2021（R3)年度　東北大学　前期入学試験　物理解説

（物理，化学，生物，地学のうち２科目受験で150分）

$\boxed{1}$

＜解答＞

問（１）(a)

小球 m の点Ｐからの高さは $h = R - R\cos\theta = (1-\cos\theta)R$

したがって $U = mgR(1-\cos\theta)$　（答）

(b)

力学的エネルギー保存の法則により，$\dfrac{1}{2}mv^2 + mgR(1-\cos\theta) = \dfrac{1}{2}m{v_0}^2$

したがって $v = \sqrt{{v_0}^2 - 2gR(1-\cos\theta)}$　（答）

(c)

小球が頂点に達したとき，力学的エネルギー保存の法則により

$\dfrac{1}{2}mv^2 + 2mgR = \dfrac{1}{2}m{v_0}^2$，$\therefore v^2 = {v_0}^2 - 4gR$

$v > 0$ であれば小球は最高点を超えて回転するから，$v_0 > v_1 = 2\sqrt{gR}$　（答）

問（２）(a)

リングとともに回転する人から見たとき，小球に作用している力は，重力と見かけの力としての遠心力。

重力のリング円周方向成分は $-mg\sin\theta$，遠心力のリング円周方向成分は $m(R\sin\theta)\omega^2\cos\theta$

したがって，$F = m(R\sin\theta)\omega^2\cos\theta - mg\sin\theta$　（答）

(b)

(a)の F において，$\sin\theta \fallingdotseq \theta$，$\cos\theta \fallingdotseq 1$ とすれば，$F = mR\omega^2\theta - mg\theta = m(R\omega^2 - g)\theta$

$R\omega^2 - g < 0$であれば $F < 0$となって，F は点Pへ向かう復元力となる。すなわち $\omega < \omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{R}}$

のとき，$F = m(R\omega^2 - g)\theta < m(R{\omega_0}^2 - g)\theta = 0$となる。$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{R}}$　（答）

(c)

$x = R\theta$より，$\theta = \dfrac{x}{R}$，したがって$F = -\dfrac{m(g - R\omega^2)}{R}x = -kx$，ただし $k = \dfrac{m(g - R\omega^2)}{R}$

すると単振動の周期は $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g - R\omega^2}}$　（答）

問（３）(a)

（２）(b)において，$F = 0$ であれば，小球にはリング円周方向に力が働かないので，リング円周方向には静止する。

$F = m(R\sin\theta_0)\omega^2\cos\theta_0 - mg\sin\theta_0 = 0$より，$\omega^2 = \dfrac{g}{R\cos\theta_0}$，$\therefore \omega = \sqrt{\dfrac{g}{R\cos\theta_0}}$　（答）

(b)

（う）　（答）

選択理由：

（う）は $\theta = 0$ を中心とする単振動のグラフだが，$\omega > \omega_0$では小球に働く円周方向の力は復元力にならないから，$\theta = 0$ を中心とする単振動にはならない。

＜解説＞

問（1）

その面が鉛直のリングに拘束された小球の円運動に関する問題。力学的エネルギー保存の法則を基本として考察を進めればよい。

問（2）

（1）のリングが鉛直軸の周りに回転する場合の小球の運動に関する問題。観測者がリングとともに回転する場合の運動の考察である。すると，リングとともに回転する小球に対して働く加速度による力と反対方向のみかけの力（慣性力）を考慮して考察する。図１に示すような遠心力が小球に働くものとして，リングの円周方向の運動を考える。

問（3）

リングの回転が速くなると（回転角速度 ω が大きくなると），遠心力が大きくなり，円周に沿って小球は上昇する。点 P に向かう復元力は働かない。

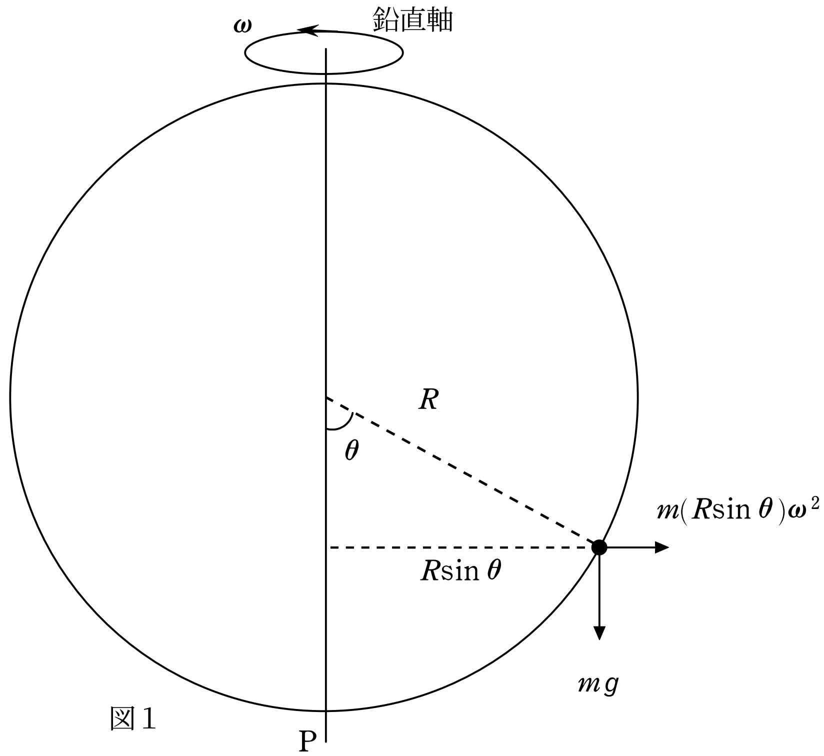

図１

$\boxed{2}$

＜解答＞

問（１）(a)

電極板D0とD1の間の電位差はV_0，距離はd_1だから，電場の大きさは $E=\dfrac{V_0}{d_1}$　（答）

粒子に働く力の大きさは $F=ma=qE$ だから，$a=\dfrac{qE}{m}=\dfrac{qV_0}{md_1}$　（答）

(b)

初速０，加速度 a の粒子が時間 t_1 で距離 d_1 を進んだのだから，$\dfrac{1}{2}at_1{}^2=d_1$,

$\therefore\ t_1=\sqrt{\dfrac{2d_1}{a}}=d_1\sqrt{\dfrac{2m}{qV_0}}$　（答）

$v_1=at_1=\dfrac{qV_0}{md_1}\times d_1\sqrt{\dfrac{2m}{qV_0}}=\sqrt{\dfrac{2qV_0}{m}}$　（答）

(c)

(b)で V_0 の代わりに，nV_0 として，$v_n=\sqrt{\dfrac{2qnV_0}{m}}=\sqrt{n}\,v_1$　（答）

(d)

a_n を電極 $\mathrm{D_{n-1}}$ と $\mathrm{D_n}$ 間の粒子の加速度とすれば,

$$a_n=\frac{v_n-v_{n-1}}{t_n}=\frac{\sqrt{n}\,v_1-\sqrt{n-1}\,v_1}{t_1}=(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})\frac{v_1}{t_1}=(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})\,a$$

一方 $a_n=\dfrac{qE_n}{m}=\dfrac{qV_0}{md_n}$，ただし E_n は電極 $\mathrm{D_{n-1}}$ と $\mathrm{D_n}$ 間の電場の大きさ

したがって $\dfrac{qV_0}{md_n}=(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})\,a=(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})\dfrac{qV_0}{md_1}$

したがって $d_n=\dfrac{d_1}{\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}=(\sqrt{n}+\sqrt{n-1})d_1$　（答）

問（２）(a)

正：紙面の裏から表の向き

(b)

速さ u_0 の粒子が qV_0 のエネルギーを得て，速さ u_1 になるのだから，$\dfrac{1}{2}mu_1{}^2=\dfrac{1}{2}mu_0{}^2+qV_0$

したがって $u_1=\sqrt{u_0{}^2+\dfrac{2qV_0}{m}}$　（答）

速さ u_1，半径 r の円運動の運動方程式は $F=mb_1=\dfrac{mu_1{}^2}{r}$，

したがって $b_1=\dfrac{u_1{}^2}{r}=\dfrac{1}{r}\left(u_0{}^2+\dfrac{2qV_0}{m}\right)$　（答）

(c)

G1 通過の所要時間 $\dfrac{l}{2u_N}+\dfrac{l}{2u_N}=\dfrac{l}{u_N}$，G2 通過の所要時間 $\dfrac{l}{u_N}$

M1，M2 通過の所要時間は $\dfrac{2\pi r}{u_N}$

(b)における考察と同様に，$u_N{}^2-u_{N-1}{}^2=\dfrac{2qV_0}{m}$，したがって $u_N{}^2-u_0{}^2=\dfrac{2NqV_0}{m}$

したがって $u_N=\sqrt{u_0{}^2+\dfrac{2NqV_0}{m}}$，$T_N=\dfrac{2}{u_N}(l+\pi r)=\dfrac{2(l+\pi r)}{\sqrt{u_0{}^2+\dfrac{2NqV_0}{m}}}$　（答）

(d)

速さ u_N，半径 r の円運動の運動方程式は $F=mb_N=\dfrac{mu_N{}^2}{r}=qu_NB_N$，

したがって $B_N=\dfrac{mu_N}{qr}=\dfrac{m}{qr}\sqrt{u_0{}^2+\dfrac{2NqV_0}{m}}$　（答）

問（３）(a)　図１

(b)　図１

(c)　（イ）

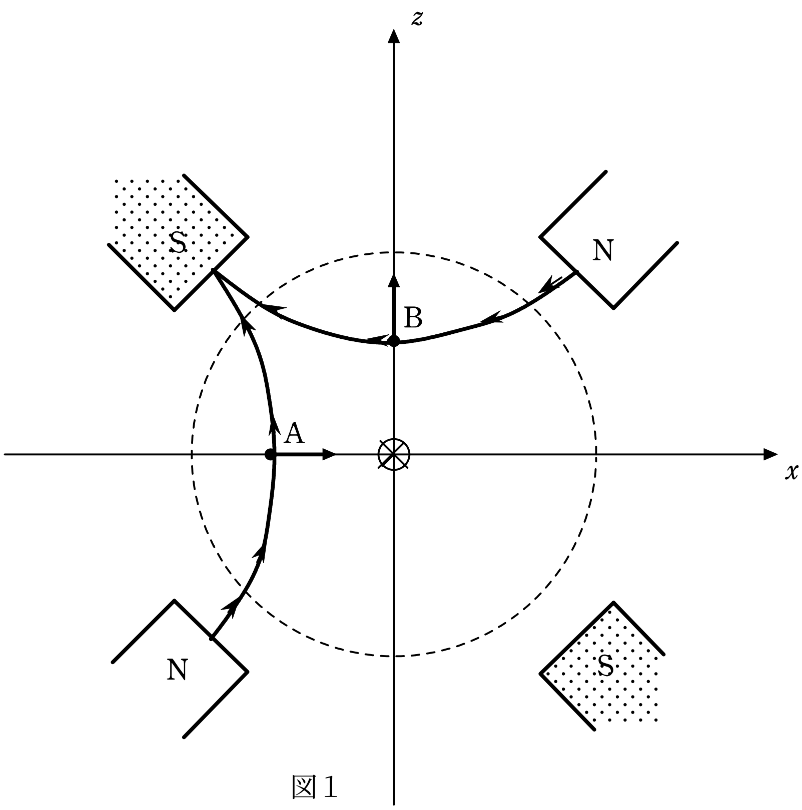

図１

＜解説＞

問（１）(a)，(b)

電場と荷電粒子に働く力とその運動に関する基礎的な問題だからスムーズに解答しよう。力学の知識が基礎となる。

(c)

加速電位が nV_0 だから，(b)での V_0を nV_0 で置き換えればよい。

(d)

粒子の加速度についての二つの関係式 $a_n = \dfrac{v_n - v_{n-1}}{t_n}$ と $a_n = \dfrac{qE_n}{m} = \dfrac{qV_0}{md_n}$ に $t_n = t_1$ を適用すればよい。(c)の結果を活用する。

問（２）(a)

正の電気量の粒子が右回りだから，フレミングの左手の法則により，管 M_1 の磁場の向きは z 軸正方向（紙面の裏から表の向き）

(b)

管 M_1 中を速さ u_1 で半径 r の円運動をするときの運動方程式を考えればよい。

(c)

粒子が N 回加速部を通過することによって，qV_0N のエネルギーを得ることから，

$\dfrac{1}{2}m{u_N}^2 - \dfrac{1}{2}m{u_0}^2 = qV_0N$，${u_N}^2 - {u_0}^2 = \dfrac{2qV_0N}{m}$ とする。

(d)

電気量 q の粒子が速さ u_N で磁場 B_N に垂直な面内で運動するとき，フレミングの左手の法則にしたがう向きに， qu_NB_N が向心力となって円運動をする。

問（３）(a)

点Aに至近の N 極から S 極へ向かう磁力線が遠い S 極と N 極による磁場の影響を受けて，わずかに変形する。ここでは「概形を記入せよ」だから，点 A に至近の N 極から S 極へ向かう磁力線を点 A を通るように描けばよい。

(b)

点 A，B を通る磁力線が解れば，フレミングの左手の法則により，正の電気量の粒子が磁場から受ける力の向きを求めることができる。

(c)

上記と同様の考え方により，点 A と z 軸に関して対称な点 C には x 軸負方向に，点 B と x 軸に関して対称な点 D には z 軸負方向に磁場から力を受ける。したがってx 軸近くを通る粒子は広がるように，z 軸近くを通る粒子は縮まるように磁場から力を受ける。したがって観測される輝点の分布は（イ）。

$\boxed{3}$

＜解答＞

問（１）(a)

$\lambda f = V$より，$\lambda = \dfrac{V}{f}$　（答）

(b)

$F(x) = A\sin\left\{2\pi f\left(t - \dfrac{x}{V}\right)\right\}$，$F_R(x) = -A\sin\left\{2\pi f\left(t + \dfrac{x-a}{V}\right)\right\}$

$$F(d) = A\sin\left\{2\pi f\left(t - \frac{d}{V}\right)\right\} = -F_R(d) = A\sin\left\{2\pi f\left(t + \frac{d-a}{V}\right)\right\}$$

$$\therefore\ t - \frac{d}{V} = t + \frac{d-a}{V},\ \therefore\ a = 2d$$ （答）

(c)

媒質の変位 $F_S(x)$ は $F(x)$ と $F_R(x)$の和だから

$$F_S(x) = F(x) + F_R(x) = A\sin\left\{2\pi f\left(t - \frac{x}{V}\right)\right\} - A\sin\left\{2\pi f\left(t + \frac{x-2d}{V}\right)\right\}$$

$$= 2A\sin\left\{2\pi f\left(\frac{d-x}{V}\right)\right\}\cos\left\{2\pi f\left(\frac{t-d}{V}\right)\right\}$$

$\cos\left\{2\pi f\left(\frac{t-d}{V}\right)\right\}$ は時刻 t が変化しても，$-1 \leqq \cos\left\{2\pi f\left(\frac{t-d}{V}\right)\right\} \leqq 1$ だから，

$\cos\left\{2\pi f\left(\frac{t-d}{V}\right)\right\} = 1$ のとき，$F_S(x)$ は 最大値 $A_S = 2A\sin\left\{2\pi f\left(\frac{d-x}{V}\right)\right\}$ （答）

(d)

$A_S = 0$であれば，時刻 t が変化しても$F_S(x) = 0$，したがって $A_S = 0$となる x $(0 < x < d)$の存在が定在波の節ができるための条件である。

$2A\sin\left\{2\pi f\left(\frac{d-x}{V}\right)\right\} = 0$ とすれば，$2\pi f\left(\frac{d-x}{V}\right) = m\pi$，$m = 0, 1, 2, \ldots$

したがって $x = d - \frac{mV}{2f}$，したがって $0 < d - \frac{mV}{2f} < d$，$\therefore\ \frac{mV}{2f} < d$ ①

①の左辺は $m = 1$ のとき最小だから，節ができるための d の条件は $d > \frac{V}{2f}$ （答）

問（2）(a)

観測者 P が一定速度 u で移動するとき，時刻 $t = t_0$ のとき位置 $x = x_0$ にいた観測者は，時刻 $t = t_0 + \Delta t$ では，$x = x_0 + u\Delta t$ （答）

(b)

$F = A\sin\left\{2\pi f\left(t - \frac{x}{V}\right)\right\}$ において，$x = x_0 + u\Delta t$，$t = t_0 + \Delta t$ とすれば，

$$F' = A\sin\left\{2\pi f\left(t_0 + \Delta t - \frac{x_0 + u\Delta t}{V}\right)\right\}$$ （答）

(c)

観測者が観測する音波の振動数 f'は 1 秒間に観測する音波の山の数に等しい。

観測者が$t = t_0$ のとき観測する音波の位相　$Q_0 = 2\pi f\left(t_0 - \frac{x_0}{V}\right)$

観測者が $t = t_0 + \Delta t$ のとき観測する音波の位相　$Q_0' = 2\pi f\left(t_0 + \Delta t - \frac{x_0 + u\Delta t}{V}\right)$

すると，観測者が Δt の間に観測する山の数は，$\Delta Q = Q_0' - Q$として，

$$f' = \frac{\Delta Q}{2\pi \Delta t} = \frac{f}{\Delta t}\left(\Delta t - \frac{u\Delta t}{V}\right) = \frac{V-u}{V}f$$ （答）

問（3）(a)

P(x, y) において，$x = x_0 + u\Delta t$，$y = y_0$ だから

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(x_0+u\Delta t)^2+y^2}=\sqrt{x_0{}^2+y_0{}^2+2x_0u\Delta t+u^2(\Delta t)^2}\fallingdotseq\sqrt{r_0{}^2+2x_0u\Delta t}$$

$$=r_0\sqrt{1+\frac{2x_0u\Delta t}{r_0{}^2}}\fallingdotseq r_0\left(1+\frac{2x_0u\Delta t}{2r_0{}^2}\right)=r_0+\frac{x_0u\Delta t}{r_0}=r_0+u\Delta t\cos\theta_0\quad\text{（答）}$$

(b)

時刻 $t=t_0+\Delta t$ において観測者 P が観測する音波による媒質の変位 $F_r{}'$ は,

$$F_r{}'=A\sin\left\{2\pi f\left(t_0+\Delta t-\frac{r_0+u\Delta t\cos\theta_0}{V}\right)\right\}\quad\text{（答）}$$

(c)

問（2）(c) において u を $u\cos\theta_0$ に置き換えれば，問（3）(b) の $F_r{}'$ になるから,

$f'=\dfrac{V-u\cos\theta_0}{V}f$，これは観測者 P が原点 O から距離 r，角度 θ_0 の位置において観測する音波の振動数だから，角度 θ の位置では，θ_0 を θ に置き換えて，$f'=\dfrac{V-u\cos\theta}{V}f$　（答）

$\dfrac{f'}{f}=1-\dfrac{u\cos\theta}{V}$　$(0<\theta<\pi)$　のグラフは図１

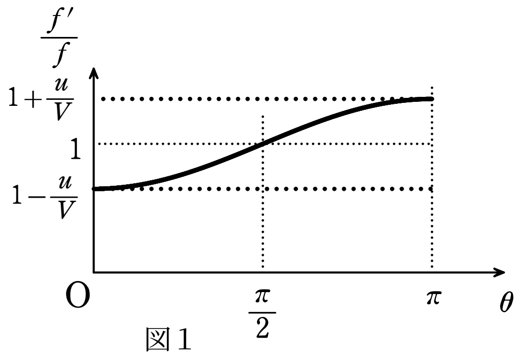

図１

＜解説＞

問 (1) (b)

音波は縦波だから，音波の進行方向と変位の方向は平行である。

(c)

媒質の変位は正方向に進む音波と負方向に進む反射波の重ね合わせであることに注意する。

(d)

定在波の節では音波の変位は常に0である。

問 (2)

観測者が動いているときに発生するドップラー効果に関する問題である。

(c)

Δt の間に観測する位相の変化が ΔQ だから，この間に観測する音波の山の数は $\dfrac{\Delta Q}{2\pi\Delta t}$

問 (3)

観測者が移動する方向と音波の進む方向とが異なる場合のドップラー効果に関する問題。観測者は音源から観測者に向かう直線の方向に進む音波を観測することに注意する。

<総評>

運動と力，電磁気，波動の３分野からの出題。問題となる物理現象の設定に工夫があり，設問は基礎的なものから応用的なものへと誘導的に構成されている。基礎的な設問は確実に正答しないと，後の誤答に繋がる。時間の制約の中で，長文の問題を読み込むので，この段階で問題となる物理現象を的確に理解しよう。

$\boxed{1}$

リングに固定された小球の運動に関する問題。リングを鉛直軸の周りに回転した場合，小球の振る舞いがどうなるかを問う。問題設定として面白い。難易度はB。

$\boxed{2}$

電場，磁場の中での荷電粒子の運動に関する問題。縦列多段の電極板による加速，加速電場と磁場による回転加速（シンクロトロン）に関わる考察の問題である。難易度B＋。

$\boxed{3}$

音波の波動の式を活用して，定在波の特性の考察，観測者が移動する場合の観測振動数の変化（ドップラー効果）の考察，観測者の移動方向が音源と観測者を結ぶ直線とは一致しない場合のドップラー効果の考察などの問題である。難易度はB＋。

241120