数学Ⅰ・数学A

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　　答
第2問	必　　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	

 （注）この科目には，選択問題があります。（23ページ参照。）

第1問（必答問題）（配点　30）

〔1〕　a を定数とする。

(1)　直線 $\ell : y = (a^2 - 2a - 8)x + a$ の傾きが負となるのは，a の値の範囲が

$$\boxed{アイ} < a < \boxed{ウ}$$

のときである。

(2)　$a^2 - 2a - 8 \neq 0$ とし，(1)の直線 ℓ と x 軸との交点の x 座標を b とする。

$a > 0$ の場合，$b > 0$ となるのは $\boxed{エ} < a < \boxed{オ}$ のときである。

$a \leqq 0$ の場合，$b > 0$ となるのは $a < \boxed{カキ}$ のときである。

また，$a = \sqrt{3}$ のとき

$$b = \frac{\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケ}} - \boxed{コ}}{\boxed{サシ}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第1問は26ページに続く。）

〔2〕 自然数 n に関する三つの条件 p，q，r を次のように定める。

p：n は 4 の倍数である
q：n は 6 の倍数である
r：n は 24 の倍数である

条件 p，q，r の否定をそれぞれ $\overline{p}$，$\overline{q}$，$\overline{r}$ で表す。

条件 p を満たす自然数全体の集合を P とし，条件 q を満たす自然数全体の集合を Q とし，条件 r を満たす自然数全体の集合を R とする。自然数全体の集合を全体集合とし，集合 P，Q，R の補集合をそれぞれ $\overline{P}$，$\overline{Q}$，$\overline{R}$ で表す。

(1) 次の $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

$32 \in \boxed{\text{ス}}$ である。

⓪ $P \cap Q \cap R$　① $P \cap Q \cap \overline{R}$　② $P \cap \overline{Q}$
③ $\overline{P} \cap Q$　④ $\overline{P} \cap \overline{Q} \cap R$　⑤ $\overline{P} \cap \overline{Q} \cap \overline{R}$

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

(2) 次の $\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～④のうちから一つ選べ。

$P \cap Q$ に属する自然数のうち最小のものは $\boxed{\text{セソ}}$ である。

また，$\boxed{\text{セソ}}$ $\boxed{\text{タ}}$ R である。

⓪ $=$　　① $\subset$　　② $\supset$　　③ $\in$　　④ $\notin$

(3) 次の $\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

自然数 $\boxed{\text{セソ}}$ は，命題 $\boxed{\text{チ}}$ の反例である。

⓪ 「(p かつ q) $\Longrightarrow \overline{r}$」　　① 「($p$ または q) $\Longrightarrow \overline{r}$」

② 「$r \Longrightarrow$ (p かつ q)」　　③ 「(p かつ q) $\Longrightarrow r$」

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

〔3〕 c を定数とする。2次関数 $y=x^2$ のグラフを，2点 $(c,0)$，$(c+4,0)$ を通るように平行移動して得られるグラフを G とする。

(1) G をグラフにもつ2次関数は，c を用いて

$$y=x^2-2\left(c+\boxed{\text{ツ}}\right)x+c\left(c+\boxed{\text{テ}}\right)$$

と表せる。

2点 $(3,0)$，$(3,-3)$ を両端とする線分と G が共有点をもつような c の値の範囲は

$$-\boxed{\text{ト}}\leqq c\leqq\boxed{\text{ナ}},\quad \boxed{\text{ニ}}\leqq c\leqq\boxed{\text{ヌ}}$$

である。

(2) $\boxed{\text{ニ}}\leqq c\leqq\boxed{\text{ヌ}}$ の場合を考える。G が点 $(3,-1)$ を通るとき，G は2次関数 $y=x^2$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ネ}}+\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$，$y$ 軸方向に $\boxed{\text{ハヒ}}$ だけ平行移動したものである。また，このとき G と y 軸との交点の y 座標は $\boxed{\text{フ}}+\boxed{\text{ヘ}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

第2問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕　△ABC において，$BC = 2\sqrt{2}$ とする。∠ACB の二等分線と辺 AB の交点を D とし，$CD = \sqrt{2}$，$\cos\angle BCD = \dfrac{3}{4}$ とする。このとき，BD = $\boxed{\text{ア}}$ であり

$$\sin\angle ADC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。$\dfrac{AC}{AD} = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ であるから

$$AD = \boxed{\text{カ}}$$

である。また，△ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第2問は 32 ページに続く。）

〔2〕

(1) 次の $\boxed{\text{コ}}$ ， $\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

99 個の観測値からなるデータがある。四分位数について述べた記述で，どのようなデータでも成り立つものは $\boxed{\text{コ}}$ と $\boxed{\text{サ}}$ である。

⓪ 平均値は第 1 四分位数と第 3 四分位数の間にある。

① 四分位範囲は標準偏差より大きい。

② 中央値より小さい観測値の個数は 49 個である。

③ 最大値に等しい観測値を 1 個削除しても第 1 四分位数は変わらない。

④ 第 1 四分位数より小さい観測値と，第 3 四分位数より大きい観測値とをすべて削除すると，残りの観測値の個数は 51 個である。

⑤ 第 1 四分位数より小さい観測値と，第 3 四分位数より大きい観測値とをすべて削除すると，残りの観測値からなるデータの範囲はもとのデータの四分位範囲に等しい。

(数学Ⅰ・数学A第 2 問は 34 ページに続く。)

⑵　図1は，平成27年の男の市区町村別平均寿命のデータを47の都道府県P1，P2，…，P47ごとに箱ひげ図にして，並べたものである。

次の(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)は図1に関する記述である。

(Ⅰ)　四分位範囲はどの都道府県においても1以下である。

(Ⅱ)　箱ひげ図は中央値が小さい値から大きい値の順に上から下へ並んでいる。

(Ⅲ)　P1のデータのどの値とP47のデータのどの値とを比較しても1.5以上の差がある。

次の $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{シ}}$ である。

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(Ⅰ)	正	正	正	誤	正	誤	誤	誤
(Ⅱ)	正	正	誤	正	誤	正	誤	誤
(Ⅲ)	正	誤	正	正	誤	誤	正	誤

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

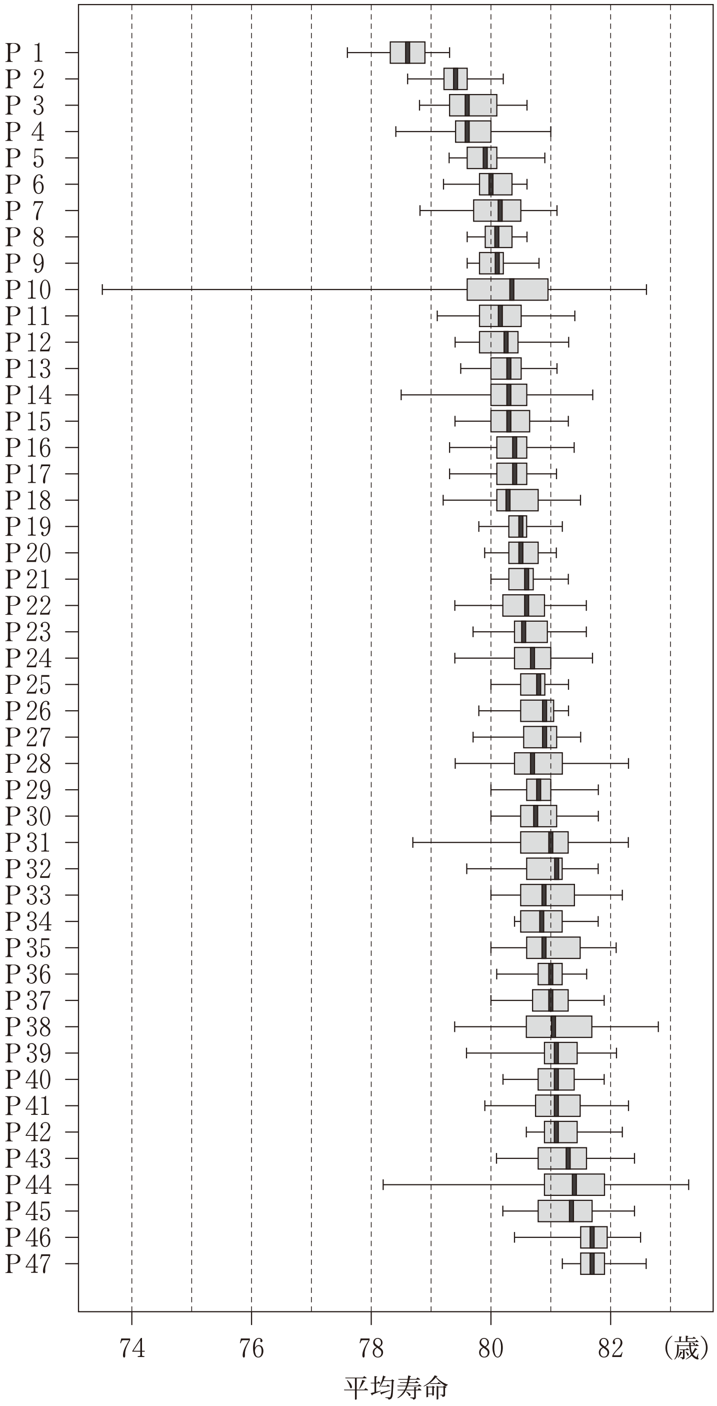


図1　男の市区町村別平均寿命の箱ひげ図

(出典：厚生労働省の Web ページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

⑶　ある県は 20 の市区町村からなる。図 2 はその県の男の市区町村別平均寿命のヒストグラムである。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

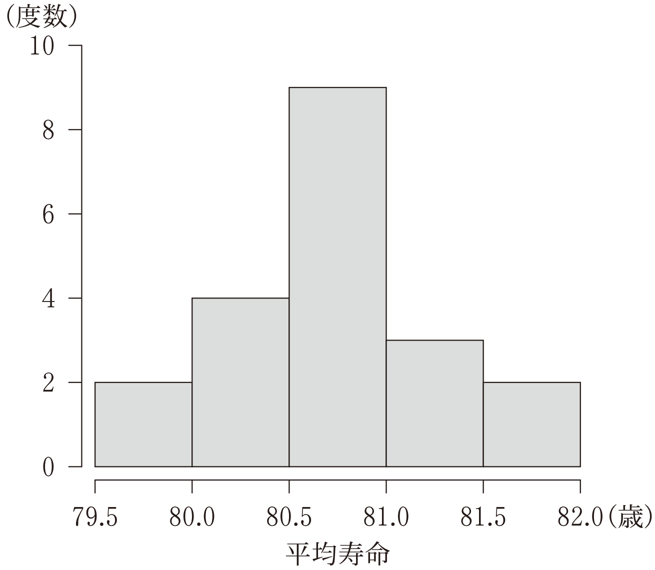


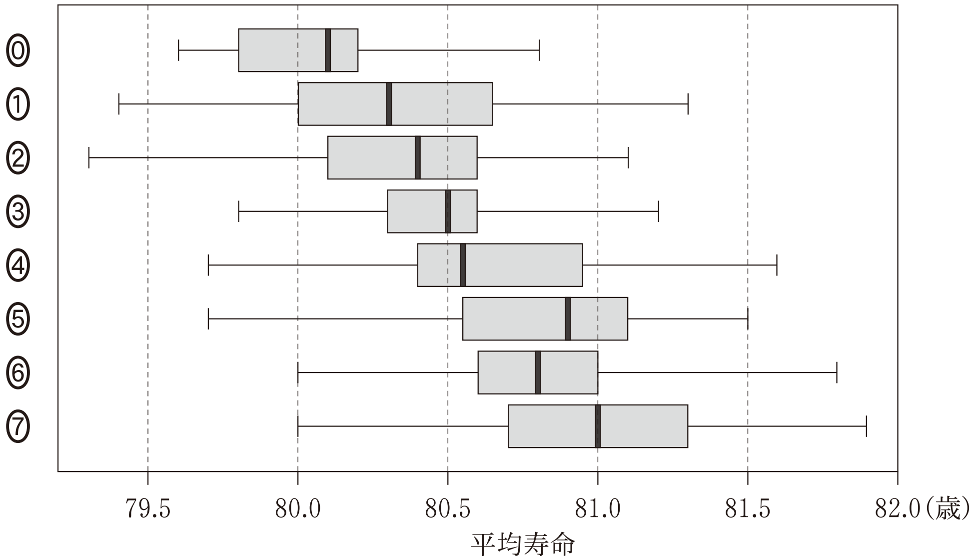
図 2　市区町村別平均寿命のヒストグラム

（出典：厚生労働省の Web ページにより作成）

（数学Ⅰ・数学A第 2 問は次ページに続く。）

次の $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

図2のヒストグラムに対応する箱ひげ図は $\boxed{\text{ス}}$ である。



（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

(4) 図3は，平成27年の男の都道府県別平均寿命と女の都道府県別平均寿命の散布図である。2個の点が重なって区別できない所は黒丸にしている。図には補助的に切片が5.5から7.5まで0.5刻みで傾き1の直線を5本付加している。

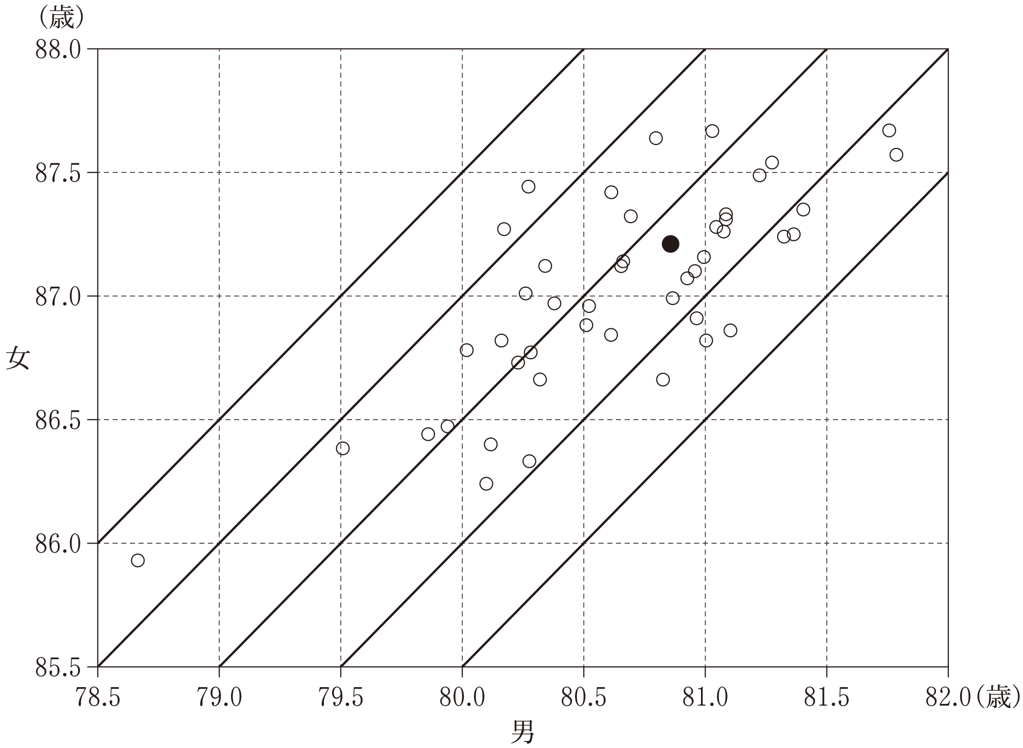


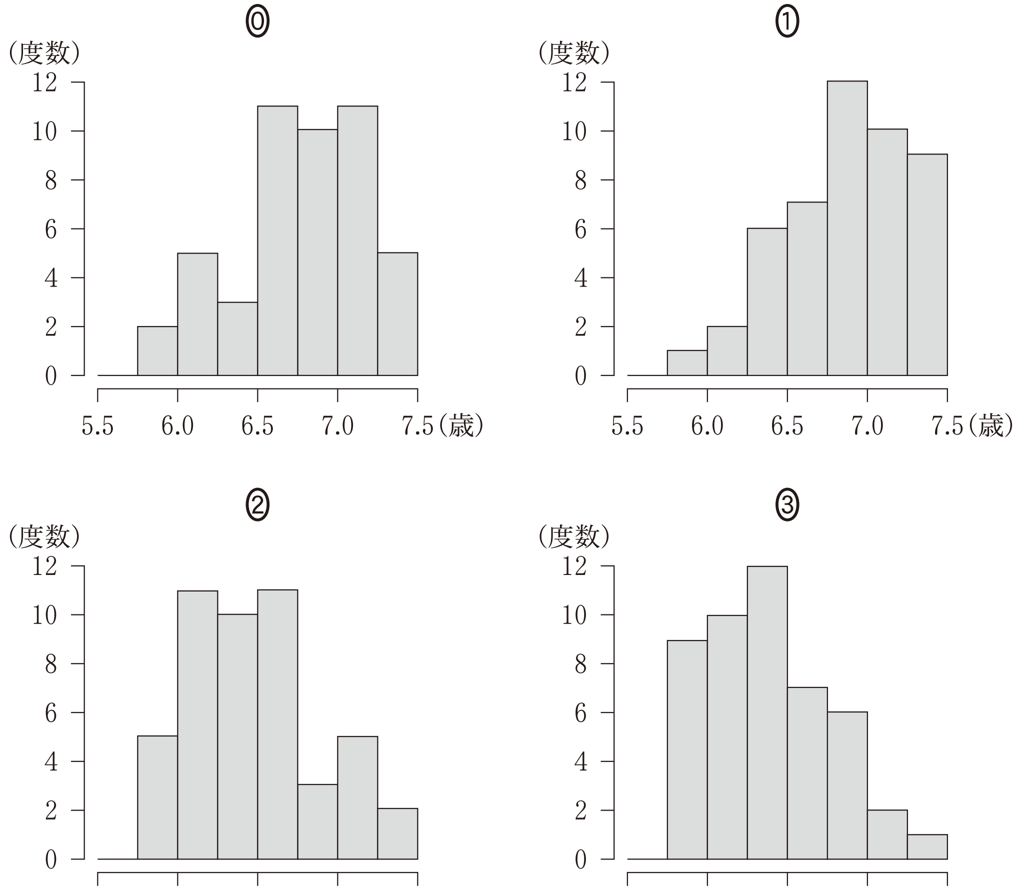
図3　男と女の都道府県別平均寿命の散布図

(出典：厚生労働省のWebページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

次の $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

都道府県ごとに男女の平均寿命の差をとったデータに対するヒストグラムは $\boxed{\text{セ}}$ である。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。



第3問 （選択問題）（配点　20）

〔1〕 次の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

正しい記述は $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ である。

⓪　1枚のコインを投げる試行を5回繰り返すとき，少なくとも1回は表が出る確率を p とすると，$p > 0.95$ である。

①　袋の中に赤球と白球が合わせて8個入っている。球を1個取り出し，色を調べてから袋に戻す試行を行う。この試行を5回繰り返したところ赤球が3回出た。したがって，1回の試行で赤球が出る確率は $\dfrac{3}{5}$ である。

②　箱の中に「い」と書かれたカードが1枚，「ろ」と書かれたカードが2枚，「は」と書かれたカードが2枚の合計5枚のカードが入っている。同時に2枚のカードを取り出すとき，書かれた文字が異なる確率は $\dfrac{4}{5}$ である。

③　コインの面を見て「オモテ(表)」または「ウラ(裏)」とだけ発言するロボットが2体ある。ただし，どちらのロボットも出た面に対して正しく発言する確率が0.9，正しく発言しない確率が0.1であり，これら2体は互いに影響されることなく発言するものとする。いま，ある人が1枚のコインを投げる。出た面を見た2体が，ともに「オモテ」と発言したときに，実際に表が出ている確率を p とすると，$p \leqq 0.9$ である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

〔2〕 1枚のコインを最大で5回投げるゲームを行う。このゲームでは，1回投げるごとに表が出たら持ち点に2点を加え，裏が出たら持ち点に -1 点を加える。はじめの持ち点は0点とし，ゲーム終了のルールを次のように定める。

- 持ち点が再び0点になった場合は，その時点で終了する。
- 持ち点が再び0点にならない場合は，コインを5回投げ終わった時点で終了する。

(1) コインを2回投げ終わって持ち点が -2 点である確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。また，コインを2回投げ終わって持ち点が1点である確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ である。

(2) 持ち点が再び0点になることが起こるのは，コインを $\boxed{キ}$ 回投げ終わったときである。コインを $\boxed{キ}$ 回投げ終わって持ち点が0点になる確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。

(3) ゲームが終了した時点で持ち点が4点である確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サシ}}$ である。

(4) ゲームが終了した時点で持ち点が4点であるとき，コインを2回投げ終わって持ち点が1点である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$ である。

第4問　（選択問題）（配点　20）

(1)　x を循環小数 $2.\dot{3}\dot{6}$ とする。すなわち

$$x = 2.363636\cdots\cdots$$

とする。このとき

$$100 \times x - x = 236.\dot{3}\dot{6} - 2.\dot{3}\dot{6}$$

であるから，x を分数で表すと

$$x = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(2) 有理数 y は，7進法で表すと，二つの数字の並び ab が繰り返し現れる循環小数 $2.\dot{a}\dot{b}_{(7)}$ になるとする。ただし，a，b は0以上6以下の**異なる**整数である。このとき

$$49 \times y - y = 2ab.\dot{a}\dot{b}_{(7)} - 2.\dot{a}\dot{b}_{(7)}$$

であるから

$$y = \frac{\boxed{\text{オカ}} + 7 \times a + b}{\boxed{\text{キク}}}$$

と表せる。

(i) y が，分子が奇数で分母が4である分数で表されるのは

$$y = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{4} \quad \text{または} \quad y = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{4}$$

のときである。$y = \dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{4}$ のときは，$7 \times a + b = \boxed{\text{シス}}$ であるから

$$a = \boxed{\text{セ}}, \quad b = \boxed{\text{ソ}}$$

である。

(ii) $y - 2$ は，分子が1で分母が2以上の整数である分数で表されるとする。このような y の個数は，全部で $\boxed{\text{タ}}$ 個である。

第5問 （選択問題）（配点　20）

△ABCにおいて，辺BCを7：1に内分する点をDとし，辺ACを7：1に内分する点をEとする。線分ADと線分BEの交点をFとし，直線CFと辺ABの交点をGとすると

$$\frac{\mathrm{GB}}{\mathrm{AG}} = \boxed{\text{ア}}, \quad \frac{\mathrm{FD}}{\mathrm{AF}} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad \frac{\mathrm{FC}}{\mathrm{GF}} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。したがって

$$\frac{\triangle\mathrm{CDG}\text{の面積}}{\triangle\mathrm{BFG}\text{の面積}} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$$

となる。

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

4点B，D，F，Gが同一円周上にあり，かつ FD $= 1$ のとき

AB $=$ $\boxed{\text{ケコ}}$

である。さらに，AE $= 3\sqrt{7}$ とするとき，AE・AC $=$ $\boxed{\text{サシ}}$ であり

$\angle$AEG $=$ $\boxed{\text{ス}}$

である。 $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ $\angle$BGE　　① $\angle$ADB　　② $\angle$ABC　　③ $\angle$BAD