

1 (50点)

120分

< 解答 >

[A](a)

物体 Q が初めて点 D に達したときの床に対する速度は，エネルギー保存の法則により

$$\frac{1}{2}mV^2 = mgh, \therefore V = \sqrt{2gh} \quad (\text{答})$$

(b)

面 CD からの F の高さ $h_F = h_E + L\sin\theta = R - R\cos\theta + L\sin\theta$
 h が h_F より高ければ，Q は台から離れる。小さければ台から離れない。
したがって， $h_0 = h_F = R - R\cos\theta + L\sin\theta$ (答)

(c)

端点 F における y 方向の速度を v_{Fy} とすれば，F を離れた後の y 軸方向の速度は

$$v_y = v_{Fy} - gt, \text{ 最高点に達したとき } v_y = 0, \text{ 最高点に達するまでの時間 } t = \frac{v_{Fy}}{g}$$

エネルギー保存の法則により，F における物体の速さを v_F として，

$$mgh = mgh_0 + \frac{1}{2}mv_F^2, \therefore v_F = \sqrt{2g(h-h_0)}, v_{Fy} = v_F \sin\theta$$

したがって，物体 Q が端点 F を離れてから最高点に達するまでの時間は

$$t = \frac{v_{Fy}}{g} = \sqrt{\frac{2(h-h_0)}{g}} \sin\theta \quad (\text{答})$$

(d)

ϕ を微小角とすれば，点 C と C' の x 軸方向距離 $x = R\sin\phi$ ， $\therefore \sin\phi = \frac{x}{R}$

物体の運動方程式は加速度を a として， $ma \doteq -mg\sin\phi = \frac{-mgx}{R}$ ， $\therefore a \doteq \frac{-gx}{R}$

したがって，物体 Q は点 C と C' の間で単振動をする。

その周期は $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$ ，したがって物体 Q が C' から初めて点 C に達するまでの時間

は単振動の1/4周期だから，(ア) $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R}{g}}$ (答)

また点 C に達したときの物体 Q の速さ v_C は，エネルギー保存の法則により

$$\frac{1}{2}mv_C^2 = mg(R - R\cos\phi) = mgR(1 - \cos\phi) \doteq \frac{1}{2}mgR\phi^2, \therefore (\text{イ}) \phi\sqrt{gR} \quad (\text{答})$$

これより物体 Q が点 C から初めて点 D に達するまでの時間は (ウ) $\frac{l}{\phi\sqrt{gR}}$ (答)

この運動は C' - C - D - D' の往復周期運動をし，弧長 $\widehat{CC'} = \widehat{DD'}$ だから，

この運動の周期は (エ) $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} + \frac{2l}{\phi\sqrt{gR}}$ (答)

[B](e)

物体 Q が滑り始める直前の運動量と点 D に達したときの運動量について、運動量保存の法則により、 $mv_1 + MV_1 = 0$ 、 $\therefore V_1 = -\frac{m}{M}v_1$

エネルギー保存の法則により、

$$mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}MV_1^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{-mv_1}{M}\right)^2 = \frac{1}{2}mv_1^2\left(1 + \frac{m}{M}\right)$$

$$v_1 > 0 \text{ であるから, } v_1 = \sqrt{\frac{2Mgh}{m+M}}, V_1 = -\frac{m}{M}\sqrt{\frac{2Mgh}{m+M}} \quad (\text{答})$$

(f)

高さ h_1 から動き始めた物体 Q が点 F に達したとき、エネルギー保存の法則により

$$mgh_1 = mgh_F + \frac{1}{2}mv_F^2 + \frac{1}{2}MV_F^2,$$

ただし v_F, V_F は物体 Q が点 F に達したときの物体 Q と台の速さ

$$\text{物体 Q が点 F に達したとき台から離れるので } v_F \cos \theta = V_F$$

物体 Q が動き始めたときと点 F に達したときの運動量保存の法則により、

$$mv_F \cos \theta + MV_F = 0, \text{ したがって } v_F = V_F = 0$$

$$\text{したがって, } mgh_1 = mgh_F, \therefore h_1 = h_F = R - R\cos \theta + L\sin \theta \quad (\text{答})$$

(g)

床から見た物体 Q の速度 v の x 成分 v_x は台から見た時、 $v_x - V_2$ となるから、

$$\text{(オ) } v_y = (v_x - V_2) \tan \theta \quad (\text{答})$$

離れた瞬間における運動量保存の法則により、 $mv_x + MV_2 = 0$ 、 $\therefore V_2 = -\frac{m}{M}v_x$

エネルギー保存の法則により、 $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 + mgh_1 = mgh$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = v_x^2 + (v_x - V_2)^2 \tan^2 \theta = \left(-\frac{M}{m}\right)^2 V_2^2 + \left(-\frac{M}{m}V_2 - V_2\right)^2 \tan^2 \theta$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{M}{m}\right)^2 V_2^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{M}{m} + 1\right)^2 V_2^2 \tan^2 \theta + \frac{1}{2}MV_2^2 = mg(h - h_1)$$

$$\text{したがって, (カ) } V_2 = -\frac{m}{m+M} \sqrt{\frac{2g(h-h_1)}{\frac{M}{m+M} + \tan^2 \theta}} \quad (\text{答})$$

[C](h)

台からみたとき、物体 Q には重力 mg と慣性力 $-ma$ が働く。

物体 Q が GC となす角を β とする。 $m\alpha \cos \beta = mg$ のとき、物体 Q に働く円軌道に

沿う力は 0 となるから、 $\tan \beta = \frac{a}{g}$ を満たす角 β の方向で物体 Q は静止する。

したがって物体 Q は β の方向から少し変位を与えると、 β の方向を中心とした単振動をする。 β の方向の向心力は

$mg' = m\sqrt{a^2 + g^2}$ だから、この単振動の周期は (d) の g を g' に置き換えて

$$2\pi\sqrt{\frac{R}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{\sqrt{a^2+g^2}}} \quad (\text{答})$$

(i)

台 P に働く力は外力 T ，物体 Q が斜面 AB を押す力 N (物体が斜面から受ける垂直抗力に等しい) である。したがって，台 P の x 軸方向の運動方程式は

$$Ma = T - N\sin\theta$$

台から見たとき，物体 Q には y 軸負方向に重力 mg ， x 軸負方向に慣性力 ma が働いて斜面垂直方向に静止しているから， $N = mg\cos\theta + m\sin\theta$

に を代入して，整理すると

$$T = (M + m\sin^2\theta)a + mg\sin\theta\cos\theta$$

したがって，外力 T が台 P に行った仕事の大きさは

$$Ts = \{(M + m\sin^2\theta)a + mg\sin\theta\cos\theta\}s \quad (\text{答})$$

< 解説 >

[A](c)

物体が F を離れると，重力の下での自由落下運動をする。物体が最高点に達したとき， y 方向の速さは 0 である。

(d)

C'C 間では物体は単振り子と同様の単振動をすることは運動方程式から理解できる。

[B](e)

物体 Q は重力によって斜面を押しながら斜面を滑り落ちる。台 P と床との間に摩擦がないので，台は動く。物体 Q からの作用で台 P は動くので，両者の運動量の和は保存される。

(f)

物体 Q が F で台から離れる瞬間において，物体と台の x 方向の速さは同じになっている。

(g)

やや錯綜した式になるが，粘り強く解こう。

[C](h)

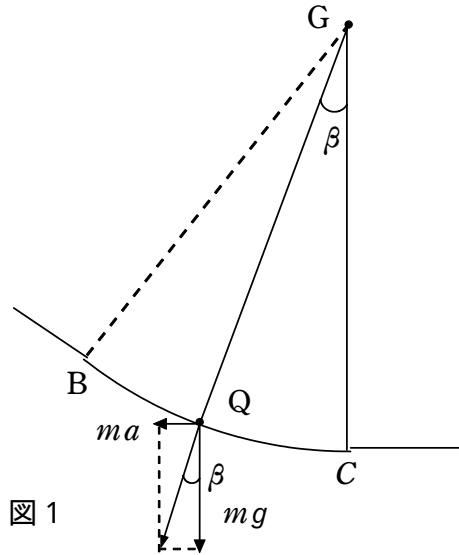
台 P 上の観測者から見たとき，物体 Q に慣性力 ma が x 軸負方向に働く。図 1 に示すように，物体 Q への重力と慣性力の合力の方向 β で物体 Q は静止する。 β からわずかな変位を与えると，物体 Q には復元力が働いて，単振動をする。

これは，あたかも重力の方向が y 軸負方向から β だけ傾き，重力の加速度が $\sqrt{a^2+g^2}$ になった単振り子の運動と見なすことができる。

(i)

外力 T が働いて距離 s 動いたのだから，その仕事は Ts である。台に加速度 a を発生させるような外力 T を求めなければならない。台には外力 T 以外に，物体 Q が斜面を押す力が作用していることを忘れてはならない。

すなわち，加速度 a の発生は外力 T と物体 Q による力との合力によるものである。



2 (50点)

< 解答 >

[A](a)

速さ v_0 で運動する荷電粒子には $|q|v_0B_0$ のローレンツ力が v_0 の方向と B_0 の方向がつくる面に垂直方向に働く。これが等速円運動の向心力になる。したがって、

$$\frac{mv_0^2}{r_0} = |q|v_0B_0, \therefore r_0 = \frac{mv_0}{|q|B_0} \quad (\text{答})$$

(b)

荷電粒子の電流ベクトル $q\vec{v} = q(v_x, v_y)$ と荷電粒子が磁場から受ける力ベクトル \vec{F} は直交する。したがって、 $qv_xF_x + qv_yF_y = 0$

力ベクトル \vec{F} の方向はフレミングの左手の法則によって、電流ベクトル $q\vec{v}$ から磁束密度ベクトル \vec{B} の方向へ右ねじを回したときの方向である。すなわち電流ベクトル $q\vec{v}$ を xy 平面内で右回りに 90° 回転した方向である。

したがって k を正の定数とすると、 $F_x = kqv_y, F_y = -kqv_x$

また、 $\sqrt{F_x^2 + F_y^2} = |q|B_0\sqrt{v_x^2 + v_y^2}, \therefore F_x^2 + F_y^2 = (|q|B_0)^2(v_x^2 + v_y^2)$

、 から、 $k = B_0, F_x = qv_yB_0, F_y = -qv_xB_0$ (答)

[B](c)

$n=1$ 回目に x 軸を横切るまでの荷電粒子の円運動の半径は

$$r_1 = \frac{mv_1}{|q|B_0}, \therefore t_1 = \frac{\pi r_1}{v_1} = \frac{\pi m}{|q|B_0} \quad (\text{答})$$

q が正のとき円運動は右回り、負のとき左回りだから、

$$q > 0 \text{ のとき } x_1 = 2r_1 = \frac{2mv_1}{qB_0}, q < 0 \text{ のとき } x_1 = -2r_1 = -\frac{2mv_1}{qB_0}, \therefore x_1 = \frac{2mv_1}{qB_0} \quad (\text{答})$$

$n=2$ 回目に x 軸を横切るまでの荷電粒子の円運動の半径は

$$r_2 = \frac{mv_1}{2|q|B_0}, \therefore t_2 = t_1 + \frac{\pi r_2}{v_1} = \frac{\pi m}{|q|B_0} + \frac{\pi m}{2|q|B_0} = \frac{3\pi m}{2|q|B_0} \quad (\text{答})$$

$$q > 0 \text{ のとき, } x_2 = x_1 - 2r_2 = \frac{2mv_1}{qB_0} - \frac{mv_1}{qB_0} = \frac{mv_1}{qB_0}$$

$$q < 0 \text{ のとき, } x_2 = x_1 + 2r_2 = \frac{2mv_1}{qB_0} - \frac{mv_1}{qB_0} = \frac{mv_1}{qB_0},$$

$$\text{したがって, } x_2 = \frac{mv_1}{qB_0} \quad (\text{答})$$

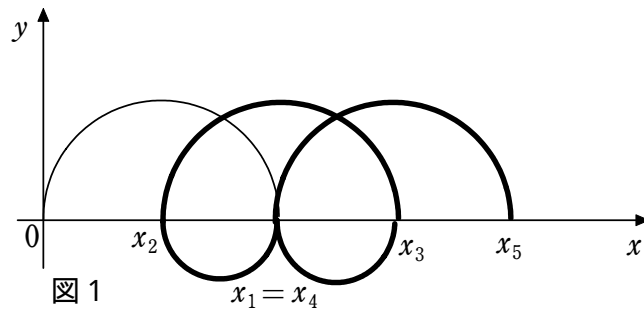
(d)

荷電粒子の速さは変化しないから, $y > 0$ における円運動の半径は $r_1 = \frac{mv_1}{|q|B_0}$,

$y < 0$ における円運動の半径は $r_2 = \frac{mv_1}{2|q|B_0}$ である。

したがって 荷電粒子の y 座標のとりうる最大値は $\frac{mv_1}{|q|B_0}$, 最小値は $-\frac{mv_1}{2|q|B_0}$ (答)

荷電粒子の軌跡は図 1 のようになる。



[C](e)

時刻 t で (x, y) にある荷電粒子に働く力は

$$F'_x = qE_x + qv_y B_0 = qv_y B_0 \quad (\text{答})$$

$$F'_y = qE_y - qv_x B_0 = qE_0 - qv_x B_0 \quad (\text{答})$$

(f)

速さ v_2 で x 軸正方向に等速度運動する観測者から見た場合, 荷電粒子の x 軸方向の速さは $v'_x = v_x - v_2$, $\therefore v_x = v'_x + v_2$, これを(e)で得た式に代入すると,

$$F'_y = qE_0 - q(v'_x + v_2) B_0 = (qE_0 - qv_2 B_0) - qv'_x B_0$$

$$qE_0 - qv_2 B_0 = 0 \text{ すなわち } v_2 = \frac{E_0}{B_0} \text{ ならば, } F'_y = -qv'_x B_0,$$

すると $(v'_x, v'_y) \cdot (F'_x, F'_y) = 0$, 速度ベクトル (v'_x, v'_y) と力ベクトル (F'_x, F'_y) が直交するので, この観測者から見た場合, 荷電粒子の運動は等速円運動に見える。

$$v_2 = \frac{E_0}{B_0} \quad (\text{答})$$

(g)

$q > 0$ のとき (答)

電場によって y 軸正方向へ荷電粒子は速さを増しながら動く。磁場によって電流の方向（動く方向と同じ）と垂直方向に曲げられるので、 x 軸正方向へ曲がっていく。荷電粒子が x 軸に到達したとき、エネルギー保存の法則により、速さは 0 だから、 $t=0$ からの運動と同じ運動を繰り返す。したがって、荷電粒子は $y < 0$ の領域に出ることはない。これを満たすのは。

$q < 0$ のとき (答)

電場によって y 軸負方向へ荷電粒子は速さを増しながら動く。磁場によって電流の方向（動く方向と逆）と垂直方向に曲げられるので、 x 軸正方向へ曲がっていく。 $q > 0$ のときと同じ考え方により、 $y > 0$ の領域に出ることはない。これを満たすのは。

(h)

$t=0$ において原点で静止していた荷電粒子を x 軸正方向に速さ v_2 で等速直線運動する観測者から見たとき、荷電粒子が等速円運動するということは、その円運動の速さは v_2 ということになる。円運動の半径を R とすれば、運動方程式は

$$m \frac{v_2^2}{R} = qv_2 B_0, \therefore R = \frac{mv_2}{qB_0}, y_{max} = 2R = \frac{2m}{qB_0} \times v_2 = \boxed{\mathcal{A}} \times v_2$$

運動を始めた荷電粒子の y 座標が最初に $y=0$ となるのは、上記の円運動において 1 回転して原点に戻ったときだから、静止した観測者から見た場合の x 座標の絶対値は円周長である。したがって、

$$x_C = 2\pi R = \pi \times y_{max} = \boxed{\mathcal{I}} \times y_{max}$$

$$\mathcal{A} = \frac{2m}{qB_0} \quad (\text{答}), \quad \mathcal{I} = \pi \quad (\text{答})$$

(i)

考え方 1

(f), (g) の事実から、粒子は x 軸方向に周期運動をしているのだから、運動エネルギーも周期的変化をする。したがって、選択すべきグラフは カ である。では x 軸近傍で運動エネルギーが急減急増するが、電場による速さの増減は時間に比例するので、このような急減急増はあり得ない。したがって、適正なグラフは イ である。

荷電粒子の運動エネルギーは $y=0$ において 0 である。粒子が $y=0$ において $y=y_{max}$ に対して有する電場の位置エネルギー $qE_0 y_{max}$ が運動エネルギーに変換されたと考えることができるから、 $K_1 = qE_0 y_{max}$ (答)

考え方 2

(x, y) にある荷電粒子は電場の位置エネルギー $P = q(y_{max} - y)E_0$ をもつ。

ただし、位置エネルギーの基準点を $y = y_{max}$ とする。

荷電粒子の運動エネルギーを K とすれば、エネルギー保存の法則により、荷電粒子がもつエネルギー $A = P + K = \text{一定}$

$y = 0$ と $y = y_{max}$ におけるエネルギー保存の法則により $A = qE_0 y_{max}$

したがって、 $K = A - P = qyE_0 = qE_0 R \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T_1}\right)$

このような運動エネルギーの変化をするグラフは イ (答)

$$K_1 = K_{max} = A = qE_0 y_{max} \quad (\text{答})$$

< 解説 >

[A](a)

(b)

この問題は容易なようで容易ではない。なぜなら、高校物理の教科書では、磁場中で運動する荷電粒子に働く力すなわちローレンツ力として、概ね以下のような記載があるだけだからだ。

「電気量 q の荷電粒子が磁束密度 B の磁場中を速さ v で、磁場と θ の角をなして運動するとき、その粒子には磁束密度と速度の両方に垂直な向きに力 $f = qvB \sin \theta$ が働く。

力の向きはフレミングの左手の法則による。」(例えば、東京書籍「改訂 物理」)

$$\text{力ベクトルは } \vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B} = q(v_x, v_y, 0) \times B(0, 0, B_0) = qB_0(v_y, -v_x, 0)$$

ベクトル積 $\vec{v} \times \vec{B}$ は高校数学では扱わないので、高校生には上式を求めることは困難である。そこで、ベクトル $\vec{v} = (v_x, v_y)$ を 90° 右回りに回すと $(v_y, -v_x)$ になることから、を導いている。

(c)

電荷 q の正負によって、荷電粒子の円運動の向きが異なることに注意する。

(d)

荷電粒子の速さは変化しないので、その軌跡は $y \geq 0$ では、半径 $r_1 = \frac{mv_1}{qB_0}$ の半円、
 $y < 0$ では、半径 $r_2 = \frac{mv_1}{2qB_0}$ の半円である。これらの円が x 軸と交わる座標は以下の通り。

$$0 \leq t \leq t_1 : x_0 = 0, x_1 = \frac{2mv_1}{qB_0}, y \geq 0 \text{ における半径 } r_1 = \frac{mv_1}{qB_0} \text{ の半円}$$

$$t_1 < t \leq t_2 : x_1 = \frac{2mv_1}{qB_0}, x_2 = \frac{mv_1}{qB_0}, y \leq 0 \text{ における半径 } r_2 = \frac{mv_1}{2qB_0} \text{ の半円}$$

$$t_2 < t \leq t_3 : x_2 = \frac{mv_1}{qB_0}, x_3 = \frac{3mv_1}{qB_0}, y \geq 0 \text{ における半径 } r_3 = \frac{mv_1}{qB_0} \text{ の半円}$$

$$t_3 < t \leq t_4 : x_3 = \frac{3mv_1}{qB_0}, x_4 = \frac{2mv_1}{qB_0}, y \leq 0 \text{ における半径 } r_4 = \frac{mv_1}{2qB_0} \text{ の半円}$$

$$t_4 < t \leq t_5 : x_4 = \frac{2mv_1}{qB_0}, x_5 = \frac{4mv_1}{qB_0}, y \geq 0 \text{ における半径 } r_5 = \frac{mv_1}{qB_0} \text{ の半円}$$

[C](e)

働く力は電場による力ベクトルと磁場による力ベクトルの重ね合わせである。

したがって、(b)の答に電場による力ベクトル $q\vec{E} = q(E_x, E_y) = q(0, E_0)$ を加える。

(f)

x 軸正方向に等速直線運動する観測者が荷電粒子の運動を円運動として観測する条件を求める。

[B](g)

(f)で等速直線運動する観測者から見た場合、円運動に見える粒子が、静止した観測者か

らはどのように見えるかという問題である。物理的思考力を問われる問題だ。どのような運動をするのか，設問 (e)，(f)の結果も踏まえ，速やかに脳裏に描きたいところだ。

まずは $q > 0$ の場合，電場によって y 軸正方向へ加速される。すると運動する荷電粒子に対して磁場からローレンツ力が働いて， x 軸正方向へ曲がるようになる。(f)の事実から粒子は x 軸に戻る，すなわち粒子の位置の y 座標が 0 になり，エネルギー保存の法則により，粒子の速さが 0 となる。運動を開始したときと同じ状態（初期状態）になるので，同じ運動が繰り返される。 $q < 0$ の場合も同様に考える。

(h)

(f)の事実から， x 正方向に等速直線運動する観測者が観測する粒子の円運動の半径を R とすれば，円は原点で x 軸と接しているから， $y_{max} = 2R$ である。

(i)

考え方 1 によれば物理的直感によって，速やかに適切なグラフを選択できる。

x 軸正方向に等速直線運動する観測者から見て粒子は等速円運動をするので，粒子の y 座標は $y = R$ を中心とした振幅 R の単振動をする。すなわち $y - R = -R \cos \frac{2\pi t}{T_1}$ ，

$$\therefore y = R \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T_1} \right)$$

3 (50点)

< 解答 >

[A](a)

$Q_a \leq C_L(T_0 - T_a)$ であれば，水温は気液共存温度 T_0 を超えることはないので，シリンダー内には水のみが存在する。

$C_L(T_0 - T_a) < Q_a < C_L(T_0 - T_a) + L$ であれば，水の一部が蒸発し，水と水蒸気が共存する。 $Q_a - C_L(T_0 - T_a)$ が蒸発に使われる熱量だから，水蒸気の物質量は

$$\frac{Q_a - C_L(T_0 - T_a)}{L} \text{ となる。}$$

$$(\text{ア}) C_L(T_0 - T_a) , (\text{イ}) C_L(T_0 - T_a) + L , (\text{ウ}) \frac{Q_a - C_L(T_0 - T_a)}{L} \quad (\text{答})$$

(b)

水の 1 モル当たりの蒸発熱 L は，内部エネルギーの増加と外部に対してする仕事に費やされる。

$$\text{すなわち} , L = (u_{v0} - u_{l0}) + P_0(v_0 - v_L) , \therefore u_{v0} - u_{l0} = L - P_0(v_0 - v_L) \quad (\text{答})$$

B(c)

() の状態での内部エネルギーは u_{L0} , () の状態では水蒸気と水の物質量がそれぞれ x , $(1-x)$ mol であり , () から () の変化で熱量と仕事の授受はない。熱力学の第 1 法則より ,

$$u_{L0} = (1-x)u_{L1} + xu_{V1} = (\text{工}) , \therefore x = \frac{u_{L0} - u_{L1}}{u_{V1} - u_{L1}}$$

温度 T_1 と T_0 の水 1 mol の内部エネルギーの差は，モル比熱が C_L だから，

$$u_{L1} - u_{L0} = C_L(T_1 - T_0) = \text{(オ)}$$

[A](b)と同様に考えて,

$$\text{水1molの蒸発熱は } L = u_{V1} - u_{L1} + P_1(v_1 - v_L), \therefore u_{V1} - u_{L1} = L - P_1(v_1 - v_L)$$

$$, \quad , \quad \text{から } x = \frac{C_L(T_0 - T_1)}{L - P_1(v_1 - v_L)} = \text{(カ)}$$

$$\text{(工)} (1-x)u_{L1} + xu_{V1}, \text{(オ)} C_L(T_1 - T_0), \text{(カ)} \frac{C_L(T_0 - T_1)}{L - P_1(v_1 - v_L)} \quad \text{(答)}$$

[C](d)

ピストンを押し上げる力は P_2A , ばねがピストンを押す力は kd だから,

$$\text{ピストンにかかる力のつり合いは, } P_2A = P_0A + kd, \therefore d = \frac{(P_2 - P_0)A}{k} \quad \text{(答)}$$

(e)

()の状態での水の体積は v_L だから, 水のシリンダー中の長さは $\frac{v_L}{A}$

()の状態での水の体積は $(1-x)v_L$, 同じく水蒸気の体積は xv_2 , したがって水と水蒸気

のシリンダー中の長さは $\frac{(1-x)v_L + xv_2}{A}$

$$\text{したがって, } d = \frac{(1-x)v_L + xv_2}{A} - \frac{v_L}{A} = \frac{x(v_2 - v_L)}{A}, \therefore x = \frac{dA}{v_2 - v_L} \quad \text{(答)}$$

(f)

ピストンは外側の圧力 P_0 に抗して, ばね定数 k のばねを長さ d だけ縮めたのだから,

$$\text{ピストンがした仕事は, } W = P_0Ad + \frac{1}{2}kd^2 \quad \text{(答)}$$

(g)

()の状態(圧力 P_0 , 温度 T_0)で水1molの内部エネルギー u_{L0}

()の状態(圧力 P_2 , 温度 T_2)で

水 $(1-x)$ molの内部エネルギー $(1-x)u_{L2}$

水蒸気 x molの内部エネルギー xu_{V2}

u_{L2} , u_{V2} は圧力 P_2 , 温度 T_2 における水と水蒸気それぞれの1molの内部エネルギー。

()から()への状態変化について, 熱力学の第1法則より

$$Q = (1-x)u_{L2} + xu_{V2} - u_{L0} + W = x(u_{V2} - u_{L2}) + (u_{L2} - u_{L0}) + W$$

圧力 P_2 , 温度 T_2 における水1molの蒸発熱は $L = (u_{V2} - u_{L2}) + P_2(v_2 - v_L)$

したがって, $u_{V2} - u_{L2} = L - P_2(v_2 - v_L)$

温度 T_2 と T_0 の水1molの内部エネルギーの差は, モル比熱が C_L だから,

$$u_{L2} - u_{L0} = C_L(T_2 - T_0)$$

$$\text{に } , \quad \text{を代入して, } Q = x\{L - P_2(v_2 - v_L)\} + C_L(T_2 - T_0) + W \quad \text{(答)}$$

<解説>

気体と運動(熱力学)分野の問題。問題の前提文, 設問文が長く, 記号が非常に多い。問題文を一読して, 問題の意図や記号の意味を的確に理解することが必要である。

[A](a)

水と周囲の圧力が P_0 だから，温度が T_0 になるとき，気液共存状態になる。

(b)

「熱力学の第1法則は気体に対してのみならず，液体や液体・気体間の状態変化においても成り立つ」という問題文から，水1 molを蒸発させるのに必要な蒸発熱 L は，液体から気体への内部エネルギーの増加と気体がする仕事とに使われることを理解する。

[B](c)

$u_{L1} - u_{L0} = C_L(T_1 - T_0)$ の表式に気づきたい。右辺は水1 molの温度を $(T_1 - T_0)$ 上昇させるのに必要な熱量。これが温度 T_1 と T_0 の水1 molの内部エネルギーの差に等しい。

[C](g)

[A](b)，B(c)と同様に， $L = (u_{V2} - u_{L2}) + P_2(v_2 - v_L)$ の表式に気づき活用すること。

< 総評 >

東工大の入試物理の試験時間は120分と他大学と比較して長い。理系の大学，学部の入試物理問題としては最も難易度が高いと思われる。考察対象の物理現象が複雑で問題文が長く，物理記号が多い。結果として解答に至るまでの思考過程が長く，計算も複雑なものになる。

運動と力学，電磁気，気体・熱の3分野からの問題である。第3問は，波動（音波，光波など）分野と気体・熱分野のいずれかだが，昨年に続き今年も気体・熱分野からの出題であった。

1

摩擦のない床と台，斜面と円弧面から構成される台の面上を動く物体からなる仮想的な実験系における運動に関する問題。[A]では台が床に固定されている場合を扱う。円弧面上での物体の運動が単振動になることがポイントである。[B]では台が床上を摩擦なしで動ける場合を扱う。重力によって台上を動く物体が台を押すことによる台の運動を考慮しなければならない。

[C]では，台に外部から力を加え，加速度運動をさせた場合を扱う。台上から観測したとき，物体に慣性力が働くことがポイントである。

運動量保存の法則、エネルギー保存の法則，単振動，慣性力など，運動と力学の基本を的確に理解し活用する力が求められる。難易度はA。

2

磁場中の荷電粒子の運動に関する問題。[A]は磁場と直交する平面内で円運動する粒子に関する。粒子の運動ベクトルと磁束密度ベクトルからローレンツ力ベクトルを求める。教科書の記述を超えた理解と表現が必要だから，簡単のようだがやや難しい。

[B]では磁束密度が， $y \geq 0$ では B_0 ， $y < 0$ では $2B_0$ の場合の粒子の軌跡を考える。 y の正負によって，円運動の半径が異なるので，粒子は半円を描きながら正方向へと移動することを理解したい。

[C]は磁場に電場が加わったときの粒子の運動に関する。力ベクトルは磁場による力ベクトルと電場による力ベクトルの重ね合わせという基本を忘れてはならない。各設問とも確かな物理思考力と発想力が問われる。なかなか骨応えのある問題である。

難易度は全体として A -。

3

気液共存状態での水と水蒸気に関する熱力学の問題。この問題を理解する上で参考になるのが、東京大学2009年入試 物理の第3問である。

[A]では、気液共存線上の温度圧力が一定のもとで、水をすべて水蒸気に変えたときの水蒸気と水の内部エネルギーの差を求める。ここでは蒸発熱の的確な理解が必要となる。

[B]では、水を真空の容器中で気液共存状態で水蒸気を発生させたときの水と水蒸気物質の比を求める問題。この過程では熱力学第1法則の成立がポイントとなる。

[C]では、[A]の外気圧に加え、ピストンにはばねの力を加え、かつ気液共存線上の温度・圧力を上昇させた場合の仕事、蒸発熱、加えた熱量を考察する。この過程で加えた熱量を、やはり熱力学第1法則によって表現することが必要である。

計算や考え方は難しくないのだが、蒸発熱という耳には慣れた物理量の正確な意味（あるいは定義）は教科書や教室では習わない（少なくとも高校物理では）ので、この問題を解く過程で理解する必要がある。その分、受験生に戸惑いが出る可能性があるため、難易度は A - とする。

220722