2021（R3)年度　京都大学　入学試験　物理解説

物　　理　　　　（３問題　100点，理科2 科目180分）

物理問題　Ⅰ

<解答>

(1)　ア $\sqrt{V^2-2gh}$　イ $\sqrt{\dfrac{(V\sin\theta)^2-2gh}{V^2-2gh}}$　ウ $(M-m)V_0$　エ $-2V_0$　オ $\dfrac{3M-m}{m+M}V_0$

カ $\dfrac{M-3m}{m+M}V_0$　キ 3　ク 2　ケ $h+\dfrac{2\{(V\sin\theta)^2-2gh\}}{g}$

(2)　コ $a_{n-1}+1$　サ $n+1$　シ $h+\dfrac{(n+1)^2(V^2\sin^2\theta-2gh)}{2g}$

問１(ⅰ)

n 回目の衝突前の運動量は $-mv_{n-1}+M_nV_0=-ma_{n-1}V_0+M_nV_0=-mnV_0+M_nV_0$

衝突後の運動量は $mv_n+M_nw_n=ma_nV_0+M_n\times 0=m(n+1)V_0$

衝突前後の運動量保存により，$-mnV_0+M_nV_0=m(n+1)V_0$，$\therefore M_n=(2n+1)m$

したがって $(2n+1)$倍　（答）

(ⅱ)

$M\leqq 10\,m$とすれば，$(2n+1)m\leqq 10\,m$，$\therefore n\leqq\dfrac{9}{2}$ すなわち衝突回数の上限は4 回。

ボールと衝突する前の最大高度 h_0 は力学的エネルギー保存の法則によって，

$\dfrac{1}{2}mV^2=\dfrac{1}{2}m(V\cos\theta)^2+mgh_0$ より，$h_0=\dfrac{V^2\sin^2\theta}{2g}$

$\boxed{シ}$ で，$n=4$，$h=0$ とおいて，$h_4=h+\dfrac{(4+1)^2(V^2\sin^2\theta-2gh)}{2g}=\dfrac{25V^2\sin^2\theta}{2g}=25\,h_0$

したがって 25倍　（答）

<解説>

(1) ア，イ，ウ，エ，オ，カ，キ，ク，ケ

衝突直前の小球について，その速度の大きさを V_0，速度の方向と水平面とのなす角度の大きさを θ_1 とすると，出発点とA点における小球の力学的エネルギー保存により，

$\dfrac{1}{2}mV^2=\dfrac{1}{2}mV_0{}^2+mgh$，$\therefore V_0=\sqrt{V^2-2gh}=\boxed{ア}$

小球の水平方向の速さ $V\cos\theta$ は不変だから，A 点での小球の鉛直方向の速さ $V_0\sin\theta_1$ について，

$V_0{}^2=(V\cos\theta)^2+(V_0\sin\theta_1)^2$，

$\therefore V_0\sin\theta_1=\sqrt{V_0{}^2-(V\cos\theta)^2}=\sqrt{V^2-2gh-(V\cos\theta)^2}=\sqrt{(V\sin\theta)^2-2gh}$

$\therefore \sin\theta_1=\sqrt{\dfrac{(V\sin\theta)^2-2gh}{V_0{}^2}}=\sqrt{\dfrac{(V\sin\theta)^2-2gh}{V^2-2gh}}=\boxed{イ}$

衝突直後の小球，ボールの速度成分をそれぞれ v_1，w_1 とすれば，運動量保存の法則により，

$mv_1 + Mw_1 = -mV_0 + MV_0 = (M-m)V_0 = \boxed{ウ}$　（ｉ）

衝突が弾性衝突であったとすると，問題図１(b) の速度成分の正負の方向に注意して，

反発係数について，$1 = -\dfrac{v_1 - w_1}{-V_0 - V_0} = -\dfrac{v_1 - w_1}{-2V_0} = -\dfrac{v_1 - w_1}{\text{エ}}$　（ii）

式（ｉ），（ii）より，衝突直後の速度成分 v_1，w_1 を V_0，m，M を用いて表すと

$v_1 = \dfrac{3M-m}{m+M}V_0 = \boxed{オ}$ ，$w_1 = \dfrac{M-3m}{m+M}V_0 = \boxed{カ}$

これより，ボールの質量 M が小球の質量 m の３倍 $= \boxed{キ}$ 倍だった場合，w_1 は０となり，

$v_1 = \dfrac{3M-m}{m+M}V_0 = \dfrac{9m-m}{m+3m}V_0 = 2V_0$，すなわち v_1 は V_0 の２倍 $= \boxed{ク}$ 倍になる。

このとき，跳ね上がった小球が到達する最大高度 h_1 を h，V，θ，g を用いて求めてみる。

小球が最大高度に達したとき，鉛直方向の速さは０，水平方向の速さは変化せず $2V_0\cos\theta_1$。
小球の衝突直後の力学的エネルギーと最高点に達したときの力学的エネルギーが等しいことから，

$$\frac{1}{2}m(2V_0)^2 + mgh = \frac{1}{2}m(2V_0\cos\theta_1)^2 + mgh_1$$

$$gh_1 = 2V_0{}^2 - 2V_0{}^2\cos^2\theta_1 + gh = 2V_0{}^2\sin^2\theta_1 + gh = 2\{(V\sin\theta)^2 - 2gh\} + gh$$

$$\therefore h_1 = h + \frac{2\{(V\sin\theta)^2 - 2gh\}}{g} = \boxed{ケ}$$

(2)　**コ，サ，シ**

$n-1$ 回目の衝突直後における小球の速度成分は $v_{n-1} = a_{n-1}V_0$
したがって，n 回目の衝突における反発係数は

$$1 = -\frac{a_nV_0 - w_n}{-a_{n-1}V_0 - V_0} = -\frac{a_n}{-a_{n-1}-1},\quad \therefore a_n = a_{n-1} + 1 = \boxed{コ}\quad \text{(iii)}$$

式 (iii)から a_n は公差１の等差数列であり，(1)より $a_1 = 2$ だから，$a_n = \boxed{n+1} = \boxed{サ}$ と求まる。

n 回目の衝突直後の小球の力学的エネルギーは $\dfrac{1}{2}m(a_nV_0)^2 + mgh = \dfrac{1}{2}m(n+1)^2V_0{}^2 + mgh$

n 回目の衝突後，小球が最大高度 h_n に達したときの力学的エネルギーは，$\dfrac{1}{2}m(a_nV_0\cos\theta_1)^2 + mgh_n$

ただし，小球の方向が水平方向となす角 θ_1 は衝突によって変化しないことに注意する。

衝突直後と最大高度に達したときの力学的エネルギー保存の法則により，

$$\frac{1}{2}m(n+1)^2V_0{}^2 + mgh = \frac{1}{2}m(a_nV_0\cos\theta_1)^2 + mgh_n,$$

$$\therefore h_n = h + \frac{(n+1)^2V_0{}^2\sin^2\theta_1}{2g} = h + \frac{(n+1)^2(V^2\sin^2\theta - 2gh)}{2g} = \boxed{シ}$$

ただし，(1)で求めた $V_0\sin\theta_1 = \sqrt{(V\sin\theta)^2 - 2gh}$ を用いた。

問１(ｉ)

この衝突の繰り返しにおいて，衝突後のボールの速度成分は０になることが前提になっていることに注意して，運動量保存の法則により，衝突前後で運動量が保存 されることから求める。

(ii)

$\boxed{シ}$，h_n および M_n が正しければ，容易に求まる。

物理問題　Ⅱ

<解答>

(1)　イ $\dfrac{\pi L^2 B}{2T}$　ロ $\dfrac{\pi L^2 B}{2TR}$　ハ $I^2 R$　ニ $\dfrac{QI}{C}$　ホ $\dfrac{\pi BIL^2}{2T}$

(2)　ヘ $\dfrac{\pi L^2 BC}{2T}$　ト CR

(3)　チ $(1-x)$　リ $-(1-x)^2$　ヌ $(1-2x+2x^2-x^3)$

問１

導体棒による起電力は反転するから，(1)(ⅰ)式は $T \leqq t \leqq 2T$ では

$$-\frac{\pi L^2 B}{2T} = IR + \frac{Q}{C} \quad (\text{i}')$$

のようになる。$I = -\dfrac{1}{R}\left(\dfrac{Q}{C} + \dfrac{\pi L^2 B}{2T}\right)$となり，電流は負方向に流れ，電気量 Q は減少していく。

$t = T$のとき，$Q = Q_C$ だから，$I = -\dfrac{1}{R}\left(\dfrac{Q_C}{C} + \dfrac{\pi L^2 B}{2T}\right) = -\dfrac{\pi L^2 B}{TR} = -2I_M$

すなわち，曲線の傾きの絶対値は $t = 0$ のときの 2 倍になる。

$Q = 0$ のとき，$I = -\dfrac{\pi L^2 B}{2TR} = -I_M$，すなわち曲線の傾きの絶対値は $t = 0$ のときと等しい。

$t = 2T$ のとき，$I = 0$ で，コンデンサーには電気量が飽和するまで蓄えられたので，$Q = -Q_C$。
以上のことから，問題図２を参考に電気量 Q の時間変化を描くと図１のようになる。

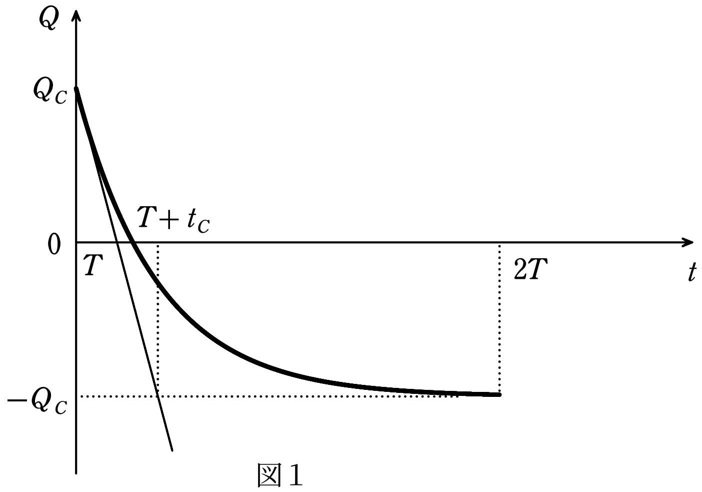


図１

問２

(3)の考察から，$k = 1, 2, 3, \cdots$ として

$Q(2kT) = -Q_C + \{Q((2k-1)T) + Q_C\}x$　①

$Q((2k+1)T) = Q_C + \{Q(2kT) - Q_C\}x$　②

ただし，$Q(0) = 0$，$Q(T) = (1-x) \times Q_C$

コンデンサーに蓄えられている電気量が最大となるのは $t = (2k+1)T$，最小となるのは $t = 2kT$ のときである。十分な時間が経過したとき，すなわち k が十分大きくなったとき，題意から

$Q((2k+1)T)=Q((2k-1)T)=\dfrac{4}{9}Q_C$，$Q(2kT)=-\dfrac{4}{9}Q_C$ である。

これらを ① または ② に代入して，

$x=\dfrac{5}{13}=e^{-aT}$，$\therefore\ aT=\dfrac{T}{t_C}=\log\dfrac{13}{5}=\log 2.6<\log 2.72=\log e=1$，したがって $T<t_C$

<解説>

(1)　イ，ロ，ハ，ニ，ホ

$\angle\mathrm{POY}=\pi-\angle\mathrm{XOP}=\pi-\dfrac{\pi}{T}t$

閉回路 OPYO が磁束を含む面積は $\pi L^2\times\dfrac{\angle POY}{2\pi}=\dfrac{1}{2}\pi L^2\left(1-\dfrac{t}{T}\right)$

したがって閉回路 OPYO が含む磁束は $\dfrac{1}{2}\pi L^2 B\left(1-\dfrac{t}{T}\right)$

磁束の変化が導体棒の両端に生じる起電力だから，その大きさは $\dfrac{\pi L^2 B}{2T}$

導体棒が X から Y へ移動するとき，閉回路を紙面の裏から表へ向かう磁束が減少するので，起電力による電流はこの磁束を増加させるよう発生する。したがって電流は反時計方向へ流れるので，

生じる起電力は $\dfrac{\pi L^2 B}{2T}=\boxed{イ}$ となる。

$t=0$では，コンデンサーには電荷が蓄えられていないので，閉回路には，

起電力を抵抗 R で除した電流 $\dfrac{\pi L^2 B}{2TR}=\boxed{ロ}$ が流れ出す。

導体棒が点 Y に向かって回転しているとき，時刻 t ($0<t<T$) において回路を流れる電流をI，コンデンサーに蓄えられている電気量を Q とする。このとき，キルヒホッフの第 2 法則より

$\boxed{イ}=\dfrac{\pi L^2 B}{2T}=IR+\dfrac{Q}{C}$　(i)

の関係がある。(i)から当然に，電流 I は，時刻 $t=0$ のときの電流 $\dfrac{\pi L^2 B}{2TR}=\boxed{ロ}$ よりも小さい。

導体棒は回転方向と反対向きに磁界から力を受けるため，導体棒を一定の角速度で回転させ続けるためには，外部から仕事を与えなければならない。 いま，微小時間 Δt の間にコンデンサーに蓄えられる電気量が $\Delta Q=I\,\Delta t$ だけ増加したとする。ただし，微小時間 Δt の間に電流は変化せず，ΔQ ，Δt の 2 次以上の項は無視することとする。

微小時間 Δt の間に抵抗で消費されるジュール熱は $I^2R\times\Delta t=\boxed{ハ}\times\Delta t$ である。

コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーは $\dfrac{1}{2}CV^2=\dfrac{Q^2}{2C}$だから，$Q$ が ΔQ 増加した時の静電エネルギーの増加量は $\dfrac{(Q+\Delta Q)^2}{2C}-\dfrac{Q^2}{2C}=\dfrac{Q\Delta Q}{C}+\dfrac{(\Delta Q)^2}{2C}=\dfrac{Q\Delta Q}{C}=\dfrac{QI}{C}\times\Delta t=\boxed{ニ}\times\ \Delta t$ である。

この両者の和は$\left(I^2R+\dfrac{QI}{C}\right)\times\Delta t=I\left(IR+\dfrac{Q}{C}\right)\times\Delta t=\dfrac{\pi BIL^2}{2T}\times\Delta t=\boxed{ホ}\times\Delta t$ と表すことができ，Δt の間に外部から導体棒に与えた仕事に等しい。

(2)　へ，ト

導体棒の端点 P が $0 \leqq t \leqq T$ の間においてコンデンサーに蓄えれらている電気量 Q は問題図２のグラフの曲線のような時間変化を示した。時刻 $t = T$ において電流が 0 と見なせるとき，時刻 $t = T$ における電気量 Q_C は (1) (ｉ) において，$I = 0$ とおいて $Q_C = \dfrac{\pi L^2 BC}{2T} = \boxed{へ}$ である。

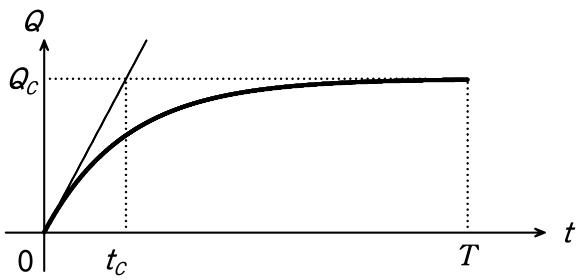
(1) (ｉ) を変形して $Q = \dfrac{\pi L^2 BC}{2T} - ICR = Q_C - ICR$，$t = 0$ のとき，$Q = 0$ だから，電流 I は最大値 $I_M = \dfrac{Q_C}{CR} = \dfrac{\pi L^2 B}{2TR}$ をえる。曲線の傾きは電気量 Q の時間変化（ t による微分値）だから，これは時刻 $t=0$ における曲線の傾きである。

したがって 時刻 $t = 0$ における問題図２の曲線の接線は $Q = \dfrac{Q_C}{CR} \times t$ である。$Q = Q_C$ とすれば，$t = t_C = CR = \boxed{ト}$ と表せる。

問１

導体棒の回転方向が反転するから，起電力の方向も反転して，コンデンサーに蓄えられた電気量が放出されて，負方向に電流が流れる。このことを考慮して，(1)（ｉ）式 $\dfrac{\pi L^2 B}{2T} = IR + \dfrac{Q}{C}$ と同様の式を求めて，電気量 Q の変化を考察する。

$t = T$ では，コンデンサーに電荷が最大に溜まっている状態だから，放電する電流は最大になる。$Q = 0$ では，起電力の向きが変わっただけで，(1)の状態と同じだから，曲線の傾き（電流の絶対値）は(1)と同じになる。このようなことを考慮して Q の変化曲線を描く。図２に問題図２に $T \leqq t \leqq 2T$ の区間を接続した電気量 Q の変化曲線を示す。



問題図２

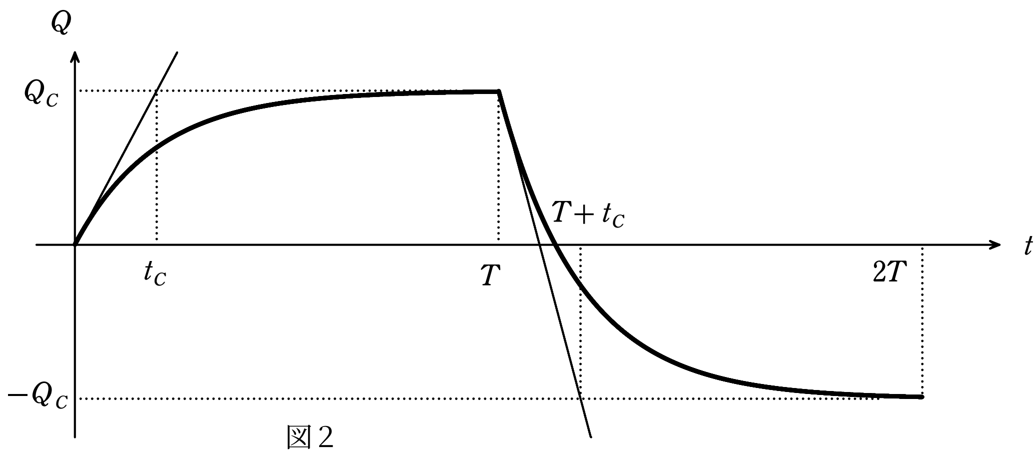


図２

(3)　チ，リ，ヌ

導体棒の角速度が大きく，時刻 $t = T$ で端点 P が点 Y に到達したときに電流が 0 とみなせない場合を考える。

時刻 t においてコンデンサーに蓄えられている電気量を $Q(t)$，回路を流れる電流を $I(t) = \dfrac{\Delta Q(t)}{\Delta t}$，導体棒に生じる起電力を $V(t)$ とすると，キルヒホッフの第 2 法則は

$$V(t) = R\frac{\Delta Q(t)}{\Delta t} + \frac{Q(t)}{C} \quad (\mathrm{ii})$$

と書くことができ，$Q(t)$ についての解が求められることが知られている。ある時刻範囲 $t_0 \leqq t \leqq t_1$ において導体棒の起電力 $V(t)$ が一定とすると，$t_0 \leqq t \leqq t_1$ における $Q(t)$ についての式 (ii) の解は

$$Q(t) = Q_\infty + (Q_0 - Q_\infty)e^{-a(t-t_0)} \quad (\mathrm{iii})$$

と表すことができる。ここで，Q_0 は時刻 $t = t_0$ においてコンデンサーに蓄えられている電気量，Q_∞ は t_1 が十分大きく，電流が 0 と見なせるときの時刻 $t = t_1$ における電気量，$e \fallingdotseq 2.72$ は自然数の底，$a = \dfrac{1}{t_C}$ であり，t_C は $\boxed{\text{ト}} = CR$ で表される定数である。

まず，$0 \leqq t \leqq T$ の場合を考える。$0 < t < T$ において $V(t)$ は一定値 $\boxed{\text{イ}} = \dfrac{\pi L^2 B}{2T}$ であるので，(2)より，$Q_\infty = Q_C$ とおける。したがって，$x = e^{-aT}$ とおくと，時刻 $t = T$ においてコンデンサーに蓄えられている電気量は，x を用いて，(iii) において，$Q_0 = 0$，$t_0 = 0$，$t = T$ として，

$Q(T) = Q_C - Q_C e^{-aT} = (1-x) \times Q_C = \boxed{\text{チ}} \times Q_C$ と表せる。

次に，$T \leqq t \leqq 2T$，$2T \leqq t \leqq 3T$ の場合を考えると，それぞれ $t_0 = T$，$t_0 = 2T$ として，式 (iii) の Q_0 と Q_∞ を適当な式で置き換え，$Q(2T)$，$Q(3T)$ を求めることができる。

時刻 $t = 2T$ においてコンデンサーに蓄えられている電気量は x を用いて，

(iii) において，$Q_\infty = -Q_C$，$Q_0 = Q(T)$，$t_0 = T$，$t = 2T$ として，

$$Q(2T) = -Q_C + \{Q(T) + Q_C\}\, e^{-a(2T-T)} = -Q_C + \{(1-x)Q_C + Q_C\}\, x = -(1-x)^2 Q_C = \boxed{\text{リ}} \times Q_C$$

時刻 $t = 3T$ においてコンデンサーに蓄えられている電気量は x を用いて，

(iii) において，$Q_\infty = Q_C$，$Q_0 = Q(2T)$，$t_0 = 2T$，$t = 3T$ として，

$$Q(3T) = Q_C + \{Q(2T) - Q_C\}e^{-a(3T-2T)} = Q_C + \{-(1-x)^2 Q_C - Q_C\}x = (1 - 2x + 2x^2 - x^3)Q_C$$
$$= \boxed{\text{ヌ}} \times Q_C$$

と表すことができる。

問 2

(3)の考察から，$k = 1, 2, 3, \cdots$ として

$$Q(2kT) = -Q_C + \{Q((2k-1)T) + Q_C\}x = Q\{(2k-1)T\}x - (1-x)Q_C \quad ①$$

$$Q((2k+1)T) = Q_C + \{Q(2kT) - Q_C\}x = Q(2kT)x + (1-x)Q_C \quad ②$$

ただし，$Q(0) = 0$，$Q(T) = (1-x) \times Q_C$

②を①に代入して整理すると，

$Q_{2k}=Q_{2k-2}x^2-(1-x)^2Q_C$　③，ただし $Q_{2k+1}=Q((2k+1)T)$，$Q_{2k}=Q(2kT)$ とおいた。

①を②に代入して整理すると，

$Q_{2k+1}=Q_{2k-1}x^2+(1-x)^2Q_C$　④，

③を変形して，$Q_{2k}-\alpha=x^2(Q_{2k-2}-\alpha)=x^4(Q_{2k-4}-\alpha)=\cdots=x^{2k}(Q_0-\alpha)$

$\therefore Q_{2k}=x^{2k}(Q_0-\alpha)+\alpha$，ただし $\alpha=\dfrac{-(1-x)}{1+x}Q_C$

$Q(0)=0$ だから，$Q_{2k}=Q(2kT)=\dfrac{(1-x)}{1+x}(x^{2k}-1)Q_C$　⑤

④を同様に変形して，$Q_{2k+1}-\beta=x^2(Q_{2k-1}-\beta)=x^4(Q_{2k-3}-\beta)=\cdots=x^{2k}(Q_1-\beta)$

$\therefore\ Q_{2k+1}=x^{2k}(Q_1-\beta)+\beta$，ただし $\beta=\dfrac{(1-x)}{1+x}Q_C=-\alpha$

$Q_1=(1-x)Q_C$だから，$Q_{2k+1}=Q\{(2k+1)T\}=\dfrac{(1-x)}{1+x}(x^{2k+1}+1)Q_C$　⑥

$x=e^{-aT}=\dfrac{1}{e^{aT}}$，$aT>0$ だから，$e^{aT}>1$，$\therefore x<1$，したがって k が十分大きくなったとき，

すなわち時間が十分経過すると，x^{2k}，$x^{2k+1}\to 0$ だから，

$Q(2kT)=-\dfrac{(1-x)}{1+x}Q_C$，$Q\{(2k+1)T\}=\dfrac{(1-x)}{1+x}Q_C$

$\dfrac{(1-x)}{1+x}Q_C=\dfrac{4}{9}Q_C$，あるいは $-\dfrac{(1-x)}{1+x}Q_C=-\dfrac{4}{9}Q_C$ として x が求まる。

本問では，$Q_m=\dfrac{(1-x)}{1+x}(x^m-(-1)^m)Q_C$（⑤と⑥を一体的に表現）のような一般的な表式を求めることなく，題意に沿って解答のように簡易に求めれば良い。

物理問題　Ⅲ

<解答>

(1) あ $2d\sin\theta$　い $2d\sin\theta=k\lambda$

(2) う $\cos\theta=n\cos\theta'$　え $\dfrac{\lambda}{n}$　お $\dfrac{4\pi d}{\lambda}\sqrt{n^2-\cos^2\theta}$　か $2d\sqrt{n^2-\cos^2\theta}=k\lambda$

(3) き $\dfrac{\lambda_0}{\sqrt{1-\dfrac{2gs}{{v_0}^2}}}$

問 1

経路 AD と経路 BC では位相の差はつかないから，経路 ABCE を通る場合と経路 ADCE を通る場合の位相差は，中性子が経路 AB と経路 DC を通過する場合につく位相差である。

経路 AB を通る場合，点 A における位相に対し点 B における位相は $2\pi\times\dfrac{l}{\lambda_0}$

経路 DC を通る場合，点 D における位相に対し点 C における位相は $2\pi\times\dfrac{l}{\lambda_D}$

両者の位相差は $2\pi l\left|\dfrac{1}{\lambda_0}-\dfrac{1}{\lambda_D}\right|=\dfrac{2\pi l}{\lambda_0}\left|1-\sqrt{1-\dfrac{2gs}{{v_0}^2}}\right|=\dfrac{2\pi l}{\lambda_0}\times\dfrac{2gs}{2{v_0}^2}=2\pi\dfrac{gls}{\lambda_0{v_0}^2}$　（答）

問２

（ｉ）

問１で求めた位相差 は $2\pi\dfrac{gls'}{\lambda_0{v_0}^2}=2\pi\dfrac{gls\sin\alpha}{\lambda_0{v_0}^2}$ ，ただし $s'=s\times\sin\alpha$

$\dfrac{g}{\lambda_0{v_0}^2}=\dfrac{g}{\lambda_0\left(\dfrac{h}{m\lambda_0}\right)^2}=\dfrac{g}{\lambda_0\left(\dfrac{h}{m\lambda_0}\right)^2}=\dfrac{m^2g}{h^2}\times\lambda_0$，平行四辺形 ABCD の面積 $=ls=10^{-3}\,\mathrm{m}^2$

したがって，$\dfrac{gls}{\lambda_0{v_0}^2}=\dfrac{m^2g}{h^2}\times\lambda_0\times ls=6.25\times10^{13}\times1.40\times10^{-10}\times10^{-3}=8.75$

位相差 $2\pi\times8.75\sin\alpha$ が 2π の整数倍になるとき干渉により強め合う。$0\leqq\sin\alpha\leqq1$ だから

$8.75\sin\alpha=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8$ となる角 α において強め合う。すなわち 9 回強め合う。

（ii）

初めて弱め合うのは位相差が π になるときだから，$2\pi\times8.75\sin\alpha=\pi$ として，

$\sin\alpha=\dfrac{1}{2\times8.75}=0.057$　（答）

＜解説＞

(1)　あ　い

問題図１の結晶面Ｉ上の原子Ｐとその一層下の結晶面Ⅱ上の原子Ｑによる反射Ｘ線の経路差は，図１に示すように $\boxed{\text{あ}}=\mathrm{AQ}+\mathrm{QB}=d\sin\theta+d\sin\theta=2d\sin\theta$ と表される。

したがって，２つのＸ線が強め合うための条件は経路差が波長の整数倍のときだから，その条件式は，k を正の整数として波長 λ，間隔 d，および角度 θ を用いて $\boxed{\text{い}\ 2d\sin\theta=k\lambda}$ で表される。

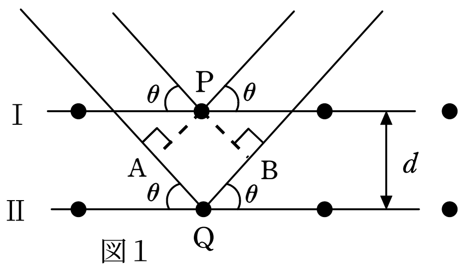


図１

(2)　う　え　お　か

問題図３のように，Ｘ線は結晶に入射するとき屈折の法則により屈折するから，入射角 $(90°-\theta)$ と出射角 $(90°-\theta')$ の関係は $\dfrac{\sin(90°-\theta)}{\sin(90°-\theta')}=\dfrac{\cos\theta}{\cos\theta'}=n$ だから，$\boxed{\text{う}\ \cos\theta=n\cos\theta'}$ という関係式が成り立つ。

結晶中の波長 λ' は，屈折の法則により，空気中の波長 λ と結晶中の屈折率 n を用いて，

$\boxed{\text{え}\ \dfrac{\lambda}{n}}$ で表される。

２つの X 線の位相の差は経路差 $\boxed{\text{あ}}$ を用いて，$\dfrac{2d\sin\theta'}{\lambda'}\times 2\pi$ である。ここでは結晶中の X 線の結晶面となす角がθからθ'に変化したことに注意する。 $\boxed{\text{う}}$，$\boxed{\text{え}}$，d，λ，n，θ を用いて位相の差は $\dfrac{2d\sin\theta'}{\lambda'}\times 2\pi = \dfrac{4\pi dn\sin\theta'}{\lambda} = \dfrac{4\pi dn}{\lambda}\sqrt{1-\cos^2\theta'} = \dfrac{4\pi dn}{\lambda}\sqrt{1-\left(\dfrac{\cos\theta}{n}\right)^2}$

$$= \boxed{\text{お}\ \frac{4\pi d}{\lambda}\sqrt{n^2-\cos^2\theta}}$$ と表される。

位相差 $\boxed{\text{お}}$ が2π の整数倍の場合には X 線が強め合う。すなわち $\dfrac{4\pi d}{\lambda}\sqrt{n^2-\cos^2\theta} = 2k\pi$のときだから，その条件式は d，λ，n，θ，正の整数 k を用いて，$\boxed{\text{か}\ 2d\sqrt{n^2-\cos^2\theta} = k\lambda}$ で表される。

(3)　き

中性子の点 A における運動エネルギーは $\dfrac{1}{2}mv_0^2$

点 D における運動エネルギーは $\dfrac{1}{2}mv_D^2$，重力による位置エネルギーは mgs（点 A を基準とする）

点 A とD における力学的エネルギー保存の法則により，$\dfrac{1}{2}mv_0^2 = \dfrac{1}{2}mv_D^2 + mgs$

したがって，$v_D = \sqrt{v_0^2-gs}$，点 D におけるド･ブロイ波の波長 λ_D は

$$\lambda_D = \frac{h}{mv_D} = \frac{h}{m\sqrt{v_0^2-2gs}} = \frac{h}{mv_0\sqrt{1-\dfrac{2gs}{v_0^2}}} = \boxed{\text{き}\ \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\dfrac{2gs}{v_0^2}}}}$$

問１

点 A における中性子の物質波の波長と点 D における波長は同じ。経路長 AD = 経路長 BC であり，AD と BC での波長の変化は同じだから，経路 AD を通過する物質波 と BC を通過する 物質波の間では位相の差はつかない。

点 D では重力の作用により中性子の速さは点 A での速さより減少するので，物質波の波長は長くなる。したがって，経路 AB を通る物質波と経路 DC を通る物質波の間に位相の差がつく。点 C においては，２つの物質波の波長は同じになり干渉が起きる。

問２

(i)

問題図４において，点 A と D における力学的エネルギー保存の法則により，

$\dfrac{1}{2}mv_0^2 = \dfrac{1}{2}mv_D^2 + mgs'$，ただし$s' = s\times\sin\alpha$

(3)の考察から，$v_D = \sqrt{v_0^2-gs'}$，点 D におけるド･ブロイ波の波長 λ_D は

$$\lambda_D = \frac{h}{mv_D} = \frac{h}{m\sqrt{v_0^2-2gs'}} = \frac{h}{mv_0\sqrt{1-\dfrac{gs\sin\alpha}{v_0^2}}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\dfrac{2gs\sin\alpha}{v_0^2}}}$$

したがって問１で求めた位相差 は $2\pi\dfrac{gls'}{\lambda_0 v_0^2} = 2\pi\dfrac{gls\sin\alpha}{\lambda_0 v_0^2}$ となる。

<総評>

例年通り，一筋縄ではいかない長文の問題が揃っており，90分で扱うことは相当しんどいことだと思う。しかし，本質的に難しいのは続く設問の終わりの2，3であり，それ以前の基礎的な設問を確実に正答したい。そのためには，長文の問題文を的確に読み込み，問題設定と題意を的確に把握することである。ここで誤解すると徒に時間をついやし，誤答を招く。

問題Ⅰ

重力下での小球の投げ上げ運動において，一定の高さでボールを小球の運動方向に衝突させて方向を反転させ，小球を加速することを繰り返す運動に関する問題である。運動量保存の法則，力学的エネルギー保存の法則，弾性衝突における反発係数などの知識と応用が必要となる。

複雑な運動過程ではない，ほぼ同じ衝突の繰り返し過程なので，考察や式の計算も難しくはない。80%以上の高点を得たいところだ。昨年の「力と運動」の問題に比べると，かなり易化したと思う。難易度はB。

問題Ⅱ

磁場中で導体棒を回転させて発生する起電力をRC直列回路の電源としたとき，コンデンサーに蓄えられる電気量の変化を考察する問題。導体棒が往復運動するので，起電力の正負が反転して，コンデンサーは充放電を繰り返す。まずはこの過程を頭の中に的確に描き理解することが必要だ。その上で，設問に順次解答していくことになる。

ファラデーの電磁誘導の法則に基づく起電力の発生，キルヒホッフの法則に基づく回路の電流電圧表式，電気量の時間変化が電流であることなど，基礎知識とその応用が的確であることが求められる。しかし，問題そのものは難解なものではないので，長文を落ち着いて読み込み，忍耐強く取り組めば，ほぼ正答できるであろう。難易度はＢ＋。

問題Ⅲ

高校物理では「原子」の分野に記載される X 線の結晶面での反射屈折と物質波に関する問題。物理授業を 3 年生で受講する場合，「原子分野」の授業は最後となり時間不足のため，十分な勉強ができないおそれがある。加えて，X 線の結晶面での反射，物質波など理解が難しい概念を含む問題なので，問題文を一読して臆する受験生がいるかも知れない。

しかし，問題の本質は光の波動の反射，屈折，干渉の問題とほぼ同じなので，落ち着いて問題文を読み込み，問題設定を理解すれば，決して困難な問題ではないと安心するであろう。この問題で難しいところは，中性子の物質波の干渉において，経路 ADC と ABC との間に位相差が発生する理由を理解するところであろう。経路 AB では物質波の波長は入射中性子の物質波の波長のまま，経路 DC では点 D の中性子の速さが重力の作用によって減少するので波長が長くなる。この点の気づきが必要である。難易度は上記のことから，Ａ－。

231025