2020（R2)年度　東北大学　前期入学試験　物理解説

（物理，化学，生物，地学のうち２科目受験で150分）

1

＜解答＞

問（１）(a)

力学的エネルギー保存の法則により，$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = mgh$，$\therefore v_0 = \sqrt{2gh}$　（答）

(b)

小球は滑らかな斜面と弾性衝突をする。したがって，

斜面に垂直方向の速度は衝突直前の垂直方向の速度と大きさは同じで，向きは逆

斜面に平行方向の速度は同じ（変化しない）

したがって，図１に示すように，衝突後の速度ベクトルは斜面に関して衝突前の速度ベクトルと対称である。

したがって，$v_x = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$，$v_y = \frac{1}{2}v_0$　（答）

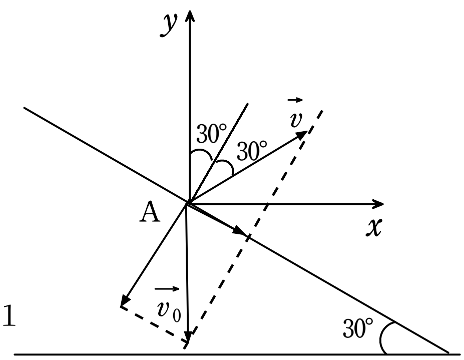

図１

(c)

衝突直後からの時刻を t とすれば，$x = v_x t$，$t = \frac{x}{v_x}$

$$y = v_y t - \frac{1}{2}gt^2 = v_y\left(\frac{x}{v_x}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_x}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{2}{3}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$　（答）

(d)

力学的エネルギー保存の法則により，$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = mgh$，$\therefore v_0 = \sqrt{2gh}$

点Bは $x = L$，$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}L$ だから，(c) から $-\frac{\sqrt{3}}{3}L = \frac{\sqrt{3}}{3}L - \frac{2}{3}g\left(\frac{L}{v_0}\right)^2$

$\therefore L = \frac{\sqrt{3}\,{v_0}^2}{g} = 2\sqrt{3}\,h$　（答）

問（２）(a)

斜面は滑らかだから，斜面方向の運動量は変化しない。したがって，小球が受ける力積は斜面垂直方向のみである。

力積 P の x，y 方向成分を P_x，P_y とする。衝突前後の運動量変化について，

x 方向は $mv'_x - m\times 0 = P_x = P\sin 30° = \frac{1}{2}P$, $\therefore v'_x = \frac{P}{2m}$　（答）

y 方向は $mv'_y - m\times(-v_0) = mv'_y + mv_0 = P_y = P\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}P$, $\therefore v'_y = \frac{\sqrt{3}P}{2m} - v_0$　（答）

(b)

　x 方向の力積について，台は小球からのみ力積を受けるから，作用反作用の法則により台が受ける x 方向の力積の大きさは小球が受ける x 方向の力積の大きさに等しい。

したがって，$P_1\sin 30° = P\sin 30°$，$\therefore P_1 = P$　（答）

　y 方向の力積について，台は y 方向には動かないから，台が受ける小球と床からの力積の和は0。

したがって $P_1\cos 30° - P_2 = 0$，$\therefore P_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}P$　（答）

(c)

$$MV - M\times 0 = -P\sin 30°,\ \therefore V = -\frac{P}{2M}$$　（答）

(d)

　衝突直後の小球の運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}m({v'_x}^2 + {v'_y}^2) = \frac{1}{2}m\left(\frac{P}{2m}\right)^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{\sqrt{3}P}{2m} - v_0\right)^2 = \frac{P^2}{8m} + \frac{3P^2}{8m} - \frac{\sqrt{3}Pv_0}{2} + \frac{1}{2}m{v_0}^2$$

　台の運動エネルギーは $\frac{1}{2}MV^2$

エネルギー保存の法則により，衝突前後の運動エネルギーは同じだから，

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{P^2}{2m} - \frac{\sqrt{3}Pv_0}{2} + \frac{1}{2}m{v_0}^2 + \frac{1}{2}MV^2,\ \therefore P^2 - \sqrt{3}v_0mP + \frac{mP^2}{4M} = 0,$$

$$\therefore P = \frac{4\sqrt{3}mMv_0}{m + 4M}$$　（答）

(e)

　台上の人から見た小球の x 軸方向の速さは

$$v'_x - V = \frac{P}{2m} - \left(\frac{-P}{2M}\right) = \frac{P}{2}\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M}\right) = \frac{P(m + M)}{2mM} = \frac{3P}{5m}$$

したがって，$\tan\alpha = \frac{v_y'}{v_x' - V} = \left(\frac{\sqrt{3}P}{2m} - v_0\right)\times\frac{5m}{3P} = \frac{5\sqrt{3}}{6} - \frac{5m}{3P}v_0$

$$P = \frac{4\sqrt{3}mMv_0}{m + 4M} = \frac{20\sqrt{3}m^2v_0}{21m} = \frac{20\sqrt{3}mv_0}{21}$$

したがって，$\tan\alpha = \frac{5\sqrt{3}}{6} - \frac{5}{3}\times\frac{21}{20\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6} - \frac{7\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{4}$　（答）

＜解説＞

問（１）(b)

　斜面に垂直方向の速度と平行方向の速度が衝突によってどのような影響を受けるかを考える。直感的に，斜面で反射するように進むと理解できるだろう。

(c)

点A からB までの小球の運動は，x 方向に速さv_x の等速運動，y 方向に初速v_y の重力による落下運動である。

問2 (a)

斜面は滑らかだから，小球は斜面方向に力積を受けることはない。

(e)

台は x 方向に速度 V の等速運動をしているから，台上の人から見た小球の x 方向の速さは$(v_x'-V)$である。

$\boxed{2}$

＜解答＞

問（1）(a)

電場がホールに働く力 eE と運動するホールが受ける抵抗力 kv_0 とが等しい。

$kv_0 = eE$，$\therefore v_0 = \dfrac{eE}{k}$　（答）

(b)

断面積 ab がz 軸方向に速さv_0 で動くと，時間 t の間に 体積 abv_0t の立体をつくる。この中に含まれるホールが時間 t の間に z 軸に垂直な断面を通過するホールの個数である。

したがって，$N = nabv_0t$　（答）

(c)

電流は単位時間当たりに流れる電気量だから，$I = \dfrac{eN}{t} = enabv_0$　（答）

(d)

① mr，② $\dfrac{r}{m}$，③ L，④ ab

(e)

長さ L の両端の電圧はEL，オームの法則により，半導体の両端の抵抗 $R = \dfrac{EL}{I} = \dfrac{EL}{eabv_0n}$

一方，$R=\rho\times\dfrac{L}{ab}$から，$\rho= \dfrac{abR}{L}=\dfrac{E}{ev_0n} = \dfrac{1}{en}\times\dfrac{E}{v_0}=\dfrac{1}{en}\times\dfrac{k}{e}=\dfrac{k}{e^2n}$　（答）

問（2）(a)

y 方向に働く力は，電場E' による力と磁束密度B による力（ローレンツ力）と速さに比例する抵抗力の和である。y 方向に働くローレンツ力は電荷とホールの速度ベクトルの z方 向成分 v_z と B の積である。

$F_y = -eE'+ev_zB-kv_y$　（答）

z 方向に働く力は，電場 E による力と磁束密度 B による力（ローレンツ力）と抵抗力の和である。z 方向に働くローレンツ力はホールの速度ベクトルのy 方向成分v_y とB の積である。

$F_z = eE-ev_yB-kv_z$　（答）

(b)

(a)で得られた結果において

$F_y=0$，$v_y=0$，$v_z=v_1$として，$-eE''+ev_1B=0$　①

$F_z=0$として，$eE-kv_1=0$　②

②から $v_1=\dfrac{eE}{k}$　（答）

①から $E''=v_1B=\dfrac{eEB}{k}$　（答）

(c)

点 S $(\dfrac{a}{2}, 0, 0)$の電位を 0 とすれば,

Z 軸正方向の電場 E によって作られる点 R $(\dfrac{a}{2}, Y, Z)$ の電位は $-EZ$

Y 軸負方向の電場 E'' によって作られる点 R $(\dfrac{a}{2}, Y, Z)$ の電位は $E''Y$

点 R $(\dfrac{a}{2}, Y, Z)$の電位 V は二つの電場 E，$-E''$ によって作られる電位の和だから,

$V=E''Y+(-EZ)=\dfrac{eEB}{k}Y-EZ$　（答）

(d)

(c)の結果により，点 T $(\dfrac{a}{2}, b, 0)$ の電位 $V_1=\dfrac{eEB}{k}b$　③

点 U $(\dfrac{a}{2}, b, c)$ の電位 $V_2=\dfrac{eEB}{k}b-Ec$　④

電場Eの向きを変えたときの点R $(\dfrac{a}{2}, Y, Z)$の電位は

$V'=-\dfrac{eEB}{k}Y+EZ$，このとき $V_3=-\dfrac{eEB}{k}b+Ec$　⑤

磁束密度Bの向きを変えたときの点R $(\dfrac{a}{2}, Y, Z)$の電位は

$V''=-\dfrac{eEB}{k}Y-EZ$，このとき $V_3=-\dfrac{eEB}{k}b-Ec$　⑥

③を求めるためには，④と⑥を組み合わせる。すなわち磁束密度Bの向きを変える　（答）

④−⑥から $V_2-V_3=\left(\dfrac{eEB}{k}V-Ec\right)-\left(-\dfrac{eEB}{k}V-Ec\right)=\dfrac{2eEB}{k}b=2V_1$,

$\therefore V_1=\dfrac{1}{2}(V_2-V_3)$　（答）

＜解説＞

問（1）(a)

一定の速さになったということは，ホールに力が働いていないということである。すなわち，電場による力と抵抗による力とが等しい。

(e)

電圧は半導体の両端の電位の差，電位の差は（電場）×（両端の距離）である。

問（2）(b)

一定の速さになったということは，ホールには力が働かなくなったということである。

(c)

$X=\dfrac{a}{2}$の平面内で，点Sを原点とし，点R(Y, Z)を位置ベクトルで表すと，$\overrightarrow{SR}=(Y, Z)$

電場はベクトルであり，$x=\dfrac{a}{2}$ の平面内で$\overrightarrow{E_T}=(E_Y, E_Z)=(-E'', E)=\left(-\dfrac{eEB}{k}, E\right)$

電位 $V=-\overrightarrow{SR}\cdot\overrightarrow{E_T}=\dfrac{eEB}{k}Y-EZ$

(d)

(c)の結果を活用して，各点の各条件による電位を求めて，考察する。

$\boxed{3}$

＜解答＞

問（1）(a)

ピストンが静止しているので，気体の圧力は水の圧力と外気圧の和である。

すなわち，$P_1=P_0+\rho hg$　（答）

(b)

状態１における気体の状態方程式は，$P_1\times(hS)=nRT_1$，$\therefore T_1=\dfrac{P_1hS}{nR}$　（答）

(c)

状態２における気体の状態方程式は，$P_1\times(2hS)=nRT_2$，$\therefore T_2=\dfrac{2P_1hS}{nR}=2T_1$　（答）

(d)

状態１から状態２までに，気体が外部にする仕事 $W_1=P_1\,hS$　（答）

(e)

熱力学第１法則により，$\dfrac{3}{2}nR(T_2-T_1)=Q_1+(-W_1)$,

$\therefore Q_1=\dfrac{3}{2}P_1\,hS+P_1\,hS=\dfrac{5}{2}P_1\,hS$　（答）

問（2）(a)

温度調節器の作動により気体の温度が低下して，ピストンはゆっくり下がったのだから，下降途中のそれぞれの時刻においてピストンの上側の圧力と下側の圧力は等しい。

ピストンの移動量 x のときの上側の水の深さ d として，$h=2(d-x)+x$，$\therefore d=\dfrac{h+x}{2}$

したがって気体の圧力は $P_x=P_0+\rho dg=P_0+\dfrac{1}{2}\rho(h+x)g$　（答）

(b)

気体の温度低下により状態２，３から４へ変化するのだから，適切なものは(あ)～(え)のいずれ

か。(a)の結果から，状態４から１への気体の圧力はピストンの移動量 x の一次関 数である。気体の体積はピストンの移動量 x の一次関数で減少するので，圧力は体積の一次関数である。

したがって適切なP―V 図は (い)　（答）

(c)

状態４から１へ戻るまでに，気体が外部からされる仕事W_4 は，問題図６(い)の$P-V$線とV軸が囲む面積である。

$$W_4 = \frac{1}{2}(P_1 + P_4)hS = \left(P_0 + \frac{3}{4}\rho hg\right)hS \quad （答）$$

ただし，(a)の結果において状態４では x=0として，$P_4 = P_{x=0} = P_0 + \frac{1}{2}\rho hg$

(d)

１サイクルにおいて外部にした仕事は，問題図６(い)においてこのサイクルが囲む面積である。気体は元の状態に戻ったのだから，内部エネルギーの変化はない。したがって熱力学の第１法則により，１サイクルで気体が吸収する熱量は外部にした仕事に等しい。

$$Q_C = \frac{1}{2}(2hS - hS)(P_1 - P_4) = \frac{1}{4}\rho h^2 Sg \quad （答）$$

＜解説＞

問 (1) (a)

ピストンが静止しているので，ピストンの上側と下側の圧力は等しい。

(b)，(c)

それぞれ気体の状態方程式を活用する。

(d)

熱力学第１法則　$\Delta U = Q + W$　を活用する。

ΔUは気体の内部エネルギーの変化，Qは気体が受け取る熱量（気体が放出する場合は負），Wは気体がされる仕事（気体がする場合は負）

問 (2) (a)

ここでのポイントは，ピストンが下降している各時刻において，ピストンの上側の圧力と下側の圧力が等しいみなすことができるということである。ピストンはゆっくり下降しているので，温度調節器の作動を止めた瞬間において，温度変化が止まり，ピストンの下降も止まると仮想できる。この瞬時において，ピストンの上側と下側の圧力が等しい。

(b)

問題図６を一目すると，(あ) ～ (え) と (お) ～ (く) とでは状態２，３から４への変化の方向が逆なことがわかる。問題文にあるように，温度低下により気体の圧力が下がったことが明らかだから，(あ) ～ (え) のいずれかが適切である。

状態４から１への変化において，気体の体積 $V=(2h-x)S$，$\therefore\ x = 2h - \frac{V}{S}$，(a)の結果に代入して

$P_x = P_0 + \frac{1}{2}\rho\left(3h - \frac{V}{S}\right)g$，すなわち P_x は V の一次関数として減少する。(い) が適切といえる。

(c)

状態４から１への変化において，気体は熱量を放出し，体積が収縮し，仕事をされる。温度調整器によって，気体の温度を下げるということは，気体が熱量を放出するということである。

(d)

状態１から２への変化で気体は仕事をする。状態４から１への変化で気体は仕事をされる。差引で，状態変化線で囲まれた三角形の面積に相当する仕事を気体はする。気体は元の状態１に戻ったのだから，気体の内部エネルギーの変化はない。

したがって，気体は熱量を吸収して仕事をしたことになる。

＜総評＞

東北大学の物理問題は試験時間が概ね75分で長文を読み込んで，解答するのだから，なかなか厳しいと思う。問題設定は難しいものではなく，設問は易から難へと誘導的に構成されているので，概ね標準的なレベルの問題と思う。しかし随所に的確な物理思考力を必要とする設問があり，そこで思わぬ時間をとられ，時間不足が切実となるので注意する。

$\boxed{1}$

滑らかな床上の斜面台に小球が衝突する際の速度変化と力積に関する問題。台が床に固定されている場合と自由な場合とで，考察する。固定されている場合，斜面との衝突による小球の運動のみを考えればよい。物体の運動量の変化は物体が受ける力積という基本知識とその活用の問題である。

台が床に対して固定されていない場合は，小球の衝突による台の運動も考慮する。台の運動を理解するには，台が小球から受ける力積，床から受ける力積の２つを考慮する。全体として，設問は易から難へと構成されている。標準的なレベルの問題で，難易度Ｂ。

$\boxed{2}$

半導体に電場，磁場を加えたときのキャリア（ここではホール，hole，正孔）の振る舞いに関する問題である。しかし，半導体の本質に関わるものではないので，半導体と聞いて身構える必要はない。

必要な考え方は抵抗をもつ金属中の電子の振る舞いの考察と同様のものである。導線中を流れる電流，オームの法則，荷電粒子に対する電磁場の作用などに関する教科書の記載を理解していることが必要である。電場が作る電位など本質理解が必要である。

この問題で扱った物理現象はホール効果（Hall effect）として知られ，磁場の測定に活用されている。教科書にも記載がある。

標準よりやや難しいレベルの問題で，難易度Ｂ＋。

$\boxed{3}$

気体の加熱冷却による状態変化に関する問題。長文の問題文から気体の状態図の変化を正しく理解することが必要である。熱力学の第１法則に，熱量の吸収放出，する仕事される仕事，内部エネルギーの変化などを的確に適用する。問 (2) (a)は考え方の少々の工夫が必要で，これが正答できないと，以降の設問が正答できなくなる。標準的なレベルの問題で，難易度Ｂ。

220516