

さ，し

P が $P+\Delta P$ に，V が $V+\Delta V$ に微小変化する間に立方体内の粒子からなる理想気体の絶対温度が T から $T+\Delta T$ に微小に変化したとすると，式(iv)は理想気体の状態方程式を用いることで

$$\frac{\Delta T}{T}+(\gamma-1)\times\frac{\Delta V}{V}=\frac{\Delta T}{T}+\boxed{さ}\times\frac{\Delta V}{V}=0$$ と表すこともできる。

すなわち，理想気体の状態方程式 $PV=nRT$，$(P+\Delta P)(V+\Delta V)=nR(T+\Delta T)$ から，

$$PV\left(1+\frac{\Delta P}{P}\right)\left(1+\frac{\Delta V}{V}\right)=nRT\left(1+\frac{\Delta T}{T}\right),\quad\therefore\left(1+\frac{\Delta P}{P}\right)\left(1+\frac{\Delta V}{V}\right)=\left(1+\frac{\Delta T}{T}\right),$$

$\therefore 1+\dfrac{\Delta P}{P}+\dfrac{\Delta V}{V}=1+\dfrac{\Delta T}{T}$，したがって，$\dfrac{\Delta T}{T}=\dfrac{\Delta P}{P}+\dfrac{\Delta V}{V}=-\gamma\dfrac{\Delta V}{V}+\dfrac{\Delta V}{V}$，

$$\therefore\frac{\Delta T}{T}+(\gamma-1)\times\frac{\Delta V}{V}=\frac{\Delta T}{T}+\boxed{さ}\times\frac{\Delta V}{V}=0$$

ただし，微小量 $\dfrac{\Delta P}{P}$，$\dfrac{\Delta V}{V}$，$\dfrac{\Delta T}{T}$ の2次以上を無視した。

関係式(iv)は，理想気体の断熱変化におけるポアソンの法則として知られたものであり，a の値2のとき γ の値 $\gamma=1+\dfrac{1}{3}a=\dfrac{5}{3}=\boxed{し}$ は単原子分子気体のものを再現している。

問1

衝突前の運動エネルギー　$E+\dfrac{1}{2}Mw^2=\dfrac{5}{3}\cdot\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}Mw^2$，運動量　$mv+Mw$

衝突後の運動エネルギー　$E'+\dfrac{1}{2}Mw'^2=\dfrac{5}{3}\cdot\dfrac{1}{2}mv'^2+\dfrac{1}{2}Mw'^2$，運動量　$-mv'+Mw'$

エネルギー保存の法則から，$\dfrac{5}{6}mv'^2+\dfrac{1}{2}Mw'^2=\dfrac{5}{6}mv^2+\dfrac{1}{2}Mw^2$　①

運動量保存の法則から，$-mv'+Mw'=mv+Mw$　②

②から，$Mw'=m(v+v')+Mw$，$\therefore Mw'^2=\dfrac{\{m(v+v')+Mw\}^2}{M}$，①に代入して整理すると，

$$5mv'^2+\frac{3\{m(v+v')+Mw\}^2}{M}=5mv^2+3Mw^2,\quad\therefore v'=\frac{(5M-3m)v-6Mw}{5M+3m}=\frac{(5-3\delta)v-6w}{5+3\delta}$$

ただし，$\delta=\dfrac{m}{M}$

問２

問１で求めた v' の式を活用する。$\delta = \dfrac{m}{M}$ を近似的に０として $v' = v - \dfrac{6}{5}w,$

(ｉ) と比較して$a = \dfrac{6}{5}$，$\gamma = 1 + \dfrac{1}{3}a = \dfrac{7}{5}$

＜総評＞

例年通りの出題形式であり，かなり骨の折れる物理知識と思考力，計算処理能力を必要とする。問題はグラフや図の入った長文であり，的確に読み込んで，概ね90分で解答することが求められる。このような試験にチャレンジする受験生の皆さんは，実に素晴らしいと思う。

例年のように，大問１は「力と運動」（ばねの弾性力と重力の下での球の運動），大問２は「電気と磁気」（コンデンサーとコイルを含む電気回路）だった。大問３は昨年は「光波」だったが本年は「気体の分子運動と状態変化」の問題であった。

問題Ⅰ

２つの小球をばねと糸とで結んでつるして，運動させたときの問題。単純な設定でありながら，運動方程式の記述，ばねによる単振動の理解，衝突による運動量の保存，運動の過程などについて，的確な理解が必要となる。

⑴では，小球１と２をばねでつなぎ，それらを糸でつるした設定を対象とする。小球２に与えるつり合いの位置からの変位 d が十分に小さいときは，小球１は静止したままであり，小球２は振幅dの単振動を行う。単純にばねの単振動の問題となるから，読者は十分対応できるところであろう。

変位 d が大きくなると，小球２が単振動を始め，上昇するとばねが縮み，小球１に重力よりも大きなばねの弾性力が上方に働くようになる。すると，糸の張力が０となり，糸がたるみ，小球１も運動を始める。この過程を記述する運動方程式から，両球の重心と相対位置に関する運動を明らかにすることが必要となる。小球１の速度が最小値をとる，ことの理解が的確でなければならないなど，難しい問題である。

⑵では，糸でつないだ両球をばねでつるした設定を対象とする。小球２を手で支えながら，上方へ放つときの条件を変えて，小球１の運動を考察する。小球２が１に衝突せずに落下して元の位置に戻ったとき，糸のたるみがなくなって，小球１と２の速さはどうなるか，など運動の問題として興味深く，的確に扱いたいところである。

次に，小球２にさらに大きな初速を与えて，小球１に弾性衝突させた場合を考察する。すると，小球１は初速を与えられて，つり合いの位置から上方へ運動を始め，小球２は重力の下で，落下運動を始める。

それぞれの設定について運動の過程を追いながら，設問に答えていく。考察する過程は難しいものを含むが，すべてが難しいというわけではないので，一定の水準の得点を得ることができよう。全体としての難易度はA。

問題Ⅱ

電源，抵抗，ダイオード，コンデンサー，コイルを含む回路の動作に関する問題である。誘導的に問題は構成されているので，設問に的確に解答していけば，最後まで対応できるであろう。しかし，当然ながら，コンデンサー，コイル等の動作や機能の基本を的確に理解し，表現できることが前提である。

(1)では予め充電されたコンデンサーにコイルを接続したCL回路の電流，電圧が単振動の変化をすることを導く。コイル，コンデンサーの基本動作，キルヒホッフの法則など電気回路の基本の理解と活用の問題なので，速やかに解答したい。

(2)は(1)にダイオード，抵抗を加えた回路で，コイルの誘導起電力によって，コンデンサーの両端電圧と電気量を電源電圧によって定まる以上に大きくできることを示す。ここに至ると，高校物理の電気回路の授業では見られない応用知識なので，扱い辛くなりそうだ。

(3)では，さらに，スイッチのオンオフを繰り返すことにより，電流，電圧を上げ，消費電力を大きくすることのできる回路を扱う。

全体として，難しい回路や現象を扱うものではないが，高校物理の授業ではおそらく聴いたことのない応用問題なので，なかなか骨がおれるということで，難易度Ａ－。

問題III

理想気体の断熱膨張の過程を簡単なモデルによって解析する問題。長文の問題文を速やかに読み，題意を的確に把握する。長文に辟易しそうだが，決して難しい問題ではないので，粘り強く取り組もう。この問題では微小量を無視する近似計算が求められる。教科書の記述でもしばしば記載されるので，理解し活用できるようにしておこう。

「あ～お」では，運動量変化が力積に等しいことから，気体粒子が容器内を往復する間に壁が受ける圧力を求める。「か～し」では，まず動く壁に弾性衝突した粒子の速さを求めることが必要である。はね返り係数が1であることから，(ｉ) 式を確定しよう。計算では微小量を無視する近似が必要となる。近似の方法が与えられているので，活用できるように式を整理しておく。ここでは，$\frac{w}{v}$が微小量なので，$\frac{w}{v}=x$ とおいて，x の 2 次以上の項を無視するような近似を行えば良い。

一原子分子の気体から二原子分子の気体へと問題が展開し，長文の問題文を読む。回転運動のエネルギーという概念が出てきて，戸惑うかも知れない。しかし，ここではその量は与えられている。求められるのはエネルギー保存の法則による衝突前後の関係だから，分子の運動エネルギーE，E'を含むエネルギーの表現を行う。そして，問題文記載のように $E=\left(1+\frac{2}{3}\right)K_x=\left(1+\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{2}mv^2$ として扱えばよい。難易度はB。

220409