

試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

Ⓨ

数 学 ① [数学 I 数学 I・数学 A] (100点) (70分)

I 注 意 事 項

- 1 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。特に、解答用紙の解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となります。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目	ペ ー ジ	選 択 方 法
数 学 I	4~28	左の2科目のうちから1科目を選択し、 解答しなさい。
数学 I・数学 A	29~59	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 選択問題については、いずれか2問を選択し、その問題番号の解答欄に解答しなさい。
- 5 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 6 不正行為について
 - ① 不正行為に対しては厳正に対処します。
 - ② 不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は、監督者がカードを用いて注意します。
 - ③ 不正行為を行った場合は、その時点で受験を取りやめさせ退室させます。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**、**イウ** などには、符号(−, ±)又は数字(0~9)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に −83 と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9
ウ	−	±	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

- 4 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで **0** にマークしなさい。

例えば、**キ** . **クケ** に 2.5 と答えたいときは、2.50 として答えなさい。

- 5 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、**コ** $\sqrt{\text{サ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

- 6 根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\text{シ} + \text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ に

$\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

- 7 問題の文中の二重四角で表記された **タ** などには、選択肢から一つを選んで、答えなさい。

- 8 同一の問題文中に **チツ**、**テ** などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、**チツ**、**テ** のように細字で表記します。

100

101

102

103

104

105

106

数学 I ・ 数学 A

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	} いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 c を正の整数とする。 x の 2 次方程式

$$2x^2 + (4c - 3)x + 2c^2 - c - 11 = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

について考える。

(1) $c = 1$ のとき、 $\textcircled{1}$ の左辺を因数分解すると

$$\left(\boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}} \right) \left(x - \boxed{\text{ウ}} \right)$$

であるから、 $\textcircled{1}$ の解は

$$x = -\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}}, \quad \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2) $c = 2$ のとき、 $\textcircled{1}$ の解は

$$x = \frac{-\boxed{\text{エ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

であり、大きい方の解を a とすると

$$\frac{5}{a} = \frac{\boxed{\text{ク}} + \sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。また、 $m < \frac{5}{a} < m + 1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{シ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

- (3) 太郎さんと花子さんは、①の解について考察している。

太郎：①の解は c の値によって、ともに有理数である場合もあれば、ともに無理数である場合もあるね。 c がどのような値のときに、解は有理数になるのかな。

花子：2次方程式の解の公式の根号の中に着目すればいいんじゃないかな。

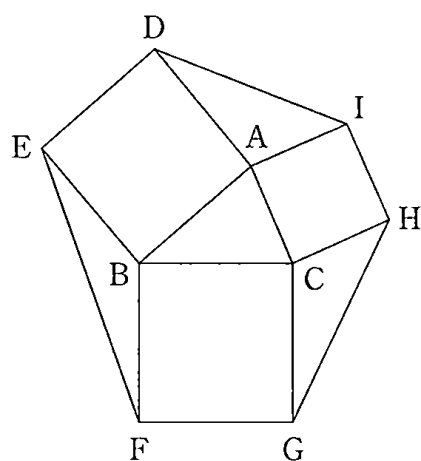
①の解が異なる二つの有理数であるような正の整数 c の個数は

個である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 右の図のように、 $\triangle ABC$ の外側に辺
 AB , BC , CA をそれぞれ1辺とする正方
 形 $ADEB$, $BFGC$, $CHIA$ をかき、2点 E
 と F , G と H , I と D をそれぞれ線分で結
 んだ図形を考える。以下において



参考図

$$BC = a, CA = b, AB = c$$

$$\angle CAB = A, \angle ABC = B, \angle BCA = C$$

とする。

(1) $b = 6, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$ のとき, $\sin A = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ であり,

$\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{タチ}}$, $\triangle AID$ の面積は $\boxed{\text{ツテ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(2) 正方形 BFGC, CHIA, ADEB の面積をそれぞれ S_1, S_2, S_3 とする。このとき, $S_1 - S_2 - S_3$ は

• $0^\circ < A < 90^\circ$ のとき, 。

• $A = 90^\circ$ のとき, 。

• $90^\circ < A < 180^\circ$ のとき, 。

~ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 0 である
- ② 正の値である
- ③ 負の値である
- ④ 正の値も負の値もとる

(3) $\triangle AID, \triangle BEF, \triangle CGH$ の面積をそれぞれ T_1, T_2, T_3 とする。このとき, である。

の解答群

- ① $a < b < c$ ならば, $T_1 > T_2 > T_3$
- ② $a < b < c$ ならば, $T_1 < T_2 < T_3$
- ③ A が鈍角ならば, $T_1 < T_2$ かつ $T_1 < T_3$
- ④ a, b, c の値に関係なく, $T_1 = T_2 = T_3$

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(4) $\triangle ABC$, $\triangle AID$, $\triangle BEF$, $\triangle CGH$ のうち, 外接円の半径が最も小さいものを求める。

$0^\circ < A < 90^\circ$ のとき, ID BC であり

($\triangle AID$ の外接円の半径) ($\triangle ABC$ の外接円の半径)

であるから, 外接円の半径が最も小さい三角形は

- $0^\circ < A < B < C < 90^\circ$ のとき, である。
- $0^\circ < A < B < 90^\circ < C$ のとき, である。

, の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

<input type="radio"/> ① <	<input type="radio"/> ② =	<input type="radio"/> ③ >
---------------------------	---------------------------	---------------------------

, の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

<input type="radio"/> ① $\triangle ABC$	<input type="radio"/> ② $\triangle AID$	<input type="radio"/> ③ $\triangle BEF$	<input type="radio"/> ④ $\triangle CGH$
---	---	---	---

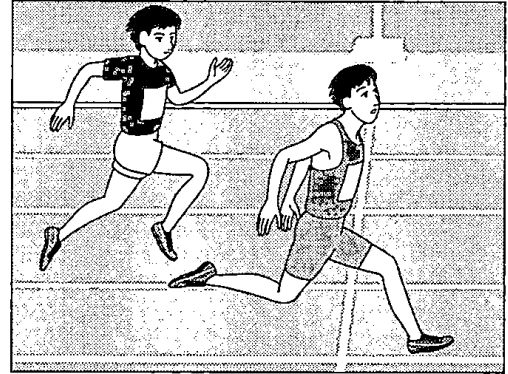
(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 陸上競技の短距離 100 m 走では、100 m を走るのにかかる時間(以下、タイムと呼ぶ)は、1 歩あたりの進む距離(以下、ストライドと呼ぶ)と 1 秒あたりの歩数(以下、ピッチと呼ぶ)に
関係がある。ストライドとピッチはそれぞれ以下の式で与えられる。



$$\text{ストライド (m/歩)} = \frac{100 \text{ (m)}}{100 \text{ m を走るのにかかった歩数 (歩)}}$$
$$\text{ピッチ (歩/秒)} = \frac{100 \text{ m を走るのにかかった歩数 (歩)}}{\text{タイム (秒)}}$$

ただし、100 m を走るのにかかった歩数は、最後の 1 歩がゴールラインをまたぐこともあるので、小数で表される。以下、単位は必要のない限り省略する。

例えば、タイムが 10.81 で、そのときの歩数が 48.5 であったとき、ストライドは $\frac{100}{48.5}$ より約 2.06、ピッチは $\frac{48.5}{10.81}$ より約 4.49 である。

なお、小数の形で解答する場合は、解答上の注意にあるように、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えよ。また、必要に応じて、指定された桁まで○にマークせよ。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- (1) ストライドを x , ピッチを z とおく。ピッチは 1 秒あたりの歩数, ストライドは 1 歩あたりの進む距離なので, 1 秒あたりの進む距離すなわち平均速度は, x と z を用いて $\boxed{\text{ア}}$ (m/秒) と表される。

これより, タイムと, ストライド, ピッチとの関係は

$$\text{タイム} = \frac{100}{\boxed{\text{ア}}} \dots\dots\dots \text{①}$$

と表されるので, $\boxed{\text{ア}}$ が最大になるときにタイムが最もよくなる。ただし, タイムがよくなるとは, タイムの値が小さくなることである。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

- | | | |
|---------------------|---------------------|------------------|
| ① $x + z$ | ② $z - x$ | ③ xz |
| ④ $\frac{x + z}{2}$ | ⑤ $\frac{z - x}{2}$ | ⑥ $\frac{xz}{2}$ |

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(2) 男子短距離 100 m 走の選手である太郎さんは、①に着目して、タイムが最もよくなるストライドとピッチを考えることにした。

次の表は、太郎さんが練習で 100 m を 3 回走ったときのストライドとピッチのデータである。

	1 回目	2 回目	3 回目
ストライド	2.05	2.10	2.15
ピッチ	4.70	4.60	4.50

また、ストライドとピッチにはそれぞれ限界がある。太郎さんの場合、ストライドの最大値は 2.40、ピッチの最大値は 4.80 である。

太郎さんは、上の表から、ストライドが 0.05 大きくなるとピッチが 0.1 小さくなるという関係があると考えて、ピッチがストライドの 1 次関数として表されると仮定した。このとき、ピッチ z はストライド x を用いて

$$z = \boxed{\text{イウ}}x + \frac{\boxed{\text{エオ}}}{5} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

と表される。

②が太郎さんのストライドの最大値 2.40 とピッチの最大値 4.80 まで成り立つと仮定すると、 x の値の範囲は次のようになる。

$$\boxed{\text{カ}} \cdot \boxed{\text{キク}} \leq x \leq 2.40$$

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

$y = \boxed{\text{ア}}$ とおく。②を $y = \boxed{\text{ア}}$ に代入することにより、 y を x の関数として表すことができる。太郎さんのタイムが最もよくなるストライドとピッチを求めるためには、 $\boxed{\text{カ}} \cdot \boxed{\text{キク}} \leq x \leq 2.40$ の範囲で y の値を最大にする x の値を見つければよい。このとき、 y の値が最大になるのは $x = \boxed{\text{ケ}} \cdot \boxed{\text{コサ}}$ のときである。

よって、太郎さんのタイムが最もよくなるのは、ストライドが $\boxed{\text{ケ}} \cdot \boxed{\text{コサ}}$ のときであり、このとき、ピッチは $\boxed{\text{シ}} \cdot \boxed{\text{スセ}}$ である。また、このときの太郎さんのタイムは、①により $\boxed{\text{ソ}}$ である。

$\boxed{\text{ソ}}$ については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① 9.68	② 9.97	③ 10.09
④ 10.33	⑤ 10.42	⑥ 10.55

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- 〔2〕 就業者の従事する産業は、勤務する事業所の主な経済活動の種類によって、第 1 次産業(農業、林業と漁業)、第 2 次産業(鉱業、建設業と製造業)、第 3 次産業(前記以外の産業)の三つに分類される。国の労働状況の調査(国勢調査)では、47 の都道府県別に第 1 次、第 2 次、第 3 次それぞれの産業ごとの就業者数が発表されている。ここでは都道府県別に、就業者数に対する各産業に就業する人数の割合を算出したものを、各産業の「就業者数割合」と呼ぶことにする。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は 42 ページに続く。)

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

数学 I ・ 数学 A

(1) 図 1 は、1975 年度から 2010 年度まで 5 年ごとの 8 個の年度(それぞれを時点という)における都道府県別の三つの産業の就業者数割合を箱ひげ図で表したものである。各時点の箱ひげ図は、それぞれ上から順に第 1 次産業、第 2 次産業、第 3 次産業のものである。

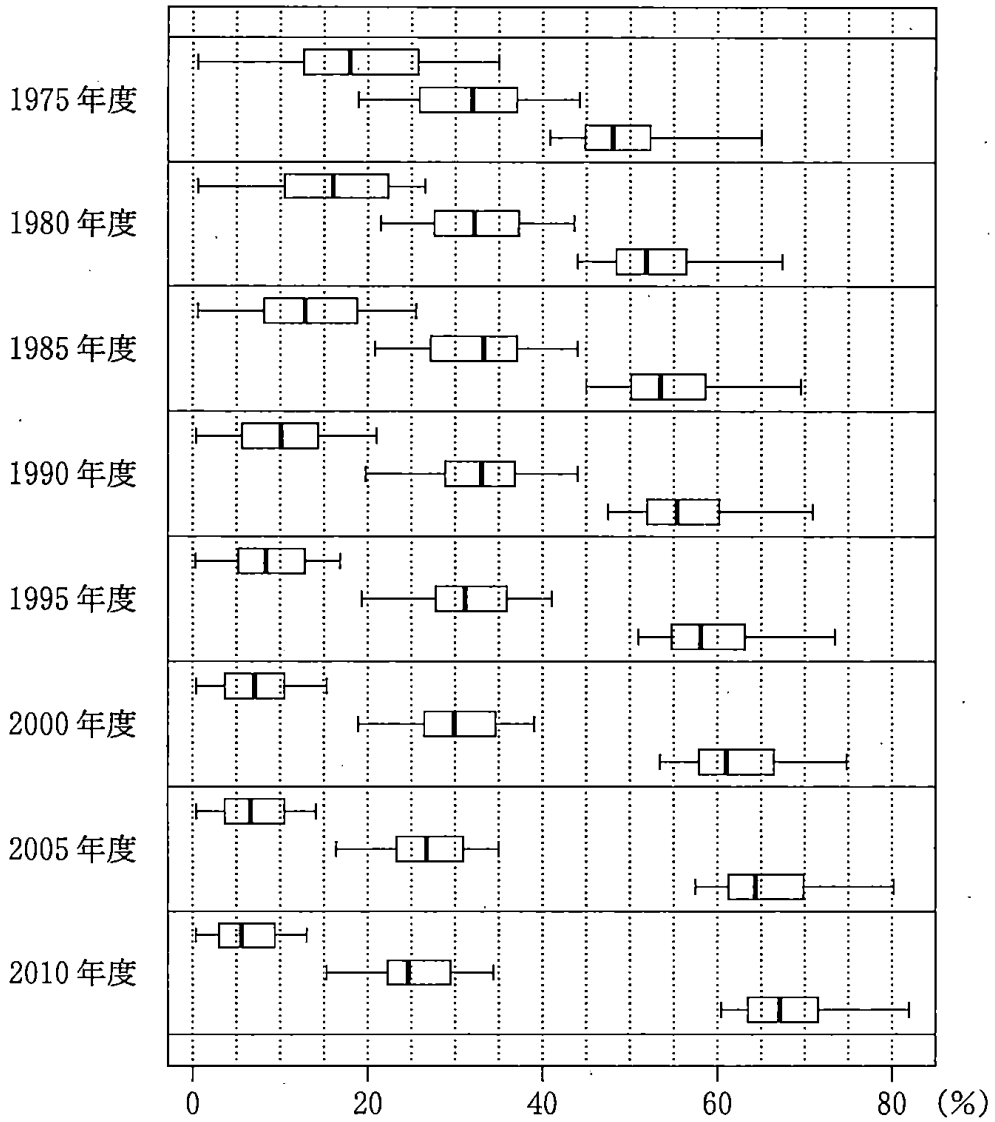


図 1 三つの産業の就業者数割合の箱ひげ図

(出典：総務省の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

次の①～⑤のうち、図 1 から読み取れることとして正しくないものは

タ と チ である。

タ, チ の解答群(解答の順序は問わない。)

- ① 第 1 次産業の就業者数割合の四分位範囲は、2000 年度までは、後の時点になるにしたがって減少している。
- ② 第 1 次産業の就業者数割合について、左側のひげの長さと同側のひげの長さを比較すると、どの時点においても左側の方が長い。
- ③ 第 2 次産業の就業者数割合の中央値は、1990 年度以降、後の時点になるにしたがって減少している。
- ④ 第 2 次産業の就業者数割合の第 1 四分位数は、後の時点になるにしたがって減少している。
- ⑤ 第 3 次産業の就業者数割合の第 3 四分位数は、後の時点になるにしたがって増加している。
- ⑥ 第 3 次産業の就業者数割合の最小値は、後の時点になるにしたがって増加している。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(2) (1) で取り上げた 8 時点の中から 5 時点を取り出して考える。各時点における都道府県別の、第 1 次産業と第 3 次産業の就業者数割合のヒストグラムを一つのグラフにまとめてかいたものが、次ページの五つのグラフである。それぞれの右側の網掛けしたヒストグラムが第 3 次産業のものである。なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

- 1985 年度におけるグラフは

ツ

 である。
- 1995 年度におけるグラフは

テ

 である。

ツ

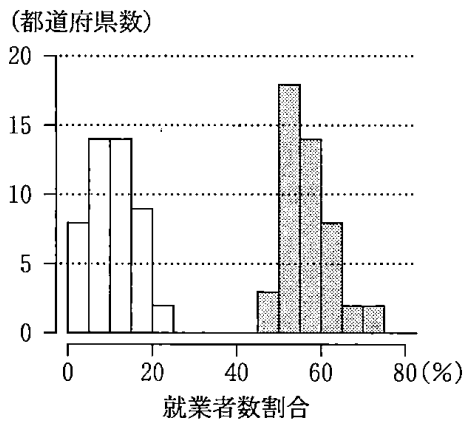
,

テ

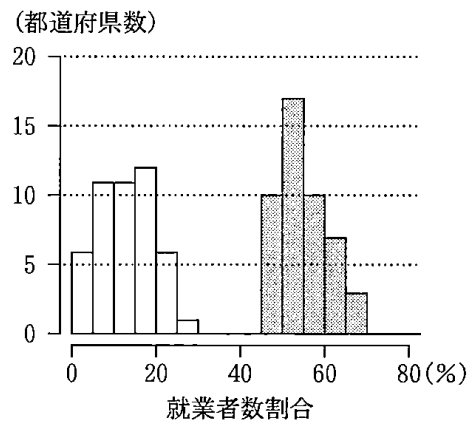
 については、最も適当なものを、次の①～④のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

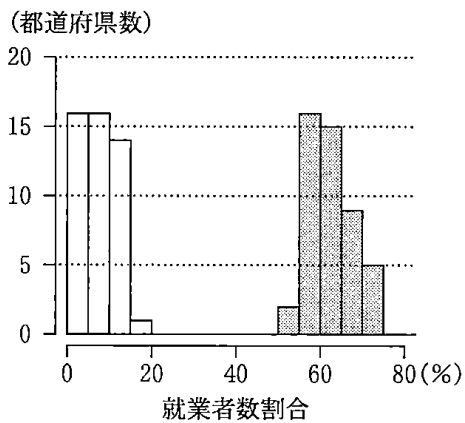
①



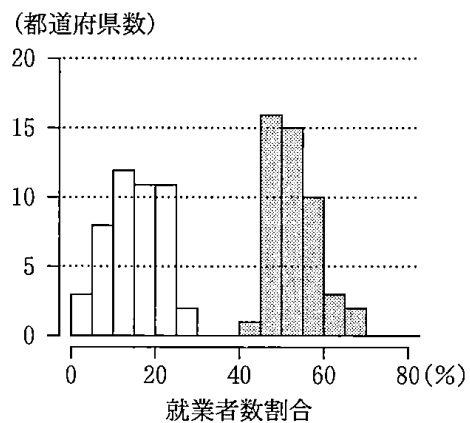
②



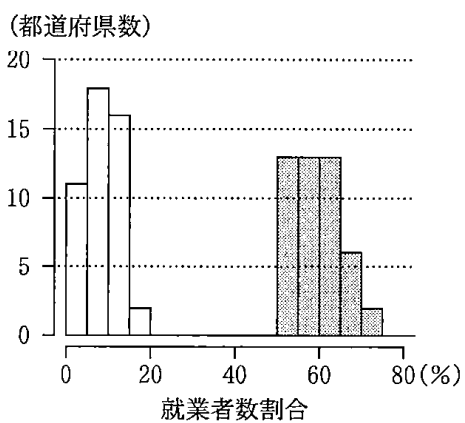
③



④



⑤



(出典：総務省の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(3) 三つの産業から二つずつを組み合わせて都道府県別の就業者数割合の散布図を作成した。図 2 の散布図群は、左から順に 1975 年度における第 1 次産業(横軸)と第 2 次産業(縦軸)の散布図、第 2 次産業(横軸)と第 3 次産業(縦軸)の散布図、および第 3 次産業(横軸)と第 1 次産業(縦軸)の散布図である。また、図 3 は同様に作成した 2015 年度の散布図群である。

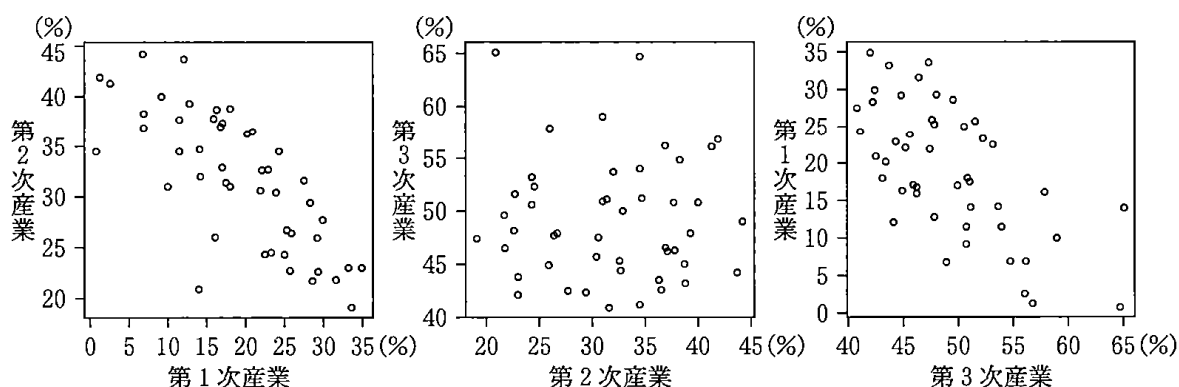


図 2 1975 年度の散布図群

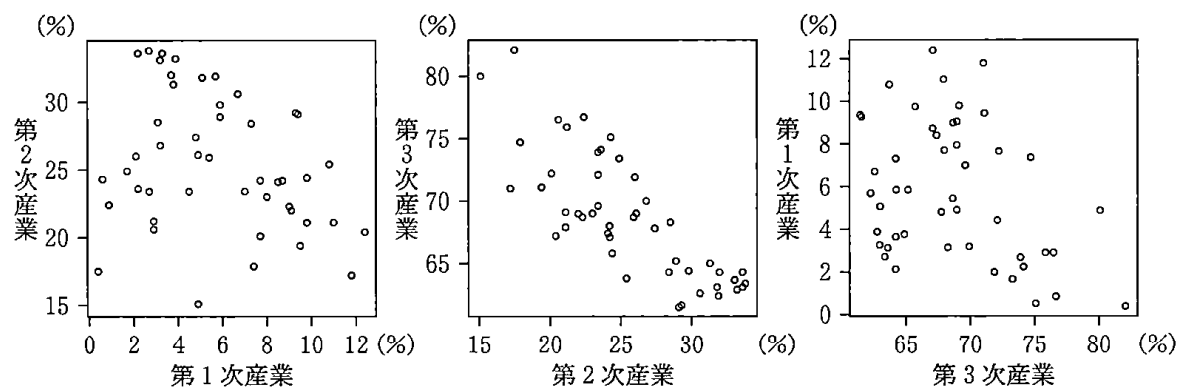


図 3 2015 年度の散布図群

(出典：図 2，図 3 はともに総務省の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

下の (I), (II), (III) は, 1975 年度を基準としたときの, 2015 年度の変化を記述したものである。ただし, ここで「相関が強くなった」とは, 相関係数の絶対値が大きくなったことを意味する。

- (I) 都道府県別の第 1 次産業の就業者数割合と第 2 次産業の就業者数割合の間の相関は強くなった。
- (II) 都道府県別の第 2 次産業の就業者数割合と第 3 次産業の就業者数割合の間の相関は強くなった。
- (III) 都道府県別の第 3 次産業の就業者数割合と第 1 次産業の就業者数割合の間の相関は強くなった。

(I), (II), (III) の正誤の組合せとして正しいものは ト である。

ト の解答群

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(I)	正	正	正	正	誤	誤	誤
(II)	正	正	誤	誤	正	正	誤
(III)	正	誤	正	誤	正	誤	正

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (4) 各都道府県の就業者数の内訳として男女別の就業者数も発表されている。そこで、就業者数に対する男性・女性の就業者数の割合をそれぞれ「男性の就業者数割合」、 「女性の就業者数割合」と呼ぶことにし、これらを都道府県別に算出した。図4は、2015年度における都道府県別の、第1次産業の就業者数割合(横軸)と、男性の就業者数割合(縦軸)の散布図である。

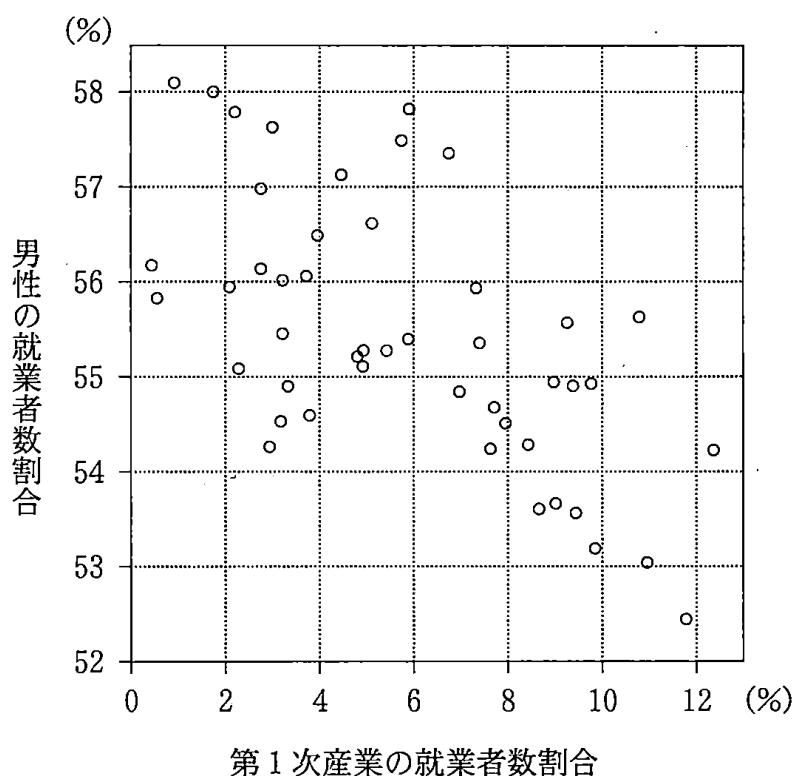


図4 都道府県別の、第1次産業の就業者数割合と、男性の就業者数割合の散布図

(出典：総務省のWebページにより作成)

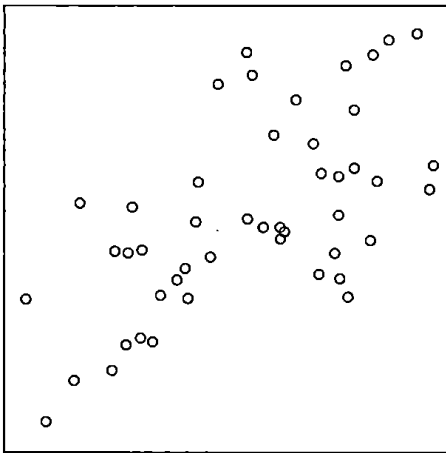
(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

各都道府県の、男性の就業者数と女性の就業者数を合計すると就業者数の全体となることに注意すると、2015年度における都道府県別の、第1次産業の就業者数割合(横軸)と、女性の就業者数割合(縦軸)の散布図は

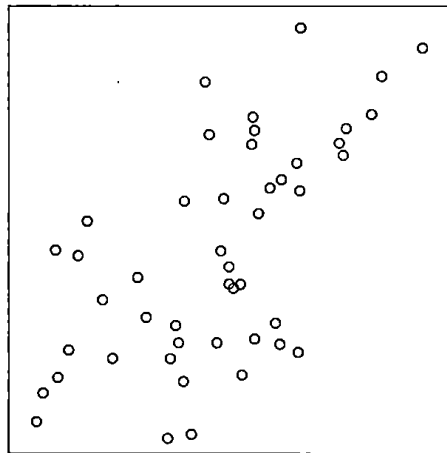
ナ である。

ナ については、最も適当なものを、下の①～③のうちから一つ選べ。なお、設問の都合で各散布図の横軸と縦軸の目盛りは省略しているが、横軸は右方向、縦軸は上方向がそれぞれ正の方向である。

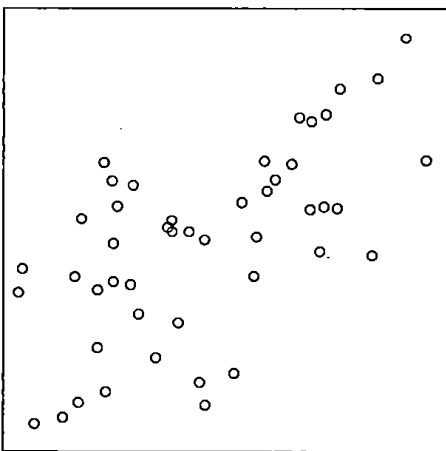
①



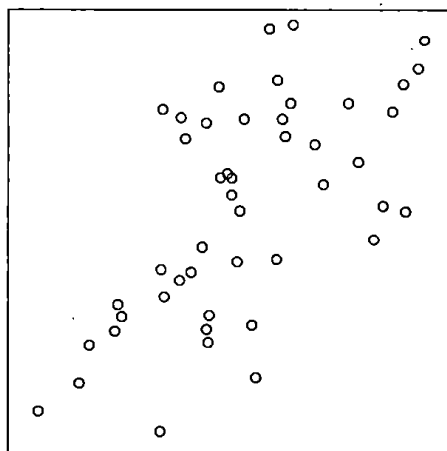
②



③



④



第 3 問 (選択問題) (配点 20)

中にくじが入っている箱が複数あり、各箱の外見は同じであるが、当たりくじを引く確率は異なっている。くじ引きの結果から、どの箱からくじを引いた可能性が高いかを、条件付き確率を用いて考えよう。

(I) 当たりくじを引く確率が $\frac{1}{2}$ である箱 A と、当たりくじを引く確率が $\frac{1}{3}$ である箱 B の二つの箱の場合を考える。

(i) 各箱で、くじを 1 本引いてはもとに戻す試行を 3 回繰り返したとき

箱 A において、3 回中ちょうど 1 回当たる確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ … ①

箱 B において、3 回中ちょうど 1 回当たる確率は $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ … ②

である。

(ii) まず、A と B のどちらか一方の箱をでたために選ぶ。次にその選んだ箱において、くじを 1 本引いてはもとに戻す試行を 3 回繰り返したところ、3 回中ちょうど 1 回当たった。このとき、箱 A が選ばれる事象を A、箱 B が選ばれる事象を B、3 回中ちょうど 1 回当たる事象を W とすると

$$P(A \cap W) = \frac{1}{2} \times \frac{\text{ア}}{\text{イ}}, \quad P(B \cap W) = \frac{1}{2} \times \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$$

である。 $P(W) = P(A \cap W) + P(B \cap W)$ であるから、3 回中ちょうど 1

回当たったとき、選んだ箱が A である条件付き確率 $P_W(A)$ は $\frac{\text{オカ}}{\text{キク}}$ とな

る。また、条件付き確率 $P_W(B)$ は $\frac{\text{ケコ}}{\text{サシ}}$ となる。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

(2) (1)の $P_W(A)$ と $P_W(B)$ について、次の事実(*)が成り立つ。

事実(*)

$P_W(A)$ と $P_W(B)$ の は、①の確率と②の確率の に等しい。

の解答群

① 和 ② 2乗の和 ③ 3乗の和 ④ 比 ⑤ 積

(3) 花子さんと太郎さんは事実(*)について話している。

花子：事実(*)はなぜ成り立つのかな？

太郎： $P_W(A)$ と $P_W(B)$ を求めるのに必要な $P(A \cap W)$ と $P(B \cap W)$ の計算で、①、②の確率に同じ数 $\frac{1}{2}$ をかけているからだよ。

花子：なるほどね。外見が同じ三つの箱の場合は、同じ数 $\frac{1}{3}$ をかけることになるので、同様のことが成り立ちそうだね。

当たりくじを引く確率が、 $\frac{1}{2}$ である箱A、 $\frac{1}{3}$ である箱B、 $\frac{1}{4}$ である箱Cの三つの箱の場合を考える。まず、A、B、Cのうちどれか一つの箱をでたために選ぶ。次にその選んだ箱において、くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返したところ、3回中ちょうど1回当たった。このとき、選んだ箱

がAである条件付き確率は $\frac{\text{セソタ}}{\text{チツテ}}$ となる。

(数学 I ・ 数学 A 第3問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(4)

花子：どうやら箱が三つの場合でも、条件付き確率の は各箱で3回中ちょうど1回当たりくじを引く確率の になっているみたいだね。

太郎：そうだね。それを利用すると、条件付き確率の値は計算しなくても、その大きさを比較することができるね。

当たりくじを引く確率が、 $\frac{1}{2}$ である箱 A、 $\frac{1}{3}$ である箱 B、 $\frac{1}{4}$ である箱 C、 $\frac{1}{5}$ である箱 D の四つの箱の場合を考える。まず、A、B、C、D のうちどれか一つの箱をでたらめに選ぶ。次にその選んだ箱において、くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返したところ、3回中ちょうど1回当たった。このとき、条件付き確率を用いて、どの箱からくじを引いた可能性が高いかを考える。可能性が高い方から順に並べると となる。

の解答群

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| ① A, B, C, D | ④ A, B, D, C | ⑦ A, C, B, D |
| ② A, C, D, B | ⑤ A, D, B, C | ⑧ B, A, C, D |
| ③ B, A, D, C | ⑥ B, C, A, D | ⑨ B, C, D, A |

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

円周上に 15 個の点 P_0, P_1, \dots, P_{14} が反時計回りに順に並んでいる。最初、点 P_0 に石がある。さいころを投げて偶数の目が出たら石を反時計回りに 5 個先の点に移動させ、奇数の目が出たら石を時計回りに 3 個先の点に移動させる。この操作を繰り返す。例えば、石が点 P_5 にあるとき、さいころを投げて 6 の目が出たら石を点 P_{10} に移動させる。次に、5 の目が出たら点 P_{10} にある石を点 P_7 に移動させる。

- (1) さいころを 5 回投げて、偶数の目が ア 回、奇数の目が イ 回出れば、点 P_0 にある石を点 P_1 に移動させることができる。このとき、 $x =$ ア $, y =$ イ は、不定方程式 $5x - 3y = 1$ の整数解になっている。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(2) 不定方程式

$$5x - 3y = 8 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

のすべての整数解 x, y は, k を整数として

$$x = \boxed{\text{ア}} \times 8 + \boxed{\text{ウ}} k, \quad y = \boxed{\text{イ}} \times 8 + \boxed{\text{エ}} k$$

と表される。①の整数解 x, y の中で, $0 \leq y < \boxed{\text{エ}}$ を満たすものは

$$x = \boxed{\text{オ}}, \quad y = \boxed{\text{カ}}$$

である。したがって, さいころを $\boxed{\text{キ}}$ 回投げて, 偶数の目が $\boxed{\text{オ}}$ 回, 奇数の目が $\boxed{\text{カ}}$ 回出れば, 点 P_0 にある石を点 P_8 に移動させることができる。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(3) (2)において、さいころを 回より少ない回数だけ投げて、点 P_0 にある石を点 P_8 に移動させることはできないだろうか。

(*) 石を反時計回りまたは時計回りに 15 個先の点に移動させると元の点に戻る。

(*)に注意すると、偶数の目が 回、奇数の目が 回出れば、さいころを投げる回数が 回で、点 P_0 にある石を点 P_8 に移動させることができる。このとき、 < である。

(4) 点 P_1, P_2, \dots, P_{14} のうちから点の一つを選び、点 P_0 にある石をさいころを何回か投げてその点に移動させる。そのために必要となる、さいころを投げる最小回数を考える。例えば、さいころを 1 回だけ投げて点 P_0 にある石を点 P_2 へ移動させることはできないが、さいころを 2 回投げて偶数の目と奇数の目が 1 回ずつ出れば、点 P_0 にある石を点 P_2 へ移動させることができる。したがって、点 P_2 を選んだ場合には、この最小回数は 2 回である。

点 P_1, P_2, \dots, P_{14} のうち、この最小回数が最も大きいのは点 であり、その最小回数は 回である。

の解答群

① P_{10} ② P_{11} ③ P_{12} ④ P_{13} ⑤ P_{14}

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

$\triangle ABC$ において、 $AB = 3$ 、 $BC = 4$ 、 $AC = 5$ とする。

$\angle BAC$ の二等分線と辺 BC との交点を D とすると

$$BD = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad AD = \frac{\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

また、 $\angle BAC$ の二等分線と $\triangle ABC$ の外接円 O との交点で点 A とは異なる点を E とする。 $\triangle AEC$ に着目すると

$$AE = \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

$\triangle ABC$ の 2 辺 AB と AC の両方に接し、外接円 O に内接する円の中心を P とする。円 P の半径を r とする。さらに、円 P と外接円 O との接点を F とし、直線 PF と外接円 O との交点で点 F とは異なる点を G とする。このとき

$$AP = \sqrt{\boxed{\text{ク}}} r, \quad PG = \boxed{\text{ケ}} - r$$

と表せる。したがって、方べきの定理により $r = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

$\triangle ABC$ の内心を Q とする。内接円 Q の半径は $\boxed{\text{シ}}$ で、 $AQ = \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$

である。また、円 P と辺 AB との接点を H とすると、 $AH = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

以上から、点 H に関する次の(a), (b)の正誤の組合せとして正しいものは

$\boxed{\text{タ}}$ である。

(a) 点 H は 3 点 B, D, Q を通る円の周上にある。

(b) 点 H は 3 点 B, E, Q を通る円の周上にある。

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

	①	②	③	④
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤