

数 学 I

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 25)

〔1〕 a を定数とする。

- (1) 直線 $l: y = (a^2 - 2a - 8)x + a$ の傾きが負となるのは、 a の値の範囲が

$$\boxed{\text{アイ}} < a < \boxed{\text{ウ}}$$

のときである。

- (2) $a^2 - 2a - 8 \neq 0$ とし、(1) の直線 l と x 軸との交点の x 座標を b とする。

$a > 0$ の場合、 $b > 0$ となるのは $\boxed{\text{エ}} < a < \boxed{\text{オ}}$ のときである。

$a \leq 0$ の場合、 $b > 0$ となるのは $a < \boxed{\text{カキ}}$ のときである。

また、 $a = \sqrt{3}$ のとき

$$b = \frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$$

である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I

- (3) $f(x) = (a^2 - 2a - 8)x + a$ とおく。 $a < 0$ かつ $|f(1) + f(-1)| = 1$ を満たす a の値は

$$a = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。また、このとき $-2 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{タチツ}} \leq f(x) \leq \boxed{\text{テト}}$$

である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I

〔2〕 自然数 n に関する三つの条件 p, q, r を次のように定める。

p : n は 4 の倍数である

q : n は 6 の倍数である

r : n は 24 の倍数である

条件 p, q, r の否定をそれぞれ $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ で表す。

条件 p を満たす自然数全体の集合を P とし、条件 q を満たす自然数全体の集合を Q とし、条件 r を満たす自然数全体の集合を R とする。自然数全体の集合を全体集合とし、集合 P, Q, R の補集合をそれぞれ $\bar{P}, \bar{Q}, \bar{R}$ で表す。

(1) 次の , に当てはまるものを、下の①~⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

$32 \in$ である。また、 $50 \in$ である。

① $P \cap Q \cap R$

② $P \cap Q \cap \bar{R}$

③ $P \cap \bar{Q}$

④ $\bar{P} \cap Q$

⑤ $\bar{P} \cap \bar{Q} \cap R$

⑥ $\bar{P} \cap \bar{Q} \cap \bar{R}$

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

(2) 次の $\boxed{\text{ノ}}$ に当てはまるものを，下の①～④のうちから一つ選べ。

$P \cap Q$ に属する自然数のうち最小のものは $\boxed{\text{ヌネ}}$ である。

また， $\boxed{\text{ヌネ}}$ $\boxed{\text{ノ}}$ R である。

① = ② \subset ③ \supset ④ \in ⑤ \notin

(3) 次の $\boxed{\text{ハ}}$ に当てはまるものを，下の①～④のうちから一つ選べ。

自然数 $\boxed{\text{ヌネ}}$ は，命題 $\boxed{\text{ハ}}$ の反例である。

- ① 「 $(p \text{ かつ } q) \implies \bar{r}$ 」 ② 「 $(p \text{ または } q) \implies \bar{r}$ 」
 ③ 「 $r \implies (p \text{ かつ } q)$ 」 ④ 「 $(p \text{ かつ } q) \implies r$ 」

数学 I

第 2 問 (配点 25)

〔1〕

- (1) a, b を定数とし, 2 次関数 $y = x^2 + ax + b$ のグラフを F とする。次の , に当てはまるものを, 下の①~⑤のうちから一つずつ選べ。ただし, 解答の順序は問わない。

F について述べた文として正しいものは と である。

- ① F は, 上に凸の放物線である。
- ② F は, 下に凸の放物線である。
- ③ $a^2 > 4b$ のとき, F と x 軸は共有点をもたない。
- ④ $a^2 < 4b$ のとき, F と x 軸は共有点をもたない。
- ⑤ $a^2 > 4b$ のとき, F と y 軸は共有点をもたない。
- ⑥ $a^2 < 4b$ のとき, F と y 軸は共有点をもたない。

- (2) 次の に当てはまるものを, 下の①~⑦のうちから一つ選べ。

2 次関数 $y = x^2 + 2x - 1$ の, $-3 \leq x \leq 2$ における最小値と最大値の組合せとして正しいものは である。

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	
最小値	4	2	0	0	-1	-1	-2	-2
最大値	9	7	9	4	8	7	7	2

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

[2] c を定数とする。2 次関数 $y = x^2$ のグラフを、2 点 $(c, 0)$, $(c + 4, 0)$ を通るように平行移動して得られるグラフを G とする。

(1) G をグラフにもつ 2 次関数は、 c を用いて

$$y = x^2 - 2 \left(c + \boxed{\text{エ}} \right) x + c \left(c + \boxed{\text{オ}} \right)$$

と表せる。 G が点 $(3, k)$ を通るとき、 k は c を用いて

$$k = \left(c - \boxed{\text{カ}} \right)^2 - \boxed{\text{キ}}$$

と表せる。したがって、 c が実数全体を動くとき、 k のとり得る値の最小値は $\boxed{\text{クケ}}$ である。また、 $-3 \leq k \leq 0$ であるような c の値の範囲は

$$- \boxed{\text{コ}} \leq c \leq \boxed{\text{サ}}, \quad \boxed{\text{シ}} \leq c \leq \boxed{\text{ス}}$$

である。

(2) $\boxed{\text{シ}} \leq c \leq \boxed{\text{ス}}$ の場合を考える。 G が点 $(3, -1)$ を通るとき、 G は 2 次関数 $y = x^2$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{セ}} + \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$, y 軸方向に $\boxed{\text{タチ}}$ だけ平行移動したものである。また、このとき G と y 軸との交点の y 座標は $\boxed{\text{ツ}} + \boxed{\text{テ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ である。

数学 I

第 3 問 (配点 30)

(1) $\triangle ABC$ において、 $AB = 5$ 、 $BC = 6$ 、 $CA = \sqrt{21}$ とする。このとき

$$\cos \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin \angle ABC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

であり、 $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(2) 1 辺の長さが 8 の正方形 DEFG において、辺 EF 上の点 H と辺 FG 上の点 I は $\cos \angle DIG = \frac{3}{5}$ 、 $\tan \angle FIH = 2$ を満たすとする。

(i) 次の $\boxed{\text{キ}}$ 、 $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

$$DI = \boxed{\text{キ}}, \quad HI = \boxed{\text{ク}} \text{ である。}$$

① $\sqrt{5}$

② $2\sqrt{5}$

③ 5

④ 10

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

(ii) 次の , に当てはまるものを, 下の①~⑤のうちから一つずつ選べ。

$\triangle DEH$, $\triangle DGI$, $\triangle DHI$ のうち $\triangle HFI$ と相似なものは の二つのみである。また, $\angle DIG$ $\angle DIH$ である。

- ① $\triangle DEH$ と $\triangle DGI$ ② $\triangle DEH$ と $\triangle DHI$ ③ $\triangle DGI$ と $\triangle DHI$
 ④ $<$ ⑤ $=$ ⑥ $>$

(iii) $\triangle DHI$ の外接円の半径は であり, $\triangle DHI$ の内接円の半径は $\sqrt{\text{ス}}$ - である。

(3) (2) の $\triangle DHI$ を含む平面上にない点 J を $HJ \perp HD$, $HJ \perp HI$, $HJ = 8$ を満たすようにとり, 四面体 $JDHI$ を考える。(1) を考慮すると, $\triangle IDJ$ の面積は

$\sqrt{\text{チ}}$ である。したがって, 点 H から $\triangle IDJ$ に下ろした垂線

HK の長さは $\frac{\text{ツ} \sqrt{\text{テ}}}{\text{ト}}$ である。

数学 I

第 4 問 (配点 20)

- (1) 次の , に当てはまるものを, 下の①~⑤のうちから一つずつ選べ。ただし, 解答の順序は問わない。

99 個の観測値からなるデータがある。四分位数について述べた記述で, どのようなデータでも成り立つものは と である。

- ① 平均値は第 1 四分位数と第 3 四分位数の間にある。
- ② 四分位範囲は標準偏差より大きい。
- ③ 中央値より小さい観測値の個数は 49 個である。
- ④ 最大値に等しい観測値を 1 個削除しても第 1 四分位数は変わらない。
- ⑤ 第 1 四分位数より小さい観測値と, 第 3 四分位数より大きい観測値とをすべて削除すると, 残りの観測値の個数は 51 個である。
- ⑥ 第 1 四分位数より小さい観測値と, 第 3 四分位数より大きい観測値とをすべて削除すると, 残りの観測値からなるデータの範囲はもとのデータの四分位範囲に等しい。

(数学 I 第 4 問は 14 ページに続く。)

数学 I

- (2) 図 1 は、平成 27 年の男の市区町村別平均寿命のデータを 47 の都道府県 P1, P2, …, P47 ごとに箱ひげ図にして、並べたものである。

次の (I), (II), (III) は図 1 に関する記述である。

- (I) 四分位範囲はどの都道府県においても 1 以下である。
(II) 箱ひげ図は中央値が小さい値から大きい値の順に上から下へ並んでいる。
(III) P1 のデータのどの値と P47 のデータのどの値とを比較しても 1.5 以上の差がある。

次の に当てはまるものを、下の ①~⑦ のうちから一つ選べ。

(I), (II), (III) の正誤の組合せとして正しいものは である。

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	
(I)	正	正	正	誤	正	誤	誤	誤
(II)	正	正	誤	正	誤	正	誤	誤
(III)	正	誤	正	正	誤	誤	正	誤

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

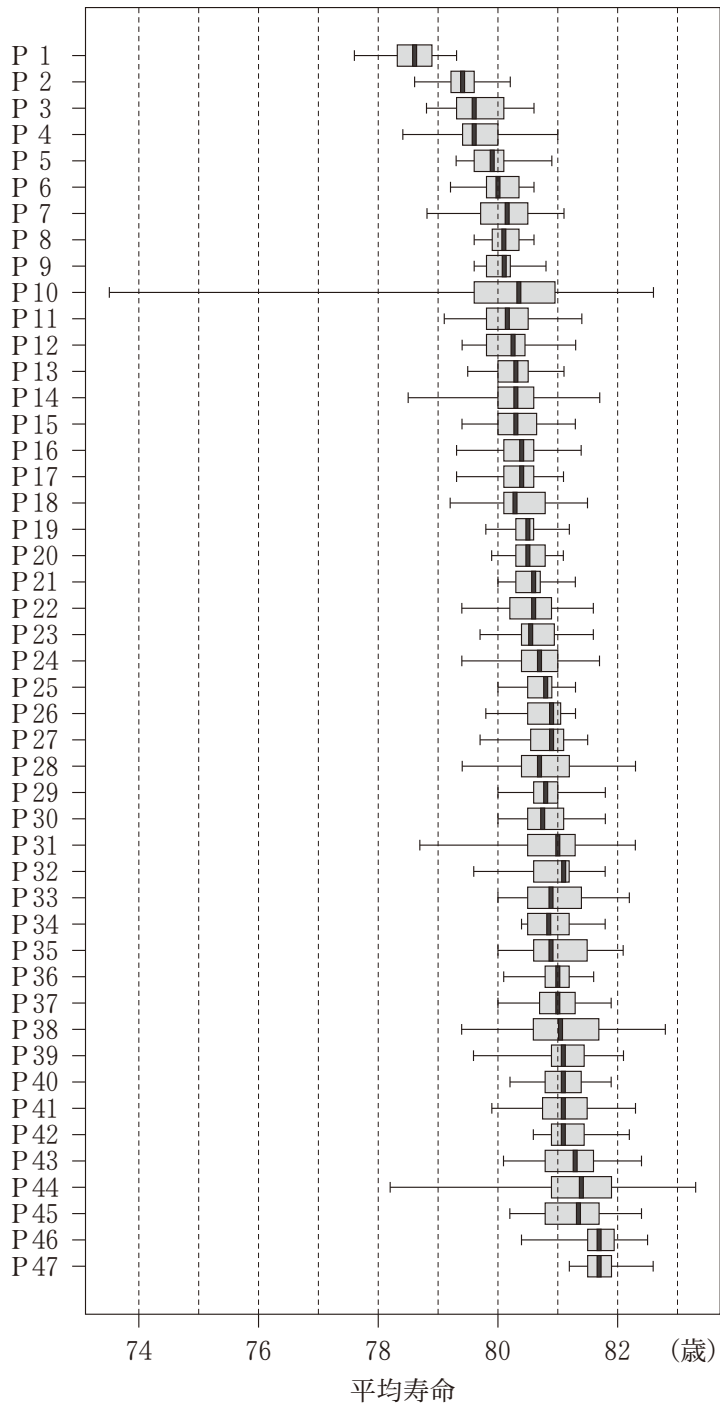


図1 男の市区町村別平均寿命の箱ひげ図
 (出典：厚生労働省の Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I

- (3) ある県は 20 の市区町村からなる。図 2 はその県の男の市区町村別平均寿命のヒストグラムである。なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

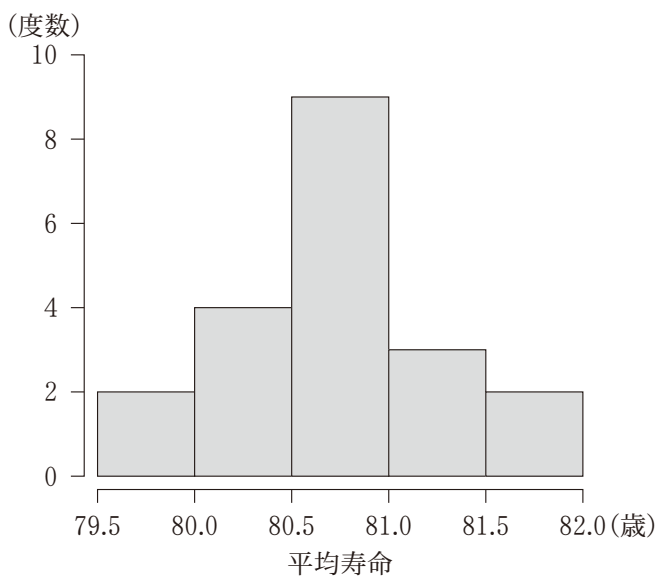


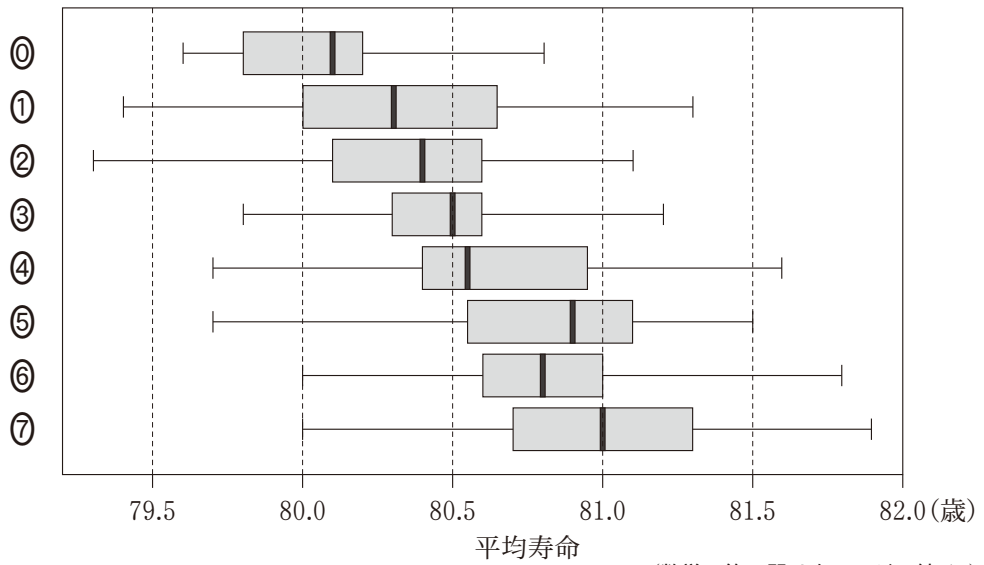
図 2 市区町村別平均寿命のヒストグラム

(出典：厚生労働省の Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

次の に当てはまるものを、下の①~⑦のうちから一つ選べ。

図 2 のヒストグラムに対応する箱ひげ図は である。



(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I

- (4) 図 3 は、平成 27 年の男の都道府県別平均寿命と女の都道府県別平均寿命の散布図である。2 個の点が重なって区別できない所は黒丸にしている。図には補助的に切片が 5.5 から 7.5 まで 0.5 刻みで傾き 1 の直線を 5 本付加している。

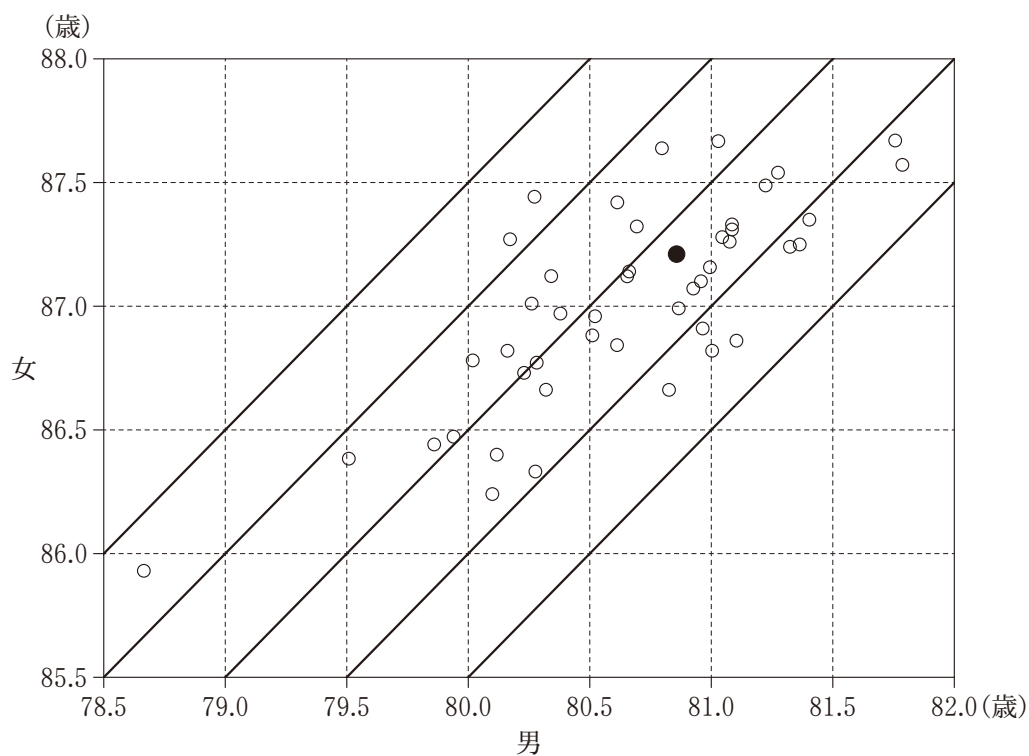


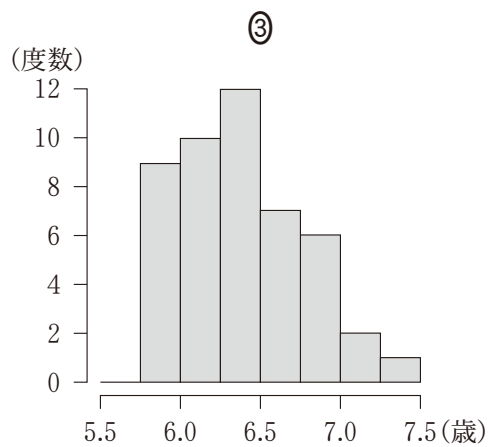
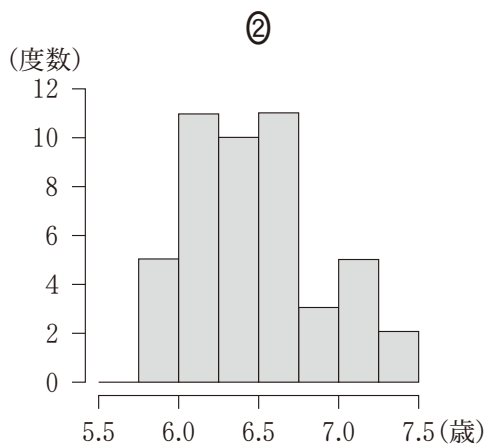
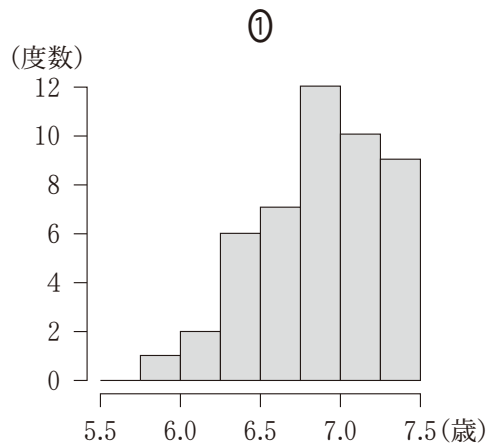
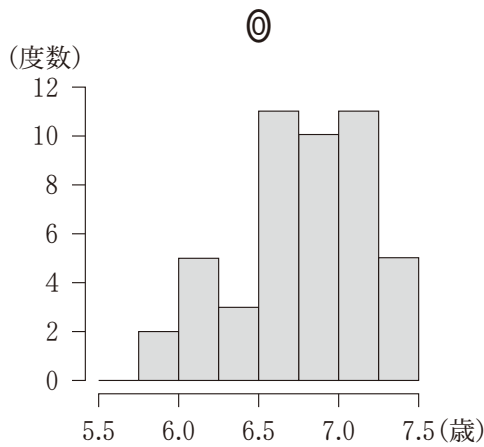
図 3 男と女の都道府県別平均寿命の散布図

(出典：厚生労働省の Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

次の に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つ選べ。

都道府県ごとに男女の平均寿命の差をとったデータに対するヒストグラムは である。なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。



(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I

(5) 0 または正の値だけとるデータの散らばりの大きさを比較するために

$$\text{変動係数} = \frac{\text{標準偏差}}{\text{平均値}}$$

で定義される「変動係数」を用いる。ただし、平均値は正の値とする。

昭和 25 年と平成 27 年の国勢調査の女の年齢データから表 1 を得た。

表 1 平均値、標準偏差および変動係数

	人 数(人)	平均値(歳)	標準偏差(歳)	変動係数
昭和 25 年	42,385,487	27.2	20.1	V
平成 27 年	63,403,994	48.1	24.5	0.509

次の に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つ選べ。

昭和 25 年の変動係数 V と平成 27 年の変動係数との大小関係は である。

- ① $V < 0.509$ ② $V = 0.509$ ③ $V > 0.509$

次の , に当てはまる最も適切なものを、下の①～③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- 平成 27 年の年齢データの値すべてを 100 倍する。このとき、変動係数は 。
- 平成 27 年の年齢データの値すべてに 100 を加える。このとき、変動係数は 。

- ① 小さくなる ② 変わらない ③ 10 倍になる ④ 100 倍になる