

# 令和2年度入学試験問題

## 数 学

(人文, 教育, 経済科, 農, 創生学部)

### 注 意 事 項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は、全部で4ページある。(落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。) 別に解答用紙が4枚ある。
- 3 解答はすべて、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は、各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。
- 5 解答時間は、90分である。
- 6 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は、持ち帰ること。





1

$n$  を正の整数とする。3 種類の数字 1, 2, 3 を並べて、各位の数が 1, 2, 3 のいずれかである  $n$  桁の整数をすべて作る。数字は重複して使ってもよいし、使わない数字があってもよい。各位の数の合計が奇数になる整数の総数を  $x_n$ 、各位の数の合計が偶数になる整数の総数を  $y_n$  とする。また、各位の数の合計が 4 の倍数になる整数の総数を  $z_n$  とする。次の問いに答えよ。

(1)  $n$  を 2 以上の整数とするとき、

$$\begin{cases} x_n = ax_{n-1} + by_{n-1} \\ y_n = cx_{n-1} + dy_{n-1} \end{cases}$$

を満たす定数  $a, b, c, d$  の値をそれぞれ求めよ。

(2)  $y_n + x_n, y_n - x_n$  および  $y_n$  の値を  $n$  を用いてそれぞれ表せ。

(3)  $z_n$  の値を  $n$  を用いて表せ。



2

正四面体  $OABC$  の辺  $OA$  を  $2 : 1$  に内分する点を  $D$ , 辺  $AB$  を  $(1-x) : x$  に内分する点を  $E$ , 辺  $BC$  を  $1 : 2$  に内分する点を  $F$  とする。ただし,  $x$  は  $0 < x < 1$  を満たす。3点  $D, E, F$  を通る平面と直線  $OC$  の交点を  $G$  とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  として, 次の問いに答えよ。

(1) ベクトル  $\overrightarrow{DE}$  および  $\overrightarrow{DF}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  および  $x$  を用いて表せ。

(2)  $\overrightarrow{OG} = t\vec{c}$  を満たす  $t$  の値を  $x$  を用いて表せ。

(3) 線分  $EG$  の長さを最小にする  $x$  の値を求めよ。また, 線分  $EG$  の長さの最小値は辺  $OA$  の長さの何倍であるか求めよ。



**3**

放物線に関する次の問いに答えよ。

- (1) 正の整数の組  $(m, n)$  に対して、次の条件を考える。

放物線  $y = mx^2 - 6x + n$  は、 $x$  軸と  $0 < x < \frac{3}{2}$  の範囲で異なる 2 点で交わる。

この条件を満たす正の整数の組  $(m, n)$  のうちで、 $m + n$  の値が最小になるのは、 $(4, 1)$  のときであることを証明せよ。

- (2) 2 つの放物線  $y = 4x^2 - 6x + 1$  と  $y = x^2 - 6x + 4$  の両方に接する直線は 2 本ある。それらの直線の方程式を求めよ。

- (3) 不等式  $x > 0$  で表される領域において、(2) の 2 つの放物線と (2) で求めた直線のうちの 1 本で囲まれた部分の面積を求めよ。





4

単位円  $x^2 + y^2 = 1$  上を動く点  $Q$  の座標を  $(X, Y)$  とする。次の問いに答えよ。

(1)  $x$  軸の正の部分に始線をとって、点  $Q$  が一般角  $\theta$  の動径上にあるとき、 $X, Y$  の値を  $\theta$  を用いてそれぞれ表せ。

(2)  $2X + 3Y$  の取り得る値の範囲を求めよ。

(3)  $XY - Y^2 + \frac{1}{2}$  の最大値、最小値を求めよ。また、そのときの点  $Q$  の座標をすべて求めよ。

(4)  $6X^2 - 3X + 4Y^2$  の最大値、最小値を求めよ。また、そのときの点  $Q$  の座標をすべて求めよ。











